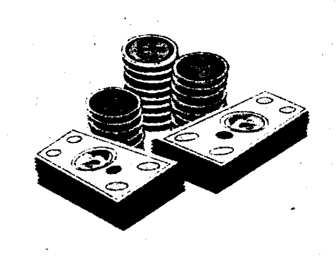
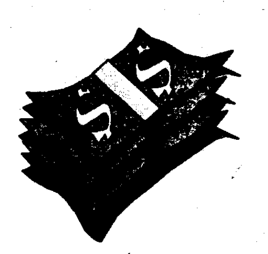
الاسم / مصطفى رجب على الطنطاوى
كلية التجارة
الفرقة الأولى انتظام

مقدمة فى

رياضيات المال والإستثمار

تأليـــف

دكتور
إبراهيم موسى عبد الفتاح
أستاذ الرياضيات والإحصاء
كلية التجارة - جامعة الزقازيق

دكتور
حسن محمد على
مدرس الرياضيات والإحصاء
كلية التجارة - جامعة الزقازيق

الناشر مكتبة المدينة بالزقازيق

٢٠٠٠

بسم الله الرحمن الرحيم

﴿وقل اعملوا فسيرى الله

عملكم ورسوله والمؤمنون﴾

صدق الله العظيم

مقدمة:

لقد ازدادت أهمية استخدام رياضيات المال والإستثمار بشكل كبير في البنوك والمؤسسات التجارية والإستثمارية والتى تمثل بدورها حجر الزاوية فى خطط التنمية الإقتصادية.

ويهدف هذا الكتاب إلى اعطاء الدارسين والباحثين والمستثمرين والعاملين بالبنوك والمؤسسات المالية الأدوات الرياضية التحليلية اللازمة لإتخاذ القرارات المالية السليمة وتحديد أفضل البدائل فى مجال التجارة والإستثمار.

ولقد قمنا بعرض موضوعات هذا الكتاب متوخين بساطة الشرح وشموله، وفى سبيل ذلك تم تزويد كل موضوع بعدد كبير من الأمثلة والتطبيقات المحلولة والتمارين التى راعينا فيها التدرج والتنوع، فهى ليست تكراراً مملاً للفكرة نفسها وإنما تطرق أفكاراً متنوعة مستوحاة من الواقع المالى فى مختلف مجالات الحياة.

وينقسم هذا الكتاب إلى جزئين رئيسيين:

الجزء الأول: قام بإعداد هذا الجزء الدكتور/ **حسن محمد على** ويختص بدراسة العمليات المالية قصيرة الأجل والتى تتم المحاسبة فيها على أساس الفائدة البسيطة بالإضافة إلى مناقشة بعض الموضوعات المتعلقة بالنواحى التطبيقية للفائدة البسيطه فى الحياة العملية مثل عمليات الكمبيو وحسابات التوفير والحسابات الجارية.

ويشمل هذا الجزء حساب الفائدة البسيطه وجملة مبلغ ما والقيمه الحالية والخصم وخصم الأوراق التجارية وبعض التطبيقات المتنوعة على الفائدة البسيطة مثل تسوية الديون قصيرة الأجل والبيع باستخدام نظام التقسيط، أيضاً الطرق المختلفة لاستهلاك القروض قصيرة الأجل هذا بالإضافة إلى بعض عمليات الكمبيو والتجارة الخارجية وبعض العمليات الماليه الأخرى مثل حسابات التوفير والحسابات الجاريه ذات العائد وقد تم تدعيم هذه الموضوعات بالعديد من الأمثلة والتمارين المناسبة.

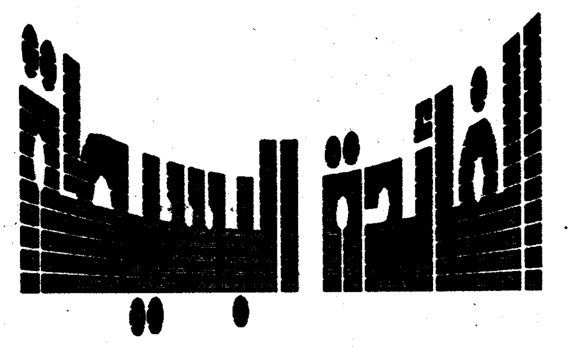
الجزء الثاني: قام بإعداد هذا الجزء الأستاذ الدكتور/ **إبراهيم موسى عبد الفتاح** ويختص بدراسة العمليات المالية طويلة الأجل والتى تتم المحاسبة فيها على أساس الفائدة المركبة ويشمل هذا الجزء حساب الجملة والقيمة الحالية سواء للمبالغ العادية أو للدفعات المتساوية، كما يشمل تسوية واستبدال الديون بالإضافة إلى استهلاك كل من القروض العادية والسندات والأصول الثابتة.

ونأمل أن يحقق هذا الكتاب الغرض منه، راجين الله سبحانه وتعالى أن نكون قد وفقنا فى عرض موضوعاته بما يفيد كل من يدرس الرياضيات المالية أو يستخدم أدواتها من الطلاب والعاملين فى هذا المجال.

والله من وراء القصد وهو الهادى إلى سواء السبيل.

المؤلفان


الجزء الأول


الفاتحة البسيطة

فهرس الجزء الأول من الكتاب

الفائدة البسيطة

الباب الاول

الفائدة البسيطة والجملة

عادة مـا يتفق الاقتصاديون على تقسيم عوامل الانتاج الى أربعه عوامل هى الارض والعمل والتنظيم ورأس المال. فكما يحتاج صاحب المشروع الاقتصادى الى الموارد الطبيعية أما بالشراء أو الاستئجار والى العمل عن طريق الاستئجار أيضا وكذلك الى التنظيم عن طريق توظيف أكفأ المديرين، فإنه فى حاجة أيضا الى الحصول على رأس المال إما من ماله الخاص أو عن طريق اقتراضه من ممولين أخرين. وكما أن عليه أن يدفع عن الطبيعه المستأجره ريعا، وعن العمل أجر وعن التنظيم مرتباً فإن عليه أن يدفع عن رأس المال أجر نظير اقتراضه واستعماله فى مشروعه وهذا الاجر هو ما يطلق عليه بالفائده.

وعليه يمكن تعريف الفائده على أنها الاجر أو التعويض الذى يدفع مقابل حق استخدام رأس المال المقترض أو المستثمر لفتره معينه من الزمن وكذلك بمعدل فائده معين.

والفائده أو العائد على استثمار أو اقتراض أى مبلغ إما تحسب على أساس الفائده البسيطه أو على أساس الفائده المركبه، حيث ينحصر الفرق بين نوعى الفائده (البسيطه أو المركبه) فى أنه فى حاله الفائده البسيطه لا تحسب فوائد على الفوائد المستحقه أى أن الفوائد المخصصه لا تضاف الى أصل المبلغ قبل حساب الفوائد للفترة التاليه.

ويتضح من التعريف السابق أن الفائده (والتى سوف نرمز لها بالرمز ف) تتحدد وفقا لعناصر ثلاثه هى:-

الاول : أصل المبلغ المستثمر أو المقترض.

الثانى : معدل أو سعر الفائده.

الثالث : مدة الاستثمار أو الاقتراض.

وفيما يلى استعراض لعناصر الفائده البسيطه:

* بالنسبه لأصل المبلغ المستثمر أو المقترض : هو قيمة المبلغ الذى يقوم صاحبه باستثماره سواء بإيداعه فى أحد البنوك أو إقتراضه لأخر ويكون فى صورة عدد معين من الواحدات النقديه وسوف نستخدم فى تعاملنا مع المبلغ المستثمر أو المقترض بالرمز (أ).
* بالنسبه لمعدل أو سعر الفائده: يرمز لمعدل الفائده بالنسبه لوحده رأس المال وهو الجنيه الواحد ووحده الزمن وهى السنه بالرمز (ع)، وفى نفس الوقت يساوى فائده مائه جنيها عن سنه واحده، وتستخدم فى هذه الحاله علامه النسبه المئويه (٪).
* بالنسبه لمده الاستثمار أو الاقتراض فيقصد بها الفتره الزمنيه التى يستخدم خلالها رأس المال، وعاده ما تكون المده محسوبه بالسنوات (ن)، أما إذا كانت المده بالشهور (ش)، أو الايام (ى) فإنها تنسب الى السنه وتتناسب الفائده تناسباً طردياً مع كل من العناصر الثلاثه السابقه (المبلغ والمعدل والمده) حيث تزداد الفائده بزيادة أحد هذه العناصر أو زيادتها جميعا والعكس صحيح.

أولاً: كيفية حساب الفائده البسيطه على مبلغ (أ):

مثال (١-١)

بافتراض أنه تم ايداع مبلغ ١٠٠ جنيه فى بنك يحسب فوائد بمعدل ٤٪ سنوياً لمده سنه. واضح أن الفائده فى نهايه السنه تبلغ ٤ جنيهات وقد حسبت كما يلى:-

$$\text{الفائده (ف)} = ١٠٠ \times \frac{٤}{١٠٠} \times ١ = ٤ \text{ جنيه}$$

وعلى ذلك يمكننا الوصول الى أن:

الفائده = المبلغ المستثمر (المقترض) × معدل الفائده السنوى × المده بالسنوات

وباستخدام رموز العناصر الثلاثه السابقه للفائده البسيطه نجد أن:

ف = أ × ع × ف

يلاحظ أن: معدل الفائده سنوى وبالتالى لابد أن تكون المده بالسنوات والامثله التاليه توضح كيفية حساب الفائده البسيط اذا كانت المده بالسنوات أو الشهور أو الإيام.

١- اذا كانت المده بالسنوات:

مثال (أ-٢)

أودع أحمد مبلغ ١٠٠٠ جنيه فى البنك الاهلى لمده سنتين، وكان البنك يحسب فوائد بسيطه بمعدل ١٢٪ سنوياً. إحسب مقدار الفائده المستحقة فى نهايه المده.

الحـل

واضح أن المبلغ (أ) = ١٠٠٠

معدل الفائده البسيطه (ع) = ١٢٪ سنوياً.

المده بالسنوات (ن) = ٢ سنه.

∴ الفائده (ف) = أ × ع × ن

$$= ١٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times ٢ = ٢٤٠ \text{ جنيه}$$

مثال (١-٣)

أودعت منى مبلغ ٨٠٠٠ جنيه لمده سنتين وفى نهايـة المـده وجـد أن الفائده المستحقه له تعادل ١٩٢٠ جنيها. أحسب معدل الفائده البسيطه السـنوى الذى يستخدمه البنك.

الحـل

من المثال واضح أن.

أ = ٨٠٠٠ جنيه، ف = ١٩٢٠ جنيه ن= ٢ سنه

وحيث أن:

ف = أ × ع × ن

$$\therefore ١٩٢٠ = ٨٠٠٠ \times \frac{ع}{١٠٠} \times ٢$$

$$\therefore ع = \frac{١٠٠ \times ١٩٢٠}{٨٠٠٠ \times ٢} = ١٢٪ \text{ سنوياً}$$

وبالتالى فإن معدل الفائده السنوى الذى يستخدمه البنك = ١٢٪

٢- المده بالشهور:

إذا كانت مده الاستثمار (الاقتراض) بالشهور وجب تحويلها الى جزء من السنه وذلك بالقسمه على ١٢ (حيث عدد شـهور السنه ١٢ شـهر) وعلى ذلك فإن:

$$\text{المده بالسنوات (ن)} = \frac{\text{عدد الشهور}}{١٢} = \frac{\text{ش}}{١٢}$$

مثال (١-٤)

أودعت دينا مبلغ ١٠٠٠ جنيه فى بنك القـاهره لمـده ٦ شـهور وكـان البنك يحسب فوائد بسيطه بمعدل ١٤٪ سنوياً - إحسب مقدار الفائده المستحقه فى نهايه المده.

الحـل

من المثال يلاحظ

$$\therefore \quad \text{أ} = ١٠٠٠ \quad ، \text{ع} = ١٤\%$$

$$، \text{ن} = \frac{\text{ش}}{١٢} = \frac{٦}{١٢} = \frac{١}{٢} \text{ سنه}$$

وبالتعويض المباشر فى قانون الفائده البسيطه نجد أن

$$\text{ف} = ١٠٠٠ \times \frac{١٤}{١٠٠} \times \frac{١}{٢} = ٧٠ \text{ جنيها.}$$

الفائدة الصحيحة:

٣- اذا كانت مدة الاستثمار (الاقتراض) بالايام وجب تحويلها الى جزء من السنه وذلك بالقسمه على ٣٦٥ أو ٣٦٦ يوم حسب كون السنه بسيطه ٣٦٥ يوماً أو السنه كبيسه (٣٦٦) والفرق ناتج من أن شهر فبراير ٢٨ يوماً فى السنه البسيطه، ٢٩ يوماً فى السنه الكبيسه.

ولمعرفة كون السنه بسيطه أو كبيسه تقسم السنه على ٤ فإذا كان الناتج رقم صحيح دون كسر كانت السنه كبيسه، أما إذا كانت الناتج رقم صحيح وكسر كانت السنه بسيطه.

فمثلا سنه ١٩٩٦ تعتبر سنه كبيسه لأن $\frac{١٩٩٦}{٤}$ = ٤٩٩،

أما عام ١٩٩٨ تعتبر سنه بسيطه لأن $\frac{١٩٩٨}{٤}$ = ٤٩٩,٥،

وتسمى الفائده المحسوبه فى هذه الحاله بالفائده الصحيحه ويرمز لها بالرمز (ف ص) حيث:

$$ف ص = أ \times ع \times \frac{ى\ (عدد\ الايام)}{٣٦٥\ أو\ ٣٦٦}$$

الفائده التجاريه أو العاديه:

نظراً لصعوبة العمليات الحسابيه عند حساب الفائده على أساس الفائده الصحَيحه، تم الاتفاق فى السوق الماليه على اعتبار أن السنه التجاريه ٣٦٠ يوماً بصرف النظر عن كون السنه بسيطه أو كبيسه، لما فى ذلك من تسهيل فى العمليات الحسابيه كما أن ذلك يحقق فائده أكبر للبنوك والمؤسسات

التجاريه اذا قامت بدور المقرض وتسمى الفائده المحسوبه على أساس أن السنه عباره عن ٣٦٠ يوم بالفائده التجاريه (ف ت) أى أن:

$$ف\ ت = أ \times ع \times \frac{ى}{٣٦٠}$$

من البديهى أن الفائده التجاريه (ف ت) سوف تكون أكبر من الفائده الصحيحه وذلك فى حاله ثبات كل من المبلغ والمده والمعدل أى أن.

$$ف\ ت > ف\ ص$$

وتجدر الإشارة الى انه اذا لم يحدد نوع الفائده البسيطه المطلوب استخدامها فالأصل هو استخدام الفائده التجاريه مالم ينص صراحه على استخدام الفائده الصحيحه.

مثال (١-٥)

أودع محمد فى يوم ١٨ يناير ١٩٩٨ مبلغ ١٠٠٠ جنيه فى بنك الاسكندريه والذى يحسب فوائد بمعدل ١٢٪ سنوياً. إحسب الفائده البسيطه المتكونه له فى يوم ٢٥ مارس من نفس العام

الحل

نحسب أولاً المده كما يلى:

الباقى من شهر يناير هو ١٣ يوم (الفرق بين يناير وأخر شهر يناير وهو ٣١ يناير) ويحسب شهر فبراير بالكامل وهو ٢٨ يوماً على اعتبار سنه

١٩٩٨ سنه بسيطه. أما شهر مارس فيحسب حتى تاريخ حساب الفائده وهو ٢٥ مارس أى ٢٥ يوماً أى أن المده تحسب كما يلى.

	يناير	فبراير	مارس	ابريل
المده بالايام =	١٣ +	٢٨ +	٣١ +	٢٥ = ٦٧ يوماً

وحيث أنه لم يذكر فى المثال نوع الفائده المطلوبه ما إذا كانت فائده صحيحه أم تجاريه فإن الحل يكون دائما على أساس الفائده التجاريه.

وحيث أن:

$$أ = ١٠٠٠ \qquad ع = ١٢٪ \qquad ن = \frac{ى}{٣٦٠} = \frac{٦}{٣٦٠}$$

$$، \quad ف_{ت} = أ \times ع \times \frac{ى}{٣٦٠}$$

$$ف_{ت} = ١٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٦٧}{٣٦٠} = ٢٢,٣ \text{ جنيه.}$$

مثال (١-٦)

فى حالة (أتفاق يوم الاقتراض مع يوم السداد) ⇐ تحسب المده فى هذه الحاله بالشهور اقترض تاجر مبلغ ١٢٠٠٠ جنيها من أحد البنوك فى ١٩٩٧/٦/٨ حيث كان معدل الفائده المستخدم فى البنك ٢٢٪ سنوياً. وقد قام التاجر بسداد المبلغ والفائده المستحقه عليه فى ١٩٩٨/١٠/٨. المطلوب حساب قيمة الفائده المستحقه.

الحـل

يلاحظ اتفاق يوم الاقتراض مع يوم السداد

وبالتالى تحسب المده بالشهور كالاتى:

تاريخ استحقاق القرض	٨ / ١٠ / ١٩٩٨
تاريخ بدايه القرض	٨ / ٦ / ١٩٩٧
∴ ناتج الطرح =	- / ٤ / ١ = ١٦ شهراً

$$\therefore \text{ف} = ١٢٠٠٠ \times \frac{٢٢}{١٠٠} \times \frac{١٦}{١٢} = ٣٥٢٠ \text{ جنيها.}$$

العلاقه بين الفائده التجاريه والفائده الصحيحه:

حيث أن

$$\text{ف ت} = \text{أ} \times \text{ع} \times \frac{\text{ى}}{٣٦٠}$$

$$\text{ف ص} = \text{أ} \times \text{ع} \times \frac{\text{ى}}{٣٦٥}$$

(لاحظ أننا أخذنا السنه ٣٦٥ يوماً فى حاله الفائده الصحيحه حيث أن ٧٥٪ من السنوات تكون بسيطه)

$$\therefore \frac{\text{ف ت}}{\text{ف ص}} = \frac{\text{أ} \times \text{ع} \times \frac{\text{ى}}{٣٦٠}}{\text{أ} \times \text{ع} \frac{\text{ى}}{٣٦٠}} = \frac{٣٦٥}{٣٦٠} = \frac{٧٣}{٧٢}$$

أى أن

$$\text{ف ت} = \frac{٧٣}{٧٢} \text{ ف ص}$$

أو

$$ف ت = \frac{٧٣}{٧٢} ف ص$$

مثال (١-٧)

اقترض شخص مبلغا وقدره ١٠٠٠ جنيه لمده ١٥٠ يوم بمعدل فائدة بسيطه قدرها ١٢٪ سنوياً. إحسب الفائده التجاريه ومنها احسب الفائده الصحيحه.

الحل

أ = ١٠٠٠ $\quad$ ن = $\frac{١٥٠}{٣٦٠}$ $\quad$ ع = ١٢٪

$$ف ت = أ \times ع \times \frac{ى}{٣٦٠}$$

$$= ١٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{١٥٠}{٣٦٠} = ٥٠ \text{ جنيها}$$

وحيث أن ،

$$ف ص = \frac{٧٢}{٧٣} \qquad ف ص = \frac{٧٢}{٧٣} (٥٠) = ٤٩,٣٠ \text{ جنيه.}$$

(لاحظ أن الفائده التجاريه أكبر من الفائده الصحيحه لمبلغ ١٠٠٠ بنفس معدل الفائده ولنفس مده الاقتراض أو الاستثمار). كما يلاحظ أنه إذا وقعت أيام المده بعضها خلال سنه بسيطه والأخر خلال سنه كبيسه فتفصل المدتان وتستخدم المعادلات الخاصه بكل مده كما سيتضح فى المثال الآتى:

مثال (١-٨)

فى يوم ١٩٩٥/٨/٩ أودع أحد الاشخاص مبلـغ ١٠,٠٠٠ جنيهـا فـى أحد البنوك ليستثمر بمعدل فائده ١٥٪ سنوياً، فإذا كـان هـذا الشـخص قـد قـام بسحب هذا المبلغ فى أول مارس ١٩٩٦م. احسب أولاً الفـائده التجاريـه التـى استحقت عن هـذا المبلـغ ثـم استخدام العلاقـة بيـن الفـائده التجاريـه والفـائده الصحيحه لايجاد قيمة الفائده الصحيحه، ثم تـأكد مـن النتيجـة بحسـاب الفـائده الصحيحه بالطريقه العاديه.

الحـل

	أغسطس		سبتمبر		أكتوبر		نوفمبر		ديسمبر
مده الإستثمار الإجمالية بالأيام =	٢٢	+	٣٠	+	٣١	+	٣٠	+	٣١
	يناير		فبراير		مارس				
	٣١	+	٢٩	+	١	= ٢٠٥ يوماً			

∴ ف ت = $١٠,٠٠٠ \times \frac{١٥}{١٠٠} \times \frac{٢٠٥}{٣٦٠}$ = ٨٥٤,١٦٧ جنيها

ويلاحظ فى حساب الفائده التجاريه أننا لم نفرق بين المده خلال السنه البسيطه والسنه الكبيسه، اذ أن السنه فى حساب الفوائـد التجاريـه تؤخـذ ٣٦٠ يوماً، سواء أكانت السنه بسيطه أم كبيسه.

وحتى يمكن استخدام العلاقـات بيـن فـ ت ، فـ ص لحسـاب فـ ص يجب الفصل بين المدتين.

∴ المده خلال السنه البسيطه

أغسطس سبتمبر أكتوبر نوفمبر ديسمبر

= ٢٢ + ٣٠ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ = ١٤٤ يوماً

∴ ف ت عن هذه المده = ١٠٠٠٠ × $\frac{١٥}{١٠٠}$ × $\frac{١٤٤}{٣٦٠}$ = ٦٠٠ جنيه

∴ ف ص عن هذه المده = ٦٠٠ × $\frac{٧٢}{٧٣}$ = ٥٩١,٧٨١ جنيها.

يناير فبراير مارس

، المده خلال السنه الكبيسه ٣١ + ٢٩ + ١ = ٦١ يوماً

∴ ف ت عن هذه المده = ١٠٠٠٠ × $\frac{١٥}{١٠٠}$ × $\frac{٦١}{٣٦٠}$ = ٢٥٤,١٦٧ جنيهاً

، ف ص عن هذه المده = ٢٥٤,١٦٧ × $\frac{٦٠}{٦١}$ = ٢٥٠ جنيه.

∴ ف ت عن المده بالكامل = ٦٠٠ + ٢٥٤,١٦٧ = ٨٥٤,١٦٧ جنيها

، ف ص عن المده بالكامل = ٥٩١,٧٨١ + ٢٥٠ = ٨٤١,٧٨١ جنيها

ولحساب الفائده الصحيحه بالطريقه العاديه فإن:

ن = ($\frac{١٤٤}{٣٦٥}$ + $\frac{٦١}{٣٦٦}$)

∴ ف ص = ١٠٠٠٠ × $\frac{١٥}{١٠٠}$ ($\frac{١٤٤}{٣٦٥}$ + $\frac{٦١}{٣٦٦}$) = ٨٤١,٧٨١ جنيها

الفرق بين الفائدتين التجاريه والصحيحه:

يمكن إيجاد الفرق بين الفائدتين التجاريه والصحيحه سواء بدلالـه الفائده التجاريه أو الصحيحه كالآتى:

حيث أن:

الفرق بين الفائدتين = $ف_{ت}$ − $ف_{ص}$

$$= ف_{ت} - \frac{٧٢}{٧٣} ف_{ت} = ف_{ت} \left(١ - \frac{٧٢}{٧٣}\right) = \frac{١}{٧٣} ف_{ت}$$

∴ الفرق بين الفائدتين = $\frac{ف\ ت}{٧٣}$

ومنها نجد أن:

$ف_{ت}$ = ٧٣ (الفرق بين الفائدتين)

كما أن:

$$\text{الفرق بين الفائدتين} = \frac{٧٣}{٧٢} ف_{ص} - ف_{ص} = ف_{ص}\left(\frac{٧٣}{٧٢} - \frac{٧٢}{٧٢}\right) = \frac{١}{٧٢} ف_{ص}$$

∴ الفرق بين الفائدتين = $\frac{\text{الفائد الصحيحه}}{٧٢} = \frac{ف\ ص}{٧٢}$

ومنها نجد أن :

الفائده الصحيحه (ف ص) = ٧٢ (الفرق بين الفائدتين)

أى أن:

$ف_{ص}$ = ٧٢ (الفرق بين الفائدتين)

مثال (١-٩)

أودع شخص مبلغ ٨٠٠٠ جنيه يوم ٢٨ فبراير ١٩٩٥ في البنك الاهلى بمعدل فائده بسيطه ٨٪ سنوياً، وفى نهاية المده وجد أن الفائده الصحيحه المستحقه له بلغت ٣١٥,٦١٦ جنيها احسب:

١- الفائده التجاريه.

٢- تاريخ سحب المبلغ.

الحل

حيث أن:

أ = ٨٠٠٠ ، ع = ٨٪ ، $ف_{ص}$ = ٣١٥,٦١٦

، $ف_{ت} = \frac{٧٣}{٧٢} ف_{ص}$

∴ $ف_{ت} \frac{٧٣}{٧٢} \times ٣١٥,٦١٦ = ٣١٩,٩٩٩$ جنيه

∴ $ف_{ت} = أ \times ع \times \frac{ى}{٣٦٠}$

∴ $ف_{ت} = ٣١٩,٩٩٩ = ٨٠٠٠ \times \frac{٨}{١٠٠} \times \frac{ى}{٣٦٠} = \frac{١٦}{٩}$ جنيه

∴ $ى = ٣١٩,٩٩٩ \times \frac{٩}{١٦} = ١٨٠$ يوماً تقريباً

	مارس	ابريل	مايو	يونيه	يوليه	اغسطس
∴ تاريخ سحب المبلغ	٣١ +	٣٠ +	٣١ +	٣٠ +	٣١ +	٢٧

أى أن تاريخ سحب المبلغ هو ٢٧ اغسطس ١٩٩٥.

مثال (١-١٠)

اشترى شخص قطعة أرض ودفع ثمنها ٥٠٠٠ جنيها نقداً واتفق مع البائع على سداد باقى الثمن بعد ١٨٠ يوماً على أن تحسب فائده تجاريه بمعدل ١٢٪ سنوياً. فإذا علمت أن الفرق بين الفائدتين التجاريه والصحيحه بلغ ٦ جنيهات. احسب ما يلى:

أولاً: ثمن شراء قطعة الارض.

ثانياً: قيمة المبلغ الواجب سداده فى نهاية المده.

الحل

$\therefore \text{ف}_{\text{ت}} = ٧٣$ (الفرق بين الفائدتين)

$= ٧٣ \times ٦ = ٤٣٨$ جنيها

$$\therefore \text{ف}_{\text{ت}} = \text{أ} \times \text{ع} \times \frac{\text{ى}}{٣٦٠}$$

$$\therefore ٤٣٨ = \text{أ} \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{١٨٠}{٣٦٠}$$

$$\therefore \text{أ} = ٤٣٨ \times \frac{١٠٠}{٦} = ٧٣٠٠$$ جنيها.

ومعنى هذا أن المبلغ المتبقى من ثمن الارض (والذى أعتبر قرض) = ٧٣٠٠ جنيه.

∴ ثمن شراء قطعة الارض = ٥٠٠٠ + ٧٣٠٠ = ١٢٣٠٠ جنيها.

٢- قيمة المبلغ الواجب سداده فى نهاية المده =

المبلغ المتبقى من الثمن + الفائده التجاريه المستحق عليه

٧٣٠٠ + ٤٣٨ = ٧٧٣٨ جنيها.

ثانياً: حساب جمله مبلغ

إذا استثمر شخص مبلغ معين (أ) بمعدل فـائده بسيطه معين (ع) ولمده زمنيه محدده (ن) فإن جملة هذا المبلغ (جـ) فى نهاية المده عباره عن أصل المبلغ مضافاً اليه الفائده المستحقه أى أن:

جمله المبلغ = أصل المبلغ + الفائده البسيطه

أو

جـ = أ + ف

وحيث أن:

ف = أ × ع × ن

∴ جـ = أ (١ + ع ن)

مثال (١-١١)

احسب جملة مبلغ ١٠٠٠ جنيه استثمر فى بنك بمعدل ١٤٪ لمده ١٨ شهر.

الحـل

أ = ١٠٠٠ جنيه ع = ١٤٪ ن = $\frac{١٨}{١٢}$ جـ = ؟

يمكن إيجاد الجمله كما يلى:

∵ ف= ١٠٠٠ × $\frac{١٤}{١٠٠}$ × $\frac{١٨}{١٢}$ = ٢١٠ جنيها

∴ جـ = أ + ف

= ١٠٠٠ + ٢١٠ = ١٢١٠ جنيها

أو باستخدام القانون الآتى مباشرة:

جـ = أ (١ + ع ن)

$$= ١٠٠٠ \left(١ + \frac{١٤}{١٠٠} + \frac{١٨}{١٢}\right)$$

$$= ١٠٠٠ \left(١ + \frac{٢٥٢}{١٢٠٠}\right) = ١٢١٠ \text{ جنيها}$$

مثال (١-١٣)

اقترضت شركه النهضه مبلغ ١٢٠٠٠٠ جنيها من بنك القاهرة فى يوم ٢٠ مارس ١٩٩٧ بمعدل فائده ١٥٪ سنوياً. احسب المبلغ الواجب سداده يوم ١٧ أغسطس من نفس العام.

الحل

أ = ١٢٠٠٠٠ جنيها ع = ١٥٪

ويمكن حساب مدة القرض بالأيام كم يلى

	مارس	ابريل	مايو	يونيه	يوليو	اغسطس	
المده بالأيام	١١	٣٠	٣١	٣٠	٣١	١٧	= ١٥٠ يوماً

∴ جـ = أ (١ + ع ن)

$$= ١٢٠٠٠٠ \left(١ + \frac{١٥}{١٠٠} \times \frac{١٥٠}{٣٦٠}\right) = ١٢٧٥٠٠ \text{ جنيها}$$

مثال (١-١٣)

أودع شخص مبلغاً معيناً فى أحد البنوك فبلغت جملته ٢٠٣٠جنيه فى نهاية ٦٠ يوم وبلغت جملتـه ٢٠٩٠ جنيـه فـى نهايـة سـته شـهور والمطلـوب إيجاد المبلغ والمعدل.

ارشاد الحل: أ = ٢٠٠٠ جنيه

ع = ٩٪ سنوياً

ثالثاً: مجموع الفوائد البسيطه على عده مبالغ:

مـن المعلـوم أن المقـترض أو المسـتثمر يتعـاملان عـاده فـى السـوق الماليه بعده مبالغ وليـس بمبلـغ واحـد وغالبـا مـا يـراد حسـاب مجمـوع فوائـد القـروض أو الاسـتثمارات المتعدده دفعـه واحـده ونـادراً مـا يكـون الاهتمـام بمعرفة فائده كل مبلغ على حده.

مثال (١-١٤)

أودع شخص المبالغ الآتيه فى أحد البنوك وذلك خلال عام ١٩٩٧.

٣٠٠٠ جنيه لمدة ٣ شهور بمعدل فائده ١٢٪

٤٠٠٠ جنيه لمدة ٦ شهور بمعدل فائده ١٨٪

٦٠٠٠ جنيه لمدة سنـــه بمعدل فائده ١٥٪

أحسب مجموع الفوائد المستحقه

الحـل

$$ف_1 = أ \times ع \times \frac{س}{١٢} = ٣٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢} = ٩٠ \text{ جنيه}$$

$$ف_2 = أ \times ع \times \frac{س}{١٢} = ٤٠٠٠ \times \frac{١٨}{١٠٠} \times \frac{٩}{١٢} = ٣٦٠ \text{ جنيه}$$

$$ف_3 = أ \times ع \times \frac{س}{١٢} = ٦٠٠٠ \times \frac{١٥}{١٠٠} \times \frac{٢٤}{١٢} = ١٨٠٠ \text{ جنيه}$$

∴ مجموع الفوائد المستحقه = ٩٠ + ٣٦٠ + ١٨٠٠ = ٢٢٥٠ جنيه

ومن الطرق المختصره الشائعه الاستخدام فى الحيـاه العمليـه لحسـاب الفائده على عدة مبالغ مختلفه ولمدد مختلفه ولكن بمعدل فائده مشترك هى مـا يعـرف (بطريقـه النمـر" لمـا لهـذه الطريقـه مـن تسـهيل كبـير فـى العمليـات الحسابيه.

وهنا يمكننا التفرقه بين ثلاث حالات:

الحاله الأولى: أذا كانت ١- المبالغ غير متساويه.

٢- معدل الفائده لكل مبلغ مختلف.

٣- فترات ايداع المبالغ غير متساويه.

وفى هذه الحاله يتم إيجاد فائده كل مبلغ من المبالغ كل على حده ثـم نوجـد مجمـوع هـذه الفوائـد، فعلـى فـرض أن فـائدة المبلـغ الأول ف١ وفـائدة المبلغ الثانى ف٢ وهكذا فإن:

مجموع الفوائد = ف١ + ف٢ + ...

مثال (١-١٥)

أودع أحمد المبالغ الآتيه فى عدة بنوك خلال عام ١٩٩٨:

٢٠٠٠ جنيه لمده ٦٠ يوماً بمعدل فائده بسيطه ١١٪

٣٠٠٠ جنيه لمده ١٨٠ يوماً بمعدل فائده بسيطه ١٣٪

٥٠٠٠ جنيه لمده ١٢٠ يوماً بمعدل فائده بسيطه ١٥٪

أحسب مجموع الفوائد المستحقه.

يلاحظ من بيانات المثال السابق أن المبالغ المودعه مختلفه وكذلك مدد الايداع ومعدلات الفائده المستخدمه مختلفه أيضاً لذلك يجب حساب الفائده البسيطه لكل مبلغ على حده وحيث أنه لم ينص صراحة على نوع الفائدة فتعتبر الفائدة هنا تجارية.

$$ف_١ = ٢٠٠٠ \times \frac{١١}{١٠٠} \times \frac{٦٠}{٣٦٠} = ٣٦,٧٠ \text{ جنيها}$$

$$ف_٢ = ٣٠٠٠ \times \frac{١٣}{١٠٠} \times \frac{٨٠}{٣٦٠} = ٨٦,٧٠ \text{ جنيها}$$

$$ف_٣ = ٥٠٠٠ \times \frac{١٥}{١٠٠} \times \frac{١٢٠}{٣٦٠} = ٢٥٠,٠٠ \text{ جنيها}$$

∴ مجموع الفوائد المستحقه = ٣٦,٧٠ + ٨٦,٧٠ + ٢٥٠ = ٣٧٣,٤ جنيه

الحاله الثانيه: إذا كانت ١- المبالغ غير متساويه.

٢- معدل الفائده البسيطه متساوى لكل مبالغ.

٣- فترات ايداع المبالغ غير متساويه.

فى هذه الحاله يتم حساب مجموع الفوائد البسيطه باستخدام طريقه النمر وذلك على النحو التالى:

مجموع الفوائد المستحقه = المعدل ×مجموع النمر (اذا كانت المده بالسنوات)

$$\text{مجموع الفوائد المستحقه} = \frac{\text{المعدل} \times \text{مجموع النمر}}{١٢} \quad \text{(اذا كانت المده بالشهور)}$$

$$\text{مجموع الفوائدالتجاريه} = \frac{\text{المعدل} \times \text{مجموع النمر}}{٣٦٠} \quad \text{(اذا كانت المده بالأيام)}$$

$$\text{مجموع الفوائد الصحيحه} = \frac{\text{المعدل} \times \text{مجموع النمر}}{\text{٣٦٥ أو ٣٦٦}} \quad \text{(اذا كانت المده بالأيام)}$$

ويتم حساب مجموع النمر على النحو التالى :

مجموع النمر = $أ_١ ى_١ + أ_٢ ى_٢ + ...$

أى أن مجموع النمر عباره عن مجموع حواصل ضرب كل مبلغ فى مدته.

مثال (١-١٦)

أودعت منى محمد المبالغ الآتيه فى بنك الاسكندريه

١٠٠٠	لمده	٤	شهور
٢٠٠٠	لمده	٨	شهور
٤٠٠٠	لمده		سنتين

أحسب مجموع الفوائد المستحقه على تلك المبالغ اذا كان معدل الفائده البسيطه المستخدم ١٠٪.

حيث أن معدل الفائده مشترك لجميع المبالغ المودعه. لذلك يجب استخدام طريقه النمر لحساب مجموع الفوائد المستحقه على النحو التالى:

مجموع النمر = ١٠٠٠ × ٤ + ٢٠٠٠ × ٨ + ٤٠٠٠ × ٢٤ = ١١٦٠٠٠

∴ مجموع الفوائد = $\frac{\text{ع × مجموع النمر}}{١٢}$

= $\frac{١١٦٠٠٠ \times ١٠}{١٢ \times ١٠٠}$ = ٩٦٦,٧ جنيها

مثال (١-١٧)

شخص مدين بعدة ديون بموجب الديون تالآتيه

٢٠٠ جنيه في ١٠ يونيو ١٩٩٧

٤٠٠ جنيه في ١٥ يوليو ١٩٩٧

٦٥٠ جنيه في ١٨ سبتمبر ١٩٩٧

أحسب مجموع الفوائد المستحقه على هذه الديون فى ٣١ أكتوبر من نفس العام وذلك إذا علم أن معدل الفائده البسيطه هو ١٢٪

الحل

حيث أن معدل الفائده واحد لكل المبالغ لذلك يجب أستخدام طريقه النمر فى إيجاد مجموع الفوائد وحيث أنه لم ينص على نوع الفائده فتحسب الفائده التجاريه.

	يونيو	يوليو	أغسطس	سبتمبر	أكتوبر	
مده المبلغ الاول ($ى_١$) =	٢٠ +	٣١ +	٣١ +	٣٠ +	٣١	= ١٤٣ يوماً
مده المبلغ الثانى ($ى_٢$) =	- +	١٦ +	٣١ +	٣٠ +	٣١	= ١٠٨ يوماً

مده المبلغ الثالث ($ى_٣$) = - + - + - + ١٢ + ٣١ = ٤٣ يوماً

مجموع النمر = $أ_١ ى_١ + أ_٢ ى_٢ + أ_٣ ى_٣$

$= ٢٠٠ × ١٤٣ + ٤٠٠ × ١٠٨ + ٦٥٠ × ٤٣ = ٩٩٧٥٠$

$$\therefore \text{مجموع الفوائد التجاريه} = \frac{\text{المعدل × مجموع النمر}}{٣٦٠}$$

$$= \frac{٩٩٧٥٠ × ١٢}{٣٦٠ × ١٠٠} = ٣٣,٣ \text{ جنيها}$$

الحاله الثالثة: إذا كانت :

١- المبالغ متساويه (دفعات)

٢- معدل الفائده متساوى لكل المبالغ.

٣- المبالغ تودع أو تحسب على فترات دوريه منتظمه بالشهور

حيث يطلق على الايداع المنتظم هنا بالدفعات والجملة التى سوف نحصل عليها يطلق عليها جمله الدفعات.

فى هذه الحاله يتم ايجاد مجموع الفوائد باستخدام العلاقه الآتيه

$$\text{مجموع الفوائد} = \text{المبلغ (الدفعه)} × \frac{\text{المعدل}}{١٢} × \frac{\text{عدد الدفعات}}{٢}$$

$$× [\text{مدة أستثمار المبلغ الاول} + \text{مدة استثمار المبلغ الاخير}]$$

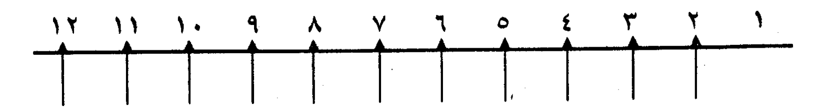
مثال (١-١٨)

أودع أحمد مبلغ ١٥٠٠ جنيه فى أخر كل شهر لمده سنه فى بنك القاهره.

أحسب مجموع الفوائد المستحقه على هذه المبالغ فى أخر السنه إذا علمت أن معدل الفائده البسيطه ١٤٪.

الحـل

يمكن توضيح كيفية حساب مده استثمار كل من الدفعه الاولى والاخير على النحو التالى:



∴ مده استثمار الدفعه الاولى = ١١ شهراً.

، مده استثمار الدفعهالاخيره = صفر شهراً.

$$\text{مجموع الفوائد} = \text{الدفعه} \times \frac{\text{المعدل}}{١٢} \times \frac{\text{عدد الدفعات}}{٢}$$

[مدة أستثمار الدفعه الاول + مدة استثمار الدفعه الاخير]

$$\therefore \text{مجموع الفوائد} = ١٥٠٠ \times \frac{١٤}{١٠٠ \times ١٢} \times \frac{١٢}{٢} [١١ + \text{صفر}] = ١١٥٥ \text{ جنيهاً}$$

ملحوظه: أحسب الفوائد المستحقة على هذه الايداعات بفرض أن الايداع أول كل شهر (ارشاد الحل: ١٣٦٥ جنيها)

$$\therefore \text{مجموع الفوائد} = ١٥٠٠ \times \frac{١٤}{١٠٠ \times ١٢} \times \frac{١٢}{٢} [١٢+١] = ١٣٦٥ \text{ جنيه}$$

مثال (١-١٩)

أودعت شركة دينا مبلغ ١٠٠٠ جنيه فى بنك القاهرة فى ١٩٩٨/٢/١٢ أحسب كل من الفائده التجاريه والصحيحه المستحقه للشركة فى ١٩٩٨/٧/١٥ وذلك اذا كان البنك يحتسب فوائد بمعدل ١٤٪ سنوياً وكذلك الفرق بين الفائدتين.

الاجابـه:

أولاً: احتساب مدة الاستثمار (السنه بسيطه (فبراير ٢٨ يوم)

فبراير	مارس	ابريل	يونيو	يوليو	
٢٨					
١٢ -					
١٦ +	٣١ +	٣٠ +	٣١ +	٣٠ +	١٥ = ١٥٣يوم

$$ف_ت = أ \times ع \times \frac{س}{٣٦٠} = ١٠٠٠ \times \frac{١٤}{١٠٠} \times \frac{١٥٣}{٣٦٠} = ٥٩,٥ \text{ جنيه}$$

$$ف_ص = \frac{٧٢}{٧٣} (ف_ت) = \frac{٧٢}{٧٣} \times ٥٩,٥ = ٥٨,٦٨ \text{ جنيه}$$

ويمكن إيجاد الفرق بين الفائدتين بإحدى طريقتين.

١- الفرق $= ف_ت - ف_ص$

$= ٥٩,٥ - ٥٨,٦٨ = ٠,٨٢$ جنيه

٢- الفرق $= \frac{ف_ت}{٧٣} = \frac{٥٩,٥}{٧٣} = ٠,٨٢$ جنيه تقريناً

مثال (١-٣٠)

استثمر أحمد المبالغ الآتيه:

١٠٠٠ جنيه	لمده	٦٥	يوم	ع = ١٠٪
٢٠٠٠ جنيه	لمده	٨٠	يوم	ع = ١٢٪
٣٠٠٠ جنيه	لمده	١٠٠	يوم	ع = ١٤٪

أحسب مجموع الفوائد

الحل

حيث أن كل من المبالغ والمدد والمعدلات وبالتالى يمكن حساب مجموع الفوائد المستحقه وذلك بحساب فائده كل مبلغ على حده.

$$ف_1 = أ_1 \times ع_1 \times \frac{ى_1}{٣٦٠} = ١٠٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{٦٥}{٣٦٠} = ١٨,٠٥ \text{ جنيه}$$

$$ف_2 = أ_2 \times ع_2 \times \frac{ى_2}{٣٦٠} = ٢٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٨٠}{٣٦٠} = ٥٣,٤٠ \text{ جنيه}$$

$$ف_3 = أ_3 \times ع_3 \times \frac{ى_3}{٣٦٠} = ٣٠٠٠ \times \frac{١٤}{١٠٠} \times \frac{١٠٠}{٣٦٠} = ١١٦,٧ \text{ جنيه}$$

∴ مجموع الفوائد $= ف_1 + ف_2 + ف_3$

$= ١٨,٠٥ + ٥٣,٤٠ + ١١٦,٧ = ١٨٨,٠٥$ جنيه

مثال (١-٣١)

١ فبراير ١٩٩٨ أقترض شخص مبلغ ٢٠٠٠ جنيه من بنك القاهره من أن يسدده مع فوائده فى ١٩ سبتمبر من نفس العام فإذا كان المبلغ المسدد هو ٢١٥٧,٥٥ جنيه. أوجد ع٪.

الحـل

حيث أن:

جـ = أ + ف

∴ ف = جـ - أ = ٢١٥٧,٥٥ - ٢٠٠٠ = ١٥٧,٥٥

احتساب مدة الاقتراض

فبراير	مارس	ابريل	مايو	يونيو	يوليو	أغسطس	سبتمبر	
٢٨								
١ -								
٢٧ +	٣١ +	٣٠ +	٣١ +	٣٠ +	٣١ +	٣١ +	٣١ +	٩١ = ٢٣٠ يوم

وحيث أنه لم يحدد لنا نوع الفائدة المطلوبه وبالتالى الفائدة المستخدمه هى فائدة تجاريه.

∴ فَن = أ × ع × $\frac{ى}{٣٦٠}$

∴ ١٥٧,٥٥ = ٢٠٠٠ × $\frac{ع}{١٠٠}$ × $\frac{٢٣٠}{٣٦٠}$

∴ ع = ١٢,٣٣٪ سنوياً

مثال (١-٣٣)

أودع شخص مبلغ ٨٠٠٠ لمده سنتين وفى نهاية المده وجد أن الفائده المستحقه له ١٩٢٠ جنيه أحسب معدل الفائده البسيط السنوى الذى يستخدم البنك.

الحـل

أ = ٨٠٠٠ ف = ١٩٢٠ ن = ٢

∴ ف = أ × ع × ن

$\therefore 1920 = 8000 \times \frac{ع}{100} \times 2$

$\therefore ع = \frac{1920 \times 100}{8000 \times 2} = 12\%$ سنوياً

مثال (١-٢٣)

استثمر شخص مبلغاً ما يوم ٢٥ مايو ١٩٩٧ فى بنك مصر بمعدل فائده ١٤٪ سنوياً. وفى يوم ٢٢ سبتمبر من نفس العام وجد أن الفائده التجاريه المستحقه ٢٨٠ جنيه.

أحسب

١- أصل المبلغ ٢- الفرق بين الفائدتين.

مايو	يونيو	يوليو	اغسطس	سبتمبر	
٣١					
٢٥ -					
٦ +	٣٠ +	٣١ +	٣١ +	٢٢ =	١٢٠ يوم

$\therefore ف = أ \times ع \times \frac{ى}{360}$

$\therefore 280 = أ \times \frac{14}{100} \times \frac{120}{360}$

$\therefore أ = \frac{280 \times 300}{14} = 6000$ جنيه

الفرق بين الفائدتين $= \frac{ف ت}{73} = \frac{280}{73} = 3,84$ جنيه.

تمارين على الباب الأول

١- "يعتبر عنصر المدة هو المعيار الأساسى فى التفرقة بين الفائدة البسيطة، والفائدة المركبة، فالفائدة البسيطة تستخدم فى حالات القروض والإستثمارات قصيرة الأجل والتى تكون مدتها عادة بالأيام أو الأشهر، فى حين أن الفائدة المركبة تستخدم فى حالات القروض طويلة الأجل والتى تكون مدتها بالسنوات".

هل تتفق مع هذا الرأى ولماذا؟

٢- إحسب مدد استثمار المبالغ الآتية:

* ١٠٠٠ جنيه أودعت فى ١٤ أكتوبر سنة ١٩٩٥، وسحبت فى ١٧ مارس ١٩٩٦.
* ٦٥٠٠ جنيه أودعت فى ١٨ يناير سنة ١٩٩٦، وسحبت فى ١٥ سبتمبر سنة ١٩٩٦.
* ٤٨٠٠ جنيه أودعت فى ١٥ يوليو سنة ١٩٩٤، وسحبت فى ١٥ يونيو سنة ١٩٩٥.

٣- أودع مبلغ ٤٥٠٠ جنيه فى أحد البنوك، لمدة سنتين ونصف أوجد الفائدة على المبلغ فى نهاية هذه المدة، إذا علمت أن البنك يحسب الفائدة البسيطة بمعدل ١٠٪ سنوياً.

٤- إذا بلغت الفائدة على مبلغ ما ٤٠٢ جنيهاً، عندما استثمر لمدة سنة وأربعة شهور، وذلك بمعدل فائدة بسيطة ٥٪ سنوياً، أوجد المبلغ المذكور.

٥- قرض قيمته ٢٥٠٠ جنيه، فإذا علمت لديك أن الفائدة الصحيحة عليه قد بلغت ٥٠ جنيهاً، أوجد مدة التعاقد على هذا القرض بالأيام، بفرض أن معدل الفائدة البسيطة المستخدم ٤٪ سنوياً.

٦- إحسب الفائدة الصحيحة، والفائدة التجارية لمبلغ ٥٠٠٠ جنيه إذا علم أن معدل الفائدة ٦٪ سنوياً، وذلك لكل من المدد التالية:

(أ) ١٢٠ يوماً. (ب) ١٨٠ يوماً.

(جـ) ٤٠ يوماً. (ء) ٣٠٠ يوماً.

٧- مبلغين مجموعهما ٧٠٠٠ جنيه، استثمرا لمدة ٦ شهور، ٩ شهور على الترتيب، بمعدل فائدة بسيطة ٨٪ سنوياً، فإذا بلغت الفائدة عليهما ٣٢٠ جنيهاً أحسب أصل مبلغ كل منهما؟

٨- أ- إذا بلغت الفائدة التجارية عن مبلغ ما ١٤٦ جنيهاً أوجد الفائدة الصحيحة لنفس المبلغ، إذا كانت المدة والمعدل لهما واحدة؟

ب- إذا بلغت الفائدة الصحيحة في الحالة (أ) ٣٦ جنيهاً أوجد الفائدة التجارية؟

جـ- إذا بلغ الفرق بين الفائدتين التجارية والصحيحة ٢٧٤ مليماً لمبلغ معين، استثمر لمدة ١٢٠ يوماً، بمعدل فائدة ٦٪ سنوياً، أوجد قيمة هذا المبلغ؟

٩- إذا بلغ الفرق بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة لمبلغ ٤٥٠٠ جنيهاً، أربعة جنيهات فقط، أوجد مقدار كل من الفائدتين السابقتين، إذا ما كان معدل الفائدة المستخدم معلوم، ومدة الاستثمار معلومه أيضاً.

١٠- اقترض شخص من أحد البنوك مبلغ ٢٥٠٠ جنيه في ١٤ فبراير سنة ١٩٨٩، وفي ١٣ مايو من نفس العام اقترض مبلغ آخر قدره ٥٠٠٠

جنيه، وفى ١٥ أغسطس من نفس العام اقترض مبلغ ثالث من نفس البنك، وفى ٣١ ديسمبر سنة ١٩٨٩ وجد أن مجموع الفوائد المستحقة عليه ٦٧٤,٢٦٥ جنيهاً، فإذا علمت أن البنك يحسب على القروض فائدة بسيطة بمعدل ٩٪ سنوياً، أوجد قيمة القرض الأخير؟

١١- إحسب اصل المبلغ المستثمر فى الحالات الآتية، علماً بأن معدل الفائدة المستخدم ٤٪ سنوياً.

أ- الفائدة ١٥ جنيهاً، والمدة ٢٥٠ يوماً.

ب- الجملة ٤٨٠ جنيهاً، والمدة ٧٥ يوماً.

١٢- إحسب جملة المبالغ الآتية (بطريقتين مختلفتين) فى ٣١ ديسمبر سنة ١٩٩٦، علماً بأن معدل الفائدة التجارية المستخدم ٦٪ سنوياً.

أ- ٤٠٠٠ جنيه أودعت فى ٣٠ مايو سنة ١٩٩٦.

ب- ٥٠٠٠ جنيه أودعت فى ٢٤ أغسطس سنة ١٩٩٦.

جـ- ٢٠٠٠ جنيه أودعت فى ٦ نوفمبر سنة ١٩٩٦.

١٣- إقترض شخص مبلغ ٦٠٠٠ جنيه فى أول يناير سنة ١٩٩٥ وقام بسدادها على النحو التالى:

٢٠٠٠ بعد ثلاثة أشهر من تاريخ الإقتراض.

١٠٠٠ بعد ٥ شهور من تاريخ الإقتراض.

٥٠٠ بعد ٧ شهور من تاريخ الإقتراض.

على أن يقوم بسداد الرصيد المتبقى بعد ذلك فى أول نوفمبر من نفس العام. إحسب هذا الرصيد علماً بأن معدل الفائدة البسيطة المستخدم ٩٪ سنوياً.

١٤- إقتراض تاجر ما يلى :

مبلغ ٧٥٠ جنيه فى ١٥ يوليو سنة ١٩٩٦.

مبلغ ١٢٥٠ جنيه فى ٢٢ أغسطس سنة ١٩٩٧.

مبلغ ٤٢٠٠ جنيه فى ٢١ نوفمبر سنة ١٩٩٧.

وفى ١٢ يناير سنة ١٩٩٨ قام بسداد جملة المستحق عليه، والمطلوب معرفة هذه الجملة إذا كان معدل الفائدة البسيطة المستخدم ٩٪ سنوياً.

١٥- إقترض تاجر مبلغ من أحد البنوك، وتعهد بسداده بعد ١٢٠ يوماً، لكن فى التاريخ المذكور طلب من البنك تأجيل دفعة لمدة ٤٠ يوماً أخرى فإذا علمت أن البنك أرسل للعميل إخطار سداد بجملة الدين المستحق عن المدد السابقة فبلغ ٤١١٥، ٤١٤٠ جنيهاً على الترتيب، أوجد أصل هذا القرض، ومعدل الفائدة البسيطة الذى يستخدمه البنك فى حساباته.

١٦- إشترى شخص سيارة بتاريخ ٣١ ديسمبر سنة ١٩٩٦ واتفق مع البائع على أن يتم سدادها بأن يودع فى البنك لصالح البائع المبالغ الآتية:

٤٢٠٠ جنيه فى تاريخ الشراء.

١٠٠٠ جنيه فى ١١ مايو سنة ١٩٩٧.

٢٠٠٠ جنيه فى ١٨ نوفمبر ١٩٩٧.

فأوجد ثمن بيع السيارة فى ٣١ ديسمبر سنة ١٩٩٧، علماً بأن البنك يحسب على الايداعات فائدة بسيطة للتاجر بمعدل ١٠٪ سنوياً.

١٧- بفرض أن ثمن السيارة فى ٣١ ديسمبر سنة ١٩٩٦ أى نقداً ٧٩٠٠ جنيه وثمنها فى ٣١ ديسمبر سنة ١٩٩٧ وفقاً لشروط التمرين السابق يبلغ ٨٥٠٠ جنيه أوجد معدل الفائدة الذى يستخدمه البنك فى حساباته لصالح هذا التاجر.

١٨- إشترى شخص منزلاً قدر ثمنه عند تاريخ الشراء بمبلغ ٢٠٥٠٠ جنيهاً، ولكن لو تم سداد ثمنه بعد مدة ما من تاريخ الشراء فيكون المستحق للمالك قبل المشترى مبلغ ٢١٢٠٠ جنيهاً فى نهاية هذه المدة، فإذا تم الإتفاق بين المالك والمشترى على حساب فائدة بسيطة على ثمن المنزل بالأجل بمعدل ٩٪ سنوياً فأوجد المدة التى بعدها يتم دفع ثمن المنزل للمالك بطريقتين مختلفتين.

٩- بلغت جملة دين ما بعد ٤٠ يوماً ٧٥٥٠ جنيهاً، فى حين بلغت جملة نفس الدين بعد ٧٠ يوماً ٧٥٨٧,٥ جنيهاً، وذلك على أساس معدل فائدة بسيط، والمطلوب إستنتاج قيمة كل من:

أ- معدل الفائدة المستخدم. ب- أصل هذا الدين.

الباب الثانى

القيمة الحالية والخصم وخصم الأوراق التجارية

أولاً: القيمة الحالية والخصم:

فى كثير من العمليات المالية والتجارية يتعهد المدين، بموجب كمبيالة أو سند أذنى يحرره للدائن، بسداد مبلغ معين من المال فى تاريخ محدد. ويطلق على قيمة الكمبيالة أو السند الأذنى فى هذه الحالة أسم "القيمة الأسمية" وهى القيمة الواجبة السداد من المدين للدائن فى التاريخ المتفق عليه والذى يسمى "تاريخ الأستحقاق".

ولكن قد يحدث أن يتوافر لدى المدين أموالاً حاضرة ويرغب فى سدد كل أو بعض ديونه قبل تاريخ أستحقاقها الأصلى. وفى هذه الحالة يكون على الدائن أن يتنازل للمدين عن جزء من الدين مقابل السداد المبكر عن المدة من تاريخ السداد القريب حتى تاريخ الأستحقاق البعيد، والفرق بين القيمة الأسمية للدين والقيمة المسددة يسمى بالخصم (أو الحطيطة) اما المبلغ الذى يسدده المدين للدائن بعد خصم مقدار الحطيطة فيعرف "بالقيمة الحالية".

وعلى ذلك يمكن تعريف الخصم (أو الحطيطة) على أنه المبلغ الذى يحصل عليه المدين من الدائن أو يتنازل عنه الدائن للمدين أو الذى يحصل عليه البنك من صاحب الأوراق التجارية فى مقابل سداد الدين قبل تاريخ أستحقاقه. فالخصم يمثل الفرق بين القيمة الأسمية (الجملة) والقيمة الحالية (المبلغ). والفرق بين الفائدة والخصم أن الفائدة تضاف إلى المبلغ للحصول

على الجملة أما الخصم فيخصم من القيمة الأسمية للدين للحصول على قيمته الحالية.

وعلى ذلك يمكن كتابة المعادلات الثلاثة الآتية:-

الخصم (أو الحطيطة) = القيمة الأسمية - القيمة الحالية.

القيمة الحالية = القيمة الأسمية - الخصم. (أو الحطيطة)

القيمة الأسمية = القيمة الحالية - الخصم. (أو الحطيطة)

نوعا الخصم:-

يوجد نوعين من أنواع الخصم فى الواقع المالى والتجارى هما:

١) **الخصم التجارى:** ويسمى أحياناً "بالحطيطة الخارجية" ويحسب على أساس القيمة الأسمية للدين عن المدة من تاريخ السداد حتى تاريخ الأستحقاق وبمعدل الخصم المتفق عليه وهو أكثر أنواع الخصم شيوعاً وإستخداماً فى الحياة المالية والتجارية لذلك فسوف يستخدم الخصم التجارى فى جميع الحالات مالم ينص صراحة على إستخدام النوع الآخر من الخصم.

٢) **الخصم الصحيح:** ويسمى أحياناً "بالحطيطة الداخلية" ويحسب هذا النوع من الخصم على أساس القيمة الحالية للدين وليس على أساس قيمته الأسمية.

فإذا رمزنا للمفاهيم السابقة بالرموز الآتية:-

القيمة الأسمية للدين = س

القيمة الحالية التجارية = أ

القيمة الحالية الصحيحة = أ/

الخصم التجارى = خ

الخصم الصحيح = خ/

مدة الخصم = ن

معدل الخصم = ع/

فإن معادلة الخصم التجارى

الخصم التجارى (خ) = القيمة الأسمية × معدل الخصم × مدة الخصم

(خ) = س × ع/ × ن

وعليه فإن:-

القيمة الحالية التجارية (أ) = القيمة الأسمية - الخصم التجارى

أ = س - خ

أ = س - س × ع/ × ن

أ = س (١- ع/ × ن)

مثال (٣-١)

شخص مدين لآخر بمبلغ ٤٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى ١٨ أكتوبر ١٩٩٥ فإذا رغب المدين فى سداد الدين يوم ٢٠ يونيه من نفس العام، فإذا كان معدل الخصم التجارى ١٢٪ أوجد القيمة الحالية التجارية الواجبة الدفع يوم السداد.

الحل

يونية + يولية + أغسطس + سبتمبر + أكتوبر

مدة الخصم = ١٠ + ٣١ + ٣١ + ٣٠ + ١٨ = ١٢٠يوم

الخصم التجارى (خ) = س × ع/ × ن

$$= ٤٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{١٢٠}{٣٦٠} = ١٦٠$$ جنيه

∴ القيمة الحالية التجارية (أ) = س - خ

= ٤٠٠٠ - ١٦٠ = ٣٨٤٠ جنيه.

معادلة الخصم الصحيح:-

الخصم الصحيح (خ/) = القيمة الحالية الصحيحة×معدل الخصم×مدة الخصم

خ/ = أ × ع/ × ن

من المعلوم أن القيمة الحالية الصحيحة (أ/) هى القيمة الأسمية مطروحاً منها الخصم الصحيح، أى أن:

أ/ = س - خ/

س = أ/ + خ/

س = أ/ + أ/ × ع/ × ن = أ/ (١ + ع/ × ن)

$$∴ أ/ = \frac{س}{١ + ع/ \times ن}$$

وعليه فإن:

$$\text{القيمة الحالية الصحيحة} = \frac{\text{القيمة الأسمية}}{١ + \text{معدل الخصم} \times \text{مدة الخصم}}$$

وبالتعويض عن قيمة أ فى المعادلة الأولى للخصم الصحيح نصل إلى:

$$خ/ = \frac{س \times ع/ \times ن}{١ + ع/ \times ن}$$

وعادة ما تستخدم الصيغة السابقة فى حساب الخصم الصحيح بمعلومية القيمة الأسمية.

ملاحظات:

١) عند حساب الخصم الصحيح تحسب السنة على انها ٣٦٠ يوماً مالم ينص صراحة على خلاف ذلك.

٢) يلاحظ أن قيمة الخصم التجارى تكون دائماً أكبر من قيمة الخصم الصحيح ويترتب على ذلك أن تكون القيمة الحالية التجارية أقل من القيمة الحالية الصحيحة وذلك لأن الخصم التجارى يحسب دائماً على أساس القيمة الأسمية وهى دائماً اكبر من القيمة الحالية لنفس الدين والتى يحسب على أساسها الخصم الصحيح.

مثال (٣-٣)

أودع شخص مبلغ ٢٠٠٠ جنيه بأحد البنوك تاريخ ١٥ مارس ولمدة ٣ شهور بمعدل فائدة ١٠٪ سنوياً، فإذا أراد خصم المبلغ فى ٢٠ أبريل. فأوجد مقدار الخصم الصحيح والقيمة الحالية الصحيحة أذا كان معدل الخصم ١٢٪ سنوياً.

الحل

جملة المبلغ المستثمر (س) = أ (١ + ع × ن)

$$= ٢٠٠٠ \left(١ + \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢}\right)$$

= ٢٠٥٠ جنيه.

تاريخ استحقاق هذه الجملة = ١٥ مارس + ثلاثة اشهر =١٣ يونية

∴ مدة الخصم = ١٣يونيه - ٢٠ ابريل = ٥٤ يوم

$$\therefore \quad خ' = \frac{س \times ع' \times ن}{١ + ع' \times ن}$$

$$= \frac{٢٠٥٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٥٤}{٣٦٠}}{١ + \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٥٤}{٣٦٠}} = ٣٦,٢٤$$

القيمة الحالية الصحيحة (أ/) = أ - خ/

= ٢٠٠٠ - ٣٦,٢٤ = ١٩٦٣,٧٦ جنيه

مثال (٢-٣)

أتفق شخص مع آخر على أن يبيع له سيارة أما بثمن فورى قدره ٩٤٠٠ جنيه أو بملبغ ١٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد مدة معينة أحسب المدة التى يدفع فى نهايتها الثمن المؤجل للسيارة إذا كان معدل الخصم التجارى السائد فى السوق يوم البيع هو ٨٪ سنوياً.

الحل

فى هذه الحالة يكون:

القيمة الأسمية للسيارة (س) = ١٠٠٠٠ جنيه.

القيمة الحالية التجارية (أ) = ٩٤٠٠ جنيه.

الخصم التجارى (خ) = س - أ

= ١٠٠٠٠ - ٩٤٠٠ = ٦٠٠ جنيه.

ولكن خ = س × ع/ × ن

٦٠٠ $= ١٠٠٠٠ \times \frac{٨}{١٠٠} \times$ ن

∴ ن $= \frac{٣}{٤}$ سنة = ٩ شهور.

∴ المدة التى يدفع فى نهايتها الثمن المؤجل هى ٩ شهور.

مثال (٣-٤)

دين يستحق السداد بعد ٨ شهور من الآن.حسبت قيمتـه الحاليـة علـى أساس معدل خصم ١٥٪ سنوياً فوجدت أنها تساوى ٤٥٠ جنيه. أوجـد القيمـة الأسمية للدين.

الحـل

نفرض أن القيمة الأسمية للدين = س جنيهاً

∵ القيمة الحالية التجارية = القيمة الأسمية - الخصم التجارى

أ = س - خ

∴ أ = س - س × ع/ × ن

٤٥٠ = س - س $\left(\frac{١٥}{١٠٠} \times \frac{٨}{١٢}\right)$

٤٥٠ = ٠,٩س

∴ س $= \frac{٤٥٠}{٠,٩} =$ ٥٠٠ جنيه.

مثال (٣-٥)

دين قيمته الأسمية ٦٦٣ جنيه يستحق الدفع فى ٢٣ أكتوبر ١٩٩٧، سدده المدين نقداً بأن دفع مبلغ ٦٥٠ جنيه. فإذا علمت أن معدل الخصم الصحيح ٦٪ سنوياً. أوجد التاريخ الذى سدد فيه هذا الدين.

الحل

الخصم الصحيح (خ/) = ٦٦٣ - ٦٥٠ = ١٣ جنيه.

∵ خ/ = أ/ × ع/ × ن

$$\therefore ١٣ = ٦٥٠ \times \frac{٦}{١٠٠} \times \frac{ى}{٣٦٠}$$

∴ ى = ١٢٠ يوماً.

	يونية		يولية		أغسطس		سبتمبر		أكتوبر		
المدة =	٥	+	٣١	+	٣١	+	٣٠	+	٢٣	=	١٢٠يوماً

∴ تاريخ السداد = ٣٠ - ٥ = ٢٥ يونيه ١٩٩٧

إستعمال طريقة النمر والقاسم لإيجاد الخصم:

كما سبق أن رأينا أن الخصم لا يختلف كثيراً عن الفائدة. فكما أمكن إستخدام طريقة النمر والقاسم لإيجاد مجموع فوائد مبالغ مختلفة وبمعدل فائدة ثابت فإنه يمكننا إستخدام نفس الطريقة لإيجاد إجمالى الخصم التجارى (أو الصحيح) لقيم أسمية مختلفة ولمدد خصم مختلفة وبمعدل خصم ثابت كما يتضح من المثال الآتى:-

مثال (٢-٦)

شخص مدين بالمبالغ الآتية:-

٦٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى ١٨ فبراير ١٩٩٧

٧٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى ١٢ مارس ١٩٩٧

٩٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى ٨ إبريل ١٩٩٧

فإذا أراد هذا الشخص سداد هذه المبالغ مرة واحدة يوم ٢٠ ديسمبر ١٩٩٦.

أوجد إجمالى الخصم الذى يحصل عليه وإجمالى القيم الحالية لهذه المبالغ إذا كان معدل الخصم ١٢٪ سنوياً.

الحل

	ديسمبر من سنة ١٩٩٦	+	يناير	+	فبراير من سنة ١٩٩٧	+	مارس	+	إبريل
مدة خصم المبلغ الأول	= ١١	+	٣١	+	١٨	+	ــــ	+	ــــ
	= ٦٠ يوم.								
مدة خصم المبلغ الثانى	= ١١	+	٣١	+	٢٨	+	١٢	+	ــــ
	= ٨٢ يوم.								
مدة خصم المبلغ الثالث	= ١١	+	٣١	+	٢٨	+	٣١	+	٨
	= ١٠٩ يوم.								

∴ نمر المبلغ الأول = ٦٠٠٠ × ٦٠ = ٣٦٠٠٠٠

، نمر المبلغ الثانى = ٧٠٠٠ × ٨٢ = ٥٧٤٠٠٠

، نمر المبلغ الثالث = ٩٠٠٠ × ١٠٩ = ٩٨١٠٠٠

= ١٩١٥٠٠٠

، القاسم اليومى $= \frac{٣٦٠٠٠}{ع} = \frac{٣٦٠٠٠}{١٢} = ٣٠٠٠$

∴ إجمالى الخصم التجارى (الذى يحصل عليه المدين مقابل السداد المبكر)

$= \frac{\text{مجموع النمر}}{\text{القاسم}}$

$= \frac{١٩١٥٠٠٠}{٣٠٠٠} = ٦٣٨,٣٣$ جنيه.

∴ إجمالى القيم الحالية = مجموع القيم الأسمية – إجمالى الخصم التجارى

= (٦٠٠٠ + ٧٠٠٠ + ٩٠٠٠) – ٦٣٨,٣٣

= ١٣٦١,٦٧ جنيه.

العلاقة بين الخصم التجارى والخصم الصحيح:

كما أوضحنا عند دراستنا للعلاقة بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة أنها شملت النسبة بين الفائدتين وأيضاً الفرق بينهما. فإن دراستنا للعلاقة بين الخصم التجارى والخصم الصحيح سوف تشمل أيضاً النسبة بين الخصمين ثم الفرق بينهما.

أولاً: النسبة بين الخصم التجارى والخصم الصحيح:

∵ خ = س × ع/ × ن

، خ/ = أ/ × ع/ × ن

∴ $\frac{خ}{خ/} = \frac{س × ع/ × ن}{أ/ × ع/ × ن} = \frac{س}{أ/}$

بمعنى أن :

$$\frac{\text{الخصم التجارى}}{\text{الخصم الصحيح}} = \frac{\text{القيمة الاسمية}}{\text{القيمة الحالية الصحيحة}}$$

ومن هذه العلاقة يمكن أن نحصل على احد الخصمين بمعلومية الآخر ايضاً والقيمة الإسمية والقيمة الحالية الصحيحة حيث:

$$خ = خ^{/} \times \frac{س}{أ^{/}}$$

وبالتالى فإن :.

$$خ^{/} = خ \times \frac{خ\ أ^{/}}{س}$$

ويمكن أيضاً حساب أحد الخصمين بمعلومية الأخر والمعدل والمدة على النحو التالى:-

$$أ^{/} = \frac{س}{١ + ع^{/} \times ن}$$

$$\therefore \frac{خ}{خ^{/}} = ١ + ع^{/} \times ن$$ ومنها نصل الى

$$خ = خ^{/} (١ + ع^{/} \times ن)$$

بمعنى أن :

الخصم التجارى = الخصم الصحيح (١ + المعدل × المدة)

= الخصم الصحيح × جملة الجنيه

= جملة الخصم الصحيح.

كما أن :

$$خ^{/} = \frac{خ}{١ + ع^{/} \times ن}$$

∴ الخصم الصحيح = $\frac{\text{الخصم التجارى}}{\text{١ + المعدل × الزمن}}$ = $\frac{\text{الخصم التجارى}}{\text{جملة الجنيه}}$

ثانيا : الفرق بين الخصم التجارى والخصم الصحيح:

نعلم ان :

خ − خ/ = (س × ع/ × ن) − (أ/ × ع/ × ن)

= (س − أ/) × ع/ × ن

ولكن س − أ/ = خ/

∴ خ − خ/ = خ/ × ع/ × ن

أى أن:

الفرق بين الخصمين = الخصم الصحيح × المعدل × المدة

= فائدة الخصم الصحيح

ويمكن اثبات أن:

الفرق بين الخصمين = $\frac{\text{الخصم التجارى}}{\text{١ + المعدل × المده}}$ × المعدل × المدة

مثال (٣-٧)

دين يستحق السداد فى ١٥ سبتمبر ١٩٩٧، سدده المدين فى ٥ يوليو ١٩٩٧ بمعدل خصم قدره ١٠٪ سنويا. فاذا علمت أن الخصم التجارى لهذا الدين بلغت قيمته ٧,١٤ جنيه. احسب مقدار الخصم الصحيح. واحسب ايضا القيمة الاسمية لهذا الدين.

الحـل

يوليو + اغسطس + سبتمبر

مُدة الخصم = ٢٦ + ٣١ + ١٥ = ٧٢ يوم

$$\because \text{خ}' = \frac{\text{خ}}{1 + \text{ع}' \times \text{ن}}$$

$$= \frac{7.14}{1 + \frac{10}{100} \times \frac{72}{360}} = \frac{7.14}{1.02}$$

= ٧ جنيه

ومن المعلوم أن خ = س × ع/ × ن

$$\therefore 7.14 = \text{س} \times \frac{10}{100} \times \frac{72}{360}$$

∴ س = ٧,١٤ × ٥٠ = ٣٥٧ جنيه

مثال (٣-٨)

حسب الخصم التجارى والخصم الصحيح لدين يستحق السداد بعد ٩ شهور فوجدَ أن الفرق بينهما يبلغ ١,٢ جنيه. احسب مقدار كلا من الخصمين. واذا علمت أن معدل الخصم المستخدم هو ٨٪ سنوي. أوجد القيمة الاسمية للدين.

الحـل

∵ الفرق بين الخصمين = الخصم الصحيح × ع/ × ن

$$\therefore 1.2 = \text{الخصم الصحيح} \times \frac{8}{100} \times \frac{9}{12}$$

∴ الخصم الصحيح = ١,٢ × $\frac{١٠٠}{٦}$ = ٢٠ جنيه

ولكن الخصم التجارى دائما أكبر من الخصم الصحيح بمقدار الفرق بينهما.

∴ الخصم التجارى = الخصم الصحيح + الفرق بين الخصمين

= ٢٠ + ١,٢ = ٢١,٢ جنيه،

∵ ، خ = س × ع/ × ن

٢١,٢ = س × $\frac{٨}{١٠٠}$ × $\frac{٩}{١٢}$

∴ س = ٢١,٢ × $\frac{١٠٠}{٦}$ = ٣٥٣,٣٣ جنيه

ثانيا: خصم الأوراق التجارية:

من أهم التطبيقات فى مجال الحياة المالية والتجارية لموضوع الخصم هو خصم الأوراق التجارية (الكمبيالة والسند الأذنى) والتى شاع استخدامها فى كلا من الانشطة التجارية والمالية لما تسببه من سرعة فى التعامل.

حيث يمثل السند الأذنى تعهدًا من جانب المدين بدفع مبلغ معين بعد مدة معينة من تاريخ السند أما الكمبيالة فهى أمر من المدين الى طرف ثالث بأن يدفع الى الدائن مبلغا محددا فى الكمبيالة يطلق عليه القيمة الاسمية فى مدة محددة من تاريخ كتابة الكمبيالة.

وقد يحتفظ الدائن بالسند الأذنى أو الكمبيالة حتى تاريخ الاستحقاق ثم يقدمها الى المسحوب عليه لقبض قيمتها ولكن فى أغلب الاحوال قد يلجأ الدائن لحاجته الى الاموال السائلة لمواجهه التزاماته التجارية، الى أحد البنوك

لخصم الورقة التجارية أى استبدالها بالنقود قبل موعد استحقاقها وفى مقابل ذلك يقوم البنك باستقطاع الاتى:-

١) الخصم التجارى : الذى يحسب على أساس القيمة الاسمية كما سبق أن بينا.

حيث:

خ = س × ع × ن

٢) العمولة : وهى عبارة عن نسبة مئوية (أو فى الألف) من القيمة الاسمية للورقة التجارية وذلك، بصرف النظر عن مدة الخصم وغالبا ما تكون بنسبة ٠١٪ (واحد فى الألف) أو $\frac{١}{٢}$ ٠٪ (نصف فى الألف).

اى ان:

العمولة = القيمة الاسمية × نسبة العمولة

٣) مصاريف التحصيل : وهى نسبة العمولة الى حد كبير حيث تكون على شكل نسبة مئوية أو نسبه فى الألف من القيمة الاسمية للورقة التجارية بغض النظر عن مدة الخصم وأحيانا يحدد البنك حد أدنى لمصاريف التحصيل إذا قلت القيمة الاسمية للكمبيالة عن حد معين.

أى أن :

مصاريف التحصيل = القيمة الاسمية × نسبة مصاريف التحصيل

٤) أحيانا يضيف البنك يوم أو يومين كمهلة للسداد عند حساب مدة الخصم الكلية حيث يؤدى ذلك الى زيادة مدة الخصم مما يؤدى بدوره الى زيادة مقدار الخصم المستحق للبنك. ولكن يجب أن ينص على ذلك صراحة. وعند حساب معدل الخصم الاجمالى السنوى فيحسب فقط على أساس مدة الخصم الفعلية دون اضافة مهلة السداد اذا وجدت بالفعل.

وجدير بالذكر أن هذه الشروط (الاستقطاعات) سواء الخاصة باضافة المهلة أوالمتعلقة بالعمولة ومصاريف التحصيل تختلف من بنك لآخر وتحقق للبنك مصاريف أكبر من مجرد الخصم التجارى.

ومجموع ما يخصمه البنك من القيمة الاسمية للورقة التجارية يسمى باسم (الاجيو) أى أن:

اجمالى مصاريف القطع (الاجيو) = الخصم التجارى + العمولة + مصاريف التحصيل

ويسمى ما يسدده البنك للعميل أو المستفيد مقابل ورقة تجارية باسم صافى قيمة القطع.

حيث :

صافى قيمة القطع (صافى الورقة التجارية)

= القيمة الاسمية للورقة - إجمالى الخصم التجارى (الاجيو).

مثال (٣-٩)

فى الثانى من يولية ١٩٩٦ خصم تاجر كمبيالة قيمتها الاسمية ٨٠٠٠ جنيه من بنك القاهرة فرع الزقازيق تستحق السداد فى ٢٨ سبتمبر من نفس السنة. فاذا علمت أن البنك قد وافق على قطع الكمبيالة للعميل تحت الشروط التالية:

١) معدل الخصم ١٢٪ سنويا

٢) عمولة البنك ٠.١٪

٣) مصاريف التحصيل $\frac{١}{٢}$ ٠٪ (بحد أدنى ٧٥٠ مليم)

٤) البنك يضيف يومين مهلة سداد . فأوجد:

أ) صافى قيمة الكمبيالة.

ب) معدل الخصم الاجمالى السنوى.

جـ) معدل الفائدة الذى حققه البنك من هذه العملية

الحل

حيث أن:

يونيه + يوليو + اغسطس + سبتمبر

مدة الخصم = ٢٨ + ٣١ + ٣١ + ٢٨

= ١١٨ يوم

بعد اضافة يومين مهلة سداد فإن : مدة الخصم الاجمالى

= ١١٨ + ٢ = ١٢٠ يوم

١) الخصم التجارى = ٨٠٠٠ × $\frac{١٢}{١٠٠}$ × $\frac{١٢٠}{٣٦٠}$ = ٣٢٠ جنيه.

٢) العمولة = ٨٠٠٠ × $\frac{١}{١٠٠٠}$ = ٨ جنيه.

٣) مصاريف التحصيل = ٨٠٠٠ × $\frac{١}{٢٠٠٠}$ = ٤ جنيه.

∴إجمالى الخصم (الأجيو) = ٣٢٠ + ٨ + ٤ = ٣٣٢ جنيه.

، ∵ صافى الورقة = قيمة الكمبيالة – إجمالى الخصم (الاجيو)

∴ صافى قيمة الورقة = ٨٠٠٠ – ٣٣٢ = ٧٦٦٨ جنيه.

ب) لإيجاد معدل الخصم الإجمالى السنوى، يلاحظ أن البنك تقاضى خصم إجمالى قدره ٣٣٢ جنيه نظير خصم كمبيالة قيمتها الأسمية ٨٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ١١٨ يوماً.

∵ الخصم = القيمة الأسمية × معدل الخصم × مدة الخصم

أى أن :

$$٣٣٢ = ٨٠٠٠ \times \frac{ع}{١٠٠} \times \frac{١١٨}{٣٦٠}$$

$$ع = \frac{٣٣٢ \times ٩}{٢٣٨} = ١٢,٦٦\%\ \text{سنوياً}$$

جـ) لإيجاد معدل الفائدة الذى حققه البنك من هذه العملية، نلاحظ أن البنك أقرض مبلغ ٧٦٦٨ (صافى قيمة الورقة) للتاجر وحصل مقابل ذلك على فائدة قدرها ٣٣٢ جنيه لمدة ١١٨ يوماً.

ف = أ × ع × ن

$$٣٣٢ = ٧٦٦٨ \times \frac{ع}{١٠٠} \times \frac{١١٨}{٣٦٠}$$

$$\therefore ع = \frac{٣٣٢ \times ٣٦٠٠٠}{٧٦٦٨ \times ١١٨} = ١٣,٠٩٢\%\ \text{سنوياً}$$

اى ان معدل الفائدة السنوى الذى حققه البنك من هذه العملية يعادل ١٣,٠٩٢٪

مثال (٣-١٠)

خصم تاجر كمبيالة من بنك القاهرة تستحق السداد بعد ١٤٢ يوماً من الان بالشروط الأتية:-

١) معدل الخصم ١٠٪ سنوياً.

٢) عمولة بواقع ٠,١ ٪.

٣) يضيف البنك يومين كمهلة للسداد.

فإذا علمت أن صافى المستحق للتاجر بلغ ١٩١٨ جنيه.

أوجد القيمة الأسمية للكمبيالة وكذلك معدل الخصم الإجمالى السنوى.

الحل

نفرض أن القيمة الاسمية للكمبيالة = س جنيهاً

، ∵ مدة الخصم = ١٤٢ + ٢ = ١٤٤ يوماً.

∴ الخصم التجارى = س × ع/ × ن

$$= س \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{١٤٤}{٣٦٠} = ٠,٠٤ \; س$$

، حيث ان :

$$العمولة = س \times \frac{١}{١٠٠٠} = ٠,٠٠١ \; س$$

∴ إجمالى القطع = ٠,٠٤س + ٠,٠٠١س = ٠,٠٤١

∴ صافى المستحق للعميل= القيمة الأسمية – إجمالى القطع

= س – ٠,٠٤١س = ٠,٩٥٩س

∴ ١٩١٨ = ٠,٩٥٩س

∴ س = $\frac{١٩١٨}{٠,٩٥٩}$ = ٢٠٠٠ جنيه.

إجمالى الخصم الذى حققه البنك = ٢٠٠٠ - ١٩١٨ = ٨٢ جنيه.

البنك تقاضى خصم إجمالى قدره ٨٢ جنيه مقابل خصم كمبيالة قيمتها الأسمية ٢٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ١٤٢ يوماً.

، ∵ مقدار الخصم = القيمة الأسمية × معدل الخصم × المدة

أى أن :

٨٢ = ٢٠٠٠ × $\frac{ع/}{١٠٠}$ × $\frac{١٤٢}{٣٦٠}$

∴ ع/ = ٨٢ × $\frac{١٨}{١٤٢}$ = ١٠,٣٩٪ سنوياً.

∴ معدل الخصم الذى حققه البنك هو ١٠,٣٩٪ سنوياً.

مثال (٢-١١)

تقدم أحد المستثمرين فى ٥ سبتمبر ١٩٩٧ لخصم كمبيالة قيمتها الأسمية ٢٠٠٠٠ جنيه فى بنك الشرقية الوطنى تستحق السداد بعد ١٢٠ يوم بالشروط الاتية:-

خصم تجارى ١٥٪ سنوياً

عمولة بواقع ٠,١٪

مصروفات تحصيل بواقع ٠,٠٥٪ (بحد أدنى خمسة جنيهات)

وتقدم فى نفس التاريخ لخصم كمبيالة أخرى قيمتها الأسـمية ١٠٠٠٠ جنيه من بنك الأسكندرية تسـتحق السداد يـوم ٥ مـارس ١٩٩٨ علـى أسـاس معدل خصم تجارى بمعدل ١٤٪ سنوياً، عمولة بواقع ٢ ٠٪

أي البنكين أفضل بالنسبة لهذا المستثمر.

الحـل

أولاً: بالنسبة لبنك الشرقية الوطنى:-

الخصم التجارى (خ) = س × ع/ × ن

$= ٢٠٠٠٠ \times \frac{١٥}{١٠٠} \times \frac{١٢٠}{٣٦٠}$

= ١٠٠٠ جنيه.

، العمولة = $٢٠٠٠٠ \times \frac{١}{١٠٠٠}$ = ٢٠ جنيه.

، مصاريف التحصيل = $٢٠٠٠٠ \times \frac{١}{٢٠٠٠}$ = ١٠ جنيه.

∴ إجمالى الخصم = ١٠٠٠ + ٢٠ + ١٠ = ١٠٣٠ جنيه.

، ∵ إجمالى الخصم = القيمة الأسمية × معدل الخصم الإجمالى × المدة

١٠٣٠ $= ٢٠٠٠٠ \times \frac{ع/}{١٠٠} \times \frac{١٢٠}{٣٦٠}$

∴ ع/ $= ١٠٣٠ \times \frac{٣}{٢٠٠}$ = ١٥,٤٥ ٪

∴ معدل الخصم الإجمالى السنوى فى بنك الشرقية الوطنى = ١٥,٤٥٪.

ثانياً: بالنسبة لبنك الإسكندرية:-

∵ خ = س × ع/ × ن

$$= ١٠٠٠٠ \times \frac{١٤}{١٠٠} \times \frac{٦}{١٢} = ٧٠٠ \text{ جنيه.}$$

، العمولة $$= ١٠٠٠٠ \times \frac{٢}{١٠٠٠} = ٢٠ \text{ جنيه.}$$

∴ إجمالى الخصم = ٧٠٠ + ٢٠ = ٧٢٠ جنيه.

∵ إجمالى الخصم= القيمة الأسمية × معدل الخصم الإجمالى السنوى × المدة

$$٧٢٠ = ١٠٠٠٠ \times \frac{ع/}{١٠٠} \times \frac{٦}{١٢}$$

∴ ع/ = ١٤,٤٪ سنوياً.

معدل الخصم السنوى فى بنك الإسكندرية = ١٤,٤٪.

∴ بنك الإسكندرية أفضل بالنسبة للمستثمر من بنك الشرقية الوطنى.

المعدل الإسمى والمعدل الحقيقى للخصم:

إن المعدل الإسمى للخصم، هو المعدل الذى على أساسه يحسب الخصم التجارى فقط، فى حين يحسب الخصم الكلى (الأجيو) على أساس المعدل الحقيقى للخصم، ويمكن الحصول على الأخير بحساب الأجيو عن مدة سنة كاملة ثم ينسب إلى القيمة الإسمية للورقة التجارية.

وعلى ذلك فالمعدل الحقيقى للخصم سيكون أكبر من المعدل الإسمى للخصم لأى ورقة تجارية.

مثال (٣-١٢)

قدم أحمـد حسن الأوراق التجاريـة التاليـة فـى ١٣/ ٩/ ١٩٩٨ لبنـك الأسكندرية لقطعها:

١- كمبياله قيمتها الإسمية ٤٠٠٠ جنيهاً تستحق فى ١٢/ ١٠/ ١٩٩٨.

٢- كمبياله قيمتها الإسمية ٦٠٠٠ جنيهاً تستحق فى ١١/ ١١/ ١٩٩٨.

٣- كمبياله قيمتها الإسمية ٢٠٠٠ جنيهاً تستحق فى ٢١/ ١٢/ ١٩٩٨.

أوجد ما يلى:

أولاً: صافى القيمة الحالية للأوراق الثلاثة.

ثانياً: المعدل الحقيقى للخصم.

إذا علمت أن:

١- البنك يحسب يوم مهلة عن كل ورقة تجارية.

٢- أن المعدل الإسمى للخصم ٦٪ سنوياً فى تاريخ القطع.

٣- يتقاضى البنك عمولة بمعدل ١٪ (فى الألف).

٤- يتقاضى البنك مصاريف تحصيل بمعدل $\frac{1}{2}$ ٪ (فى الألف).

الحل

مدة الخصم	سبتمبر		أكتوبر		نوفمبر		ديسمبر		المهلة		يوماً
للورقة الأولى ($م_1$):	١٧	+	١٢	+	-	+	-	+	١	=	٣٠
للورقة الثانية ($م_2$):	١٧	+	٣١	+	١١	+	-	+	١	=	٦٠
للورقة الثالثة ($م_3$):	١٧	+	٣١	+	٣٠	+	٢١	+	١	=	١٠٠

مجموع الخصم التجارى لهذه الأوراق

$$= \frac{س_1 \times م_1 + س_2 \times م_2 + س_3 + م_3}{(ن) \text{ القاسم}}$$

وحيث أن:

س١ = ٤٠٠٠ جنيه، س٢ = ٦٠٠٠ جنيه، س٣ = ٢٠٠٠ جنيه

$$، ن \text{ (القاسم)} = \frac{٣٦٠٠٠}{٦} = ٦٠٠٠$$

$$\therefore \text{مجموع (هـن)} = \frac{٤٠٠٠ \times ٣٠ + ٦٠٠٠ \times ٦٠ + ٢٠٠٠ \times ١٠٠}{٦٠٠٠}$$

$$= \frac{١٢٠٠٠٠ + ٣٦٠٠٠٠ + ٢٠٠٠٠٠}{٦٠٠٠}$$

$$= \frac{٦٨٠٠٠٠}{٦٠٠٠} = ١١٣,٣٣٣ \text{ جنيهاً}$$

= ٤٠٠٠ + ٦٠٠٠ + ٢٠٠٠ = ١٢٠٠٠ جنيه

$$\text{مجموع عمولة البنك} = ١٢٠٠٠ \times \frac{١}{١٠٠٠} = ١٢ \text{ جنيهاً}$$

$$\text{مجموع مصاريف التحصيل} = ١٢٠٠٠ \times \frac{١}{٢٠٠٠} = ٦ \text{ جنيهاً}$$

الأجيو = ١١٣,٣٣٣ + ١٢ + ٦ = ١٣١,٣٣٣ جنيهاً

أولاً: القيمة الحالية للقطع

= القيمة الإسمية للأوراق − الأجيو

= ١٢٠٠٠ − ١٣١,٣٣٣ = ١١٨٦٨,٦٦٧ جنيهاً

ثانياً: لإيجاد المعدل الحقيقى للخصم، فإنه يجب علينا حساب كل من الخصم التجارى وعمولة البنك ومصاريف التحصيل عن سنة كاملة ثم ننسب مجموعهم إلى القيمة الإسمية للأوراق فنحصل على المعدل المطلوب.

لذلك فإننا سنحسب البنود السابقة لكل ورقة على حدة عن مدة سنة كاملة.

∴ الأجيو:

للورقة الأولى = $٤٠٠٠ \times \frac{٦}{١٠٠} \times \frac{٣٦٠}{٣٦٠} + ٤٠٠٠ \times \frac{١}{١٠٠٠} \times \frac{٣٦٠}{٣٠} + ٤٠٠٠ \times \frac{١}{٢٠٠٠} \times \frac{٣٦٠}{٣٠}$

= ٢٤٠ + ٤٨ + ٢٤ = ٣١٢ جنيهاً

للورقة الثانية = $٦٠٠٠ \times \frac{٦}{١٠٠} \times \frac{٣٦٠}{٣٦٠} + ٦٠٠٠ \times \frac{١}{١٠٠٠} \times \frac{٣٦٠}{٦٠} + ٦٠٠٠ \times \frac{١}{٢٠٠٠} \times \frac{٣٦٠}{٦٠}$

= ٣٦٠ + ٣٦ + ١٨ = ٤١٤ جنيهاً

للورقة الثالثة = $٢٠٠٠ \times \frac{٦}{١٠٠} \times \frac{٣٦٠}{٣٦٠} + ٢٠٠٠ \times \frac{١}{١٠٠٠} \times \frac{٣٦٠}{١٠٠} + ٢٠٠٠ \times \frac{١}{٢٠٠٠} \times \frac{٣٦٠}{١٠٠}$

= ١٢٠ + ٧,٢ + ٣,٦ = ١٣٠,٨ جنيهاً

مجموع الأجيو عن سنة كاملة (للأوراق الثلاثة)

= ٣١٢ + ٤١٤ + ١٣٠,٨ = ٨٥٦,٨ جنيهاً

∴ المعدل الحقيقى للخصم = $\frac{٨٥٦,٨}{١٢٠٠٠}$ = ٠,٠٧١٤

= ٧,١٤ ٪ سنوياً

حوافظ الخصم:

عند تقديم ورقة تجارية واحدة أو عدة أوراق تجارية إلى أى بنك لقطعها، فإن البنك يقوم بتصوير ما يسمى **(بحافظة الخصم)** موضحاً بها تفاصيل حساب صافى القيمة الحالية للقطع وتتكون هذه الحافظة من جزئين رئيسين:

أولاً: رأس الحافظة: وتشتمل على:

اسم البنك، ومقر البنك، وتاريخ القطع، واسم مقدم الأوراق للخصم، عدد الأوراق المخصومة، والقيمة الإسمية لهذه الأوراق، صافى القيمة الحالية للقطع المستحقة، وشروط الخصم من حيث، المعدل الإسمى للخصم، ومعدل العمولة، ومعدل مصروفات التحصيل.

ثانياً: الجدول:

ويوضح طريقة حساب صافى القيمة الحالية للقطع ويشتمل على عدة أعمدة كما هو موضح فى صورة حافظة الخصم التالية:

مثال (٣-١٣)

البنك الأهلى المصرى

الاسكندرية فى ١٣ سبتمبر ١٩٩٨.

حافظة الأوراق التجارية المقدمة من: على البطران.

عدد الأوراق المخصومة: ٣.

القيمة الإسمية: ١٢٠٠٠ جنيه مصرى.

صافى القيمة الحالية للقطع: ١١٨٦٨,٦٦٧ جنيهاً.

المعدل الإسمى للخصم ٦٪ سنوياً.

معدل العمولة ٠١٪ (فى الألف).

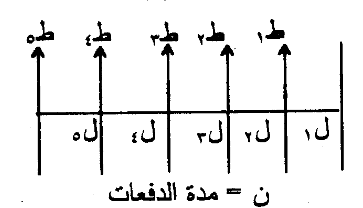
معدل مصاريف التحصيل $\frac{١}{٢}$٠٪ (فى الألف).

حافظة خصم

القيمة الإسمية		البيـــــان	تاريخ الإستحقاق	أيـــام	نـمـــــر	مصروفات التحصيل		
مليم	جنيه					معدل	مليم	جنيه
–	٤٠٠٠	كمبيالة على: منى	١٩٩٨/١٠/١٢	٣٠	١٢٠٠٠٠	٠١٪	–	٢
–	٦٠٠٠	كمبيالة على: أحمد	١٩٩٨/١١/١١	٦٠	٣٦٠٠٠٠	٠١٪	–	٣
–	٢٠٠٠	كمبيالة على: دينا	١٩٩٨/١٢/٢١	١٠٠	٢٠٠٠٠٠	٠١٪	–	١
–	١٢٠٠٠	مجموع القيم الإسمية			٦٨٠٠٠٠		–	٦
		الأجيو						
		مليم جنيه						
		١١٣,٣٣٣ خصم بمعدل ٠٦٪						
		– ,١٢ عمولة بمعدل ٠١٪ (فى الألف)						
		– ,٦ م. تحصيل بمعدل $\frac{1}{2}$ ٠٪ (فى الالف)						
٣٣٣	١٣١							
٦٦٧	١١٨٦٨	صافي القيمة الحالية للقطع فى ١٩٩٨/٩/١٣						

ثالثاً: القيمة الحالية للدفعات المؤكدة المتساوية

وسنهتم هنا فقط بالقيمة الحالية التجارية للدفعات دون القيمة الحالية الصحيحة، ونظراً لأن الدفعات هنا متساوية من حيث القيمة، ومن حيث المدة (أى الفترة الزمنية الواحدة لكل دفعة) فإذا فرض أن لدينا خمسة دفعات قيمة كل منها (ط)، والفترة الزمنية لكل دفعة (ل) فإن:



ن = مدة الدفعات

القيمة الحالية لأى مبلغ من مبالغ الدفعة، عبارة عن قيمة مبلغ هذه الدفعة فى بداية مدة الدفعات.

أى أن القيمة الحالية لأى دفعة

= قيمة الدفعة – الخصم التجارى المستحق عليها ....

= قيمة الدفعة – قيمة الدفعة × المعدل × مدة خصمها

وعليه فإن:

القيمة الحالية للدفعة الأولى = ط١ – ط١ × ع × (ل١)

القيمة الحالية للدفعة الثانية = ط٢ – ط٢ × ع (ل١ + ل٢)

القيمة الحالية للدفعة الثالثة = ط٣ – ط٣ × ع × (ل١ + ل٢ × ل٣)

القيمة الحالية للدفعة الرابعة = ط٤ – ط٤ × ع × (ل١ + ل٢ × ل٣ × ل٤)

القيمة الحالية للدفعة الخامسة =

ط٥ – ط٥ × ع × (ل١ + ل٢ × ل٣ × ل٤ × ل٥)

والقيمة الحالية للدفعات، هى مجموع القيم الحالية للدفعة الأولى والثانية والثالثة والرابعة والخامسة (الأخيرة)

وللسهولة يمكن الإستفادة من قانون جملة المتوالية العددية المتزايدة فى إيجاد مجموع الخصم التجارى للدفعات حيث أن:

$ط_{١} = ط_{٢} = ط_{٣} = ط_{٤} = ط_{٥}$

،$ل_{١} = ل_{٢} = ل_{٣} = ل_{٤} = ل_{٥}$

فيكون:

القيمة الحالية للدفعات وسنرمز له بالرمز (ح للدفعة العادية، خ للدفعة الفورية).

= قيمة الدفعة × عدد الدفعات − مجموع الخصم التجارى للدفعات

= قيمة الدفعة × عدد الدفعات − قيمة الدفعة × معدل الخصم

$$\times \frac{\text{عدد الدفعات}}{٢} \left(\frac{\text{مدة خصم الدفعة الأولى + مدة خصم الدفعة الأخيرة}}{\text{١٢ أو ٣٦٠}} \right)$$

$$= ط \times ى - ط \times ع \times \frac{ى}{٢}$$

$$\left(\frac{\text{مدة خصم الدفعة + مدة خصم الدفعة الأخيرة}}{\text{١٢ أو ٣٦٠}} \right)$$

وستختلف طول مدة خصم الدفعة الأولى، وطول مدة خصم الدفعة الأخيرة، على حسب نوع الدفعة، ففى الدفعة العادية نجد:

مدة خصم الدفعة الأولى = فترة زمنية واحدة = ل

، ومدة خصم الدفعة الأخيرة = مدة الدفعات = ن

ويكون قانون القيمة الحالية للدفعة العادية (حٓ)

$$\text{حٓ} = \text{ط} \times \text{ى} - \text{ط} \times \text{ع} \times \frac{\text{ى}}{٢} \left(\frac{\text{ل} + \text{ن}}{١٢ \text{ أو } ٣٦٠} \right)$$

ويمكن وضع هذا القانون فى ترتيب آخر حيث:

$$\text{حٓ} = \text{ط ى} \left[١ - \frac{(\text{ن} + \text{ل})}{١٢ \text{ أو } ٣٦٠} \times \frac{\text{ع}}{٢} \right]$$

لكن فى الدفعة الفورية نجد:

مدة خصم الدفعة الأولى = صفر

، مدة خصم الدفعة الأخيرة = ن − ل

أى = (مدة الدفعات − فترة زمنية واحدة)

ويكون قانون القيمة الحالية للدفعة الفورية (خٓ)

$$\text{خٓ} = \text{ط} \times \text{ى} - \text{ط} \times \text{ع} \times \frac{\text{ى}}{٢} \left(\frac{\text{ن} - \text{ل}}{١٢ \text{ أو } ٣٦٠} \right)$$

ومكن وضع القانون فى ترتيب آخر حيث:

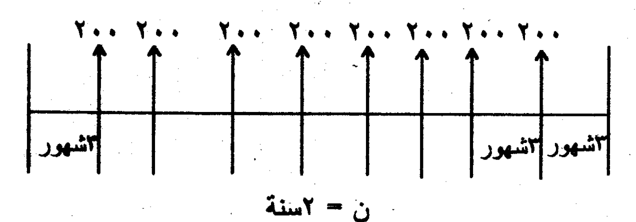
$$\text{خٓ} = \text{ط ى} \left[١ - \frac{(\text{ن} - \text{ل})}{١٢ \text{ أو } ٣٦٠} \times \frac{\text{ع}}{٢} \right]$$

مثال (٣-١٤)

زودت إحدى الجمعيات الزراعية أحد الخريجين الشبان من كلية الزراعة بماكينة رى وذلك بدون مقدم ثمن، لكن جاء بشروط عقد الشراء أن

يقوم هذا الشاب بسداد دفعة ربع سنوية مبلغها ٢٠٠ جنيه على أن يبدأ سداد أول دفعة بعد ثلاثة أشهر من تاريخ الاستلام، ويستمر ذلك لمدة سنتين، فإذا علمت أن معدل الخصم التجارى بلغ ٦٪ سنوياً، وبفرض أن الجمعية لا تبغى مكسباً من وراء مثل هذه العمليات، فأوجد الثمن النقدى لشراء هذه الماكينة.

الحـل



ن = ٢سنة

الدفعة عادية فيها:

ط = ٢٠٠ جنيه، ن = ٢ سنة، ل = ٣شهور، ع = ٦٪ سنوياً.

$\therefore$ ى (عدد الدفعات) = $\frac{ن}{ل}$ = ٢ ÷ $\frac{١}{٤}$ = ٨ دفعات

$$ح = ط \times ى - ط \times ع \times \frac{ى}{٢} \left(\frac{ن + ل}{١٢}\right)$$

$$\therefore ح = ٢٠٠ \times ٨ - ٢٠٠ \times \frac{٦}{١٠٠} \times \frac{٨}{٢} \left(\frac{٢٤ + ٣}{١٢}\right)$$

= ١٦٠٠ - ١٠٨ = ١٤٩٢ جنيهاً.

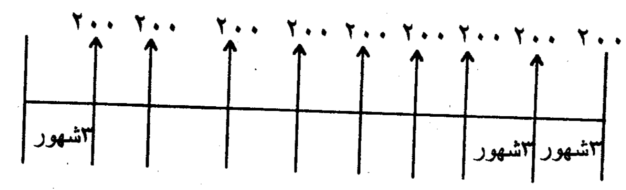
$\therefore$ الثمن النقدى للماكينة = القيمة الحالية للدفعات

= ١٤٩٢ جنيهاً.

مثال (٣-١٥)

أوجد الثمن النقدى للماكينة فى المثال السابق إذا علمت أن أول دفعة تسدد بمجرد استلام الماكينة بدلاً من سدادها بعد ثلاثة أشهر من تاريخ الاستلام.

الحل



ن = ٢ سنة

الدفعة ستتحول فى هذه الحالة إلى دفعة فورية

$$\because \ddot{ح} = ط \times ى - ط \times ع \times \frac{ى}{٢} \left(\frac{ن - ل}{١٢}\right)$$

$$= ٢٠٠ \times ٨ - ٢٠٠ \times \frac{٦}{١٠٠} \times \frac{٨}{٢} \left(\frac{٢٤ - ٣}{١٢٠}\right)$$

= ١٦٠٠ - ٨٤ = ١٥١٦ جنيهاً.

∴ الثمن النقدى للماكينة = القيمة الحالية للدفعات

= ١٥١٦ جنيهاً.

ومن الملاحظ فى المثالين السابقين (١٨)، (١٩) أن مجموع القيمة الحالية للدفعات الفورية تكون أكبر من مجموع القيمة الحالية للدفعات العادية إذا ما تساوت العناصر المختلفة المحددة فى كل منهما.

مثال (٣-١٦)

قام تاجر فى أول يناير ١٩٩٧ بطلب قرض من أحد البنوك قدره ٥٧٥٥ جنيهاً، واتفق هذا التاجر مع البنك على أن تسدد له قيمة هذا القرض على أساس سداد دفعة كل شهرين قدرها ط ولمدة اثنى عشر شهراً اعتباراً من تاريخ عقد القرض، وعلى أن يبدأ سداد أول دفعة فى أول مارس فى نفس العام، أوجد قيمة هذه الدفعة إذا علمت أن معدل الخصم البسيط الذى يستخدم فى حساباته هو ٧٪ سنوياً.

الحل

حيث أن الدفعة عادية فيها:

ح = ٥٧٥٥ جنيهاً، ن = ١٢ شهر، ل = ٢ شهر، ع = ٧٪ سنوياً.

مما تقدم نستنتج أن ى = ١٢ ÷ ٢ = ٦ دفعات.

$$\because \text{ح} = \text{ط ى} \left(1 - \frac{\text{ل} + \text{ن}}{12} \times \frac{\text{ع}}{2}\right)$$

$$\therefore \text{ط} = \frac{\text{ح}}{\text{ى} \left(1 - \frac{\text{ل} + \text{ن}}{12} \times \frac{\text{ع}}{2}\right)}$$

$$\therefore \text{ط} = \frac{5575}{6 \left(1 - \frac{(12 + 2)}{12} \times \frac{7}{200}\right)}$$

$$= \frac{5755}{6 \left(1 - 0{,}0408\right)}$$

$$= \frac{5755}{6 \times 0{,}9592} = \frac{5755}{5{,}755} = 1000 \text{ جنيه تقريباً}$$

تمارين على الباب الثانى

١- كمبيالة قيمتها الإسمية ٦٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٢٧٠ يوماً، أوجد كل من الخصم التجارى والقيمة الحالية التجارية، إذا قبل قطعها اليوم أحد البنوك التجارية وذلك بمعدل خصم ٨٪ سنوياً.

٢- شخص مدين بملبغ ١٠٠٠٠ جنيه يستحق السداد بعد ١٤ شهراً من الآن فإذا علم أن معدل الخصم السائد فى السوق ٧٪ سنوياً فأوجد:

أ- الخصم التجارى ب- القيمة الحالية التجارية.

جـ- الخصم الصحيح ء- القيمة الحالية الصحيحة.

٣- اشترى شخص تليفزيون ملون ثمنه ١١٥٠ جنيهاً، ولكنه اتفق مع البائع على دفع ٣٠٠ جنيهاً فقط، وتحرير كمبيالة بباقى الثمن وتستحق بعد ٢٠٠ يوم من تاريخ الشراء بحيث لو خصمها البائع فى أحد البنوك فى نفس يوم تحريرها وبمعدل خصم ٩٪ سنوياً لحصل على باقى الثمن المشار إليه، أوجد القيمة الإسمية للكمبيالة.

٤- قبل أحد البنوك التجارية خصم الأوراق التجارية التالية لأحد التجار وذلك فى يوم ٢٦ يونيه ١٩٩٥.

٤٠٠٠ جنيه، قيمة كمبيالة تستحق فى ٢٥ أغسطس ١٩٩٥.

٣٠٠٠ جنيه، قيمة كمبيالة تستحق فى ٢٤ سبتمبر ١٩٩٥.

٢٠٠٠ جنيه، قيمة كمبيالة تستحق فى ٢١ فبراير ١٩٩٥.

١٠٠٠ جنيه، قيمة كمبيالة تستحق فى ٢١ إبريل ١٩٩٥.

فإذا كان معدل الخصم التجارى السائد في السوق في تاريخ القطع ٨٪ سنوياً، بينما معدل الخصم الصحيح ٨,٠١٢٪ سنوياً، وطلب منك التاجر النصيحة لاختيار أفضل المعدلين السابقين له ولماذا؟

٥- تاجر مدين لآخر بالمبالغ التالية:

٢٠٠٠ جنيه تستحق فى ٣٠ يونيه ١٩٩٦.

٤٠٠٠ جنيه تستحق فى ٣١ مايو ١٩٩٦.

٦٠٠٠ جنيه تستحق فى ٢١ إبريل ١٩٩٦.

٨٠٠٠ جنيه تستحق فى ١ إبريل ١٩٩٦.

وفى يوم ٢ يناير ١٩٩٦ اتفق المدين مع الدائن على أن يدفع له فى هذا اليوم مبلغ ١٩٦١٠ جنيهاً سداداً للديون الأربعة أوجد معدل الخصم الذى استخدم فى تسوية هذه الديون.

٦- بلغ الفرق بين الخصم التجارى والخصم الصحيح فى يوم أول يناير ١٩٩٧ لكمبيالة تستحق السداد فى يوم أول يونيو من نفس العام ٩٥٠ جنيهاً، فإذا علم أن معدل الخصم المستخدم ٥٪ سنوياً فأوجد:

(أ) مقدار كل من الخصم التجارى والخصم الصحيح.

(ب) القيمة الإسمية والقيمة الحالية الصحيحة لهذه الكمبيالة.

٧- فى ٢٥ إبريل ١٩٩٦ قبل أحد البنوك خصم كمبيالة لأحد التجار مبلغها ٤٠٠٠ جنيه وتستحق فى ٢٧ أغسطس ١٩٩٦، فإذا علمت أن معدل الخصم التجارى ٨٪ سنوياً، ويضيف البنك مهلة يوماً وأحداً، كما يحصل على عمولة بواقع ٠١٪ (فى الألف) ومصروفات تحصيل بواقع $\frac{1}{2}$ ٠٪

(فى الألف)، فاحسب صافى القيمة الحالية التى تستحق لهذا التاجر، واحسب معدل الخصم الحقيقى.

٨- شركة أرتيزان للأخشاب تجمع لديها عدة أوراق تجارية بيانها كما يلى:

٤٠٠٠ جنيه قيمة كمبيالة مسحوبة على شركة حسنى علام بأدفينا تستحق فى ٢٥ يوليو ١٩٩٧.

٣٠٠٠ جنيه قيمة سند أذنى على خالد زهنى بطنطا يستحق فى ٢٠ يوليو ١٩٩٧.

٦٠٠٠ جنيه قيمة كمبيالة مسحوبة على إبراهيم بدران بالإسكندرية تستحق فى ١٥ يوليو ١٩٩٧.

أرادت الشركة الدائنة خصم الأوراق السابقة يوم أول مايو ١٩٩٧ فعرض عليها كل من بنك الإسكندرية، والبنك الأهلى الشروط التالية:

البيـــان	شروط بنك الإسكندرية	شروط البنك الأهلى
معدل الخصم	٧٪ سنوياً	٦٪ سنوياً
العمولة	٠١٪ على جميع الأوراق	$\frac{1}{2}$ ٠١٪ على جميع الأوراق
مصاريف التحصيل	جنيهان داخل الإسكندرية وجنيها داخل الإسكندرية	٠١٪ على جميع الأوراق

والمطلوب معرفة الشروط الأفضل لشركة أحمدومحمد للأخشاب وحساب الفرق بين إجمالى الخصم فى البنكين.

٩- خصم تاجر ثلاث كمبيالا قيمتها الإسمية ٤٠٠٠، ٦٠٠٠، ٨٠٠٠ جنيه وتستحق بعد ١٥٠، ٩٠، ٤٠ يوم على الترتيب، فإذا علمت أن البنك

تقاضى منه عمولة ٠١٪ (فى الألف) وأن صافى المبلغ الذى حصـل عليه التـاجر كـان ١٧٧٩٩,٥ جنيهاً فكم كـان معدل الخصـم التجـارى الـذى استخدمه البنك فى معاملاته؟

١٠- قدمت شركة الورق الأهلية إلى بنك الاسكندرية، فرع سعد زغلول، فى يوم ٢ مارس ١٩٩٦ عدد ٤ كمبيالات للخصم وهى:

١- ٤٥٠٠ جنيهاً قيمة كمبيالة تستحق فى ٣٠ مايو ١٩٩٦ مسحوبة على دار المعارف.

٢- ١٣٥٠ جنيهاً قيمة كمبيالة تستحق فى ٢٩ يوليو ١٩٩٦ مسحوبة على دار الشروق.

٣- ٨٠٠٠ جنيهاً قيمة كمبيالـة يستحق فـى ١٧ سـبتمبر ١٩٩٦ مسـحوبة على عوض السعدنى.

٤- ٤٠٠٠ جنيهاً قيمـة كمبيالـة تسـتحق فـى ٢٧ أكتوبـر ١٩٩٦ مسـحوبة على حسنى المشد.

والمطلوب، تصوير حافظة الخصم المقدمة من بنك الاسنكدرية علماً بأن هذا البنك يمنـح نفسـه خصمـاً تجاريـاً بمعـدل ٩٪ سـنوياً وعمولـة بمعـدل ٠٢٪ (فى الألف)، ومصاريف تحصيل $\frac{٣}{٤}$٠٪ (فى الألـف وبحـد أدنـى ثـلاث جنيهات عن كل ورقة تجارية)، كما أن البنك يمنح المدين يوم مهلة للدفع.

١١- كمبيالة قيمتها الإسمية ٦٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى ١٥ يوليو ١٩٩٧ قدمت لأحد البنوك لخصمها، فإذا كان هذا البنك يحسب لصـالحـه معـدل خصم قدره ٨٪ سـنوياً، وعمولـه $\frac{١}{٢}$٠١٪ (فـى الألـف) ومصـاريف

تحصل جنيهاً واحد عن الورقة، وبلغ صافى القيمة الحالية لهذه الورقة ٥٨٧٠ جنيهاً، فالمطلوب إيجاد تاريخ تقديم هذه الكمبيالة للبنك لقطعها، علماً بأن البنك يمنح المدين يومان مهلة للدفع.

١٢- اشترى أحد المستثمرين عقاراً ودفع كمقدم لثمن الشراء مبلغ ٥٠ ألف جنيه، على أن يقوم بسداد باقى ثمن شراء هذا العقار على اقساط شهرية تدفع آخر كل شهر اعتباراً من تاريخ الشراء، ولمدة سنتين، فإذا بلغ القسط الشهرى المشار إليه ١٠٠٠ جنيه، فأوجد ثمن شراء هذا العقار حالاً، علماً بأن معدل الخصم السائد فى السوق فى ذلك الوقت هو ١٢٪ سنوياً.

١٣- أوجد ثمن شراء العقار فى التمرين السابق (١٢) إذا كان باقى الثمن يسدد على أقساط شهرية تدفع أول كل شهر اعتباراً من تاريخ الشراء ولمدة سنتين أيضاً.

١٤- عرض شخص سيارة للبيع فتلقى العروض التالية:

أولاً: أن يدفع له فوراً مبلغ ٢٥٠٠٠ جنيه ثمناً لها.

ثانياً: أن يدفع له فوراً كمقدم ثمن ١٠٠٠٠ جنيه، ثم يدفع له مبلغ ٣٩٠٠ جنيهاً فى نهاية كل ثلاثة شهور ولمدة سنة كاملة تالية.

ثالثاً: أن يقسط الثمن على إحدى عشر دفعة شهرية، قيمة كل منها ٢٦٠٠ جنيهاً يدفع أولها عند تحرير العقد.

فأى العروض أفضل لهذا البائع علماً بأن معدل الخصم البسيط السائد فى السوق فى ذلك الوقت هو ٩٪ سنوياً.

الباب الثالث

تطبيقات متنوعة على الفائدة البسيطة

١- تسوية الديون قصيرة الأجل:

يقصد بعملية تسوية الديون بفائدة بسيطة تغيير مبالغ الديون أو تواريخ أستحقاقها أو تغيير طريقة السداد لهذه الديون وذلك بموجب أتفاق بين كل من الدائن والمدين بشرط ألا يضار أى منهما، حيث أن الأصل فى العمليات المالية هو قيام المدين بسداد الديون المستحقة عليه فى تواريخ الاستحقاق المتفق عليها، ففى كثيراً من الأحيان قد يجد المدين نفسه عاجزاً عن الوفاء بالتزاماته المالية لدائنيه فى تواريخ أستحقاقها المحددة لعدم توافر السيولة النقدية لديه نتيجة حدوث ظروف طارئة فى أعماله وما يترتب على ذلك من الإضرار بسمعته فى أسواق تعاملاته وعلى العكس من ذلك قد يحدث أن يتوافر لدى المدين أمولاً حاضرة تمكنه من سداد كل أو بعض ديونه فى موعد سابق لتواريخ الاستحقاق.

لهذه الأسباب قد يلجأ كل من الدائن والمدين الى عقد اتفاق جديد بينهما يتم بموجبه إستبدال أو تسوية كل الديون الدقيمة أو جزء منها بأخرى جديدة تستحق السداد بعد مدد أخرى مختلفة تسمح للمدين بسداد ديونه.

ومن الطبيعى فى عملية التسوية أو التعديل أن تأجيل السداد يستلزم أضافة فائدة تأخير الى قيمة الدين، بينما يلاحظ أن عملية التعجيل بسداد الديون يستلزم أستنزال مقدار يسمى بخصم التعجيل من قيمة هذه الديون.

وعادة ما يتم التسوية أو التعديل على أساس عدم المساس بحقوق أى من الدائن والمدين، بمعنى أخرى يجب الا يترتب على اللجؤ الى هذه التسوية الأضرار بالمركز المالى سواء بالنسبة للدائن أو المدين.ولتحقيق ذلك فإن عملية التسوية تتم على أساس معادلة القيم الحالية للدين أو الديون القديمة (قبل التعديل) بالقيم الحالية للدين أو الديون الجديدة (بعد التعديل). أى أن:

القيمة الحالية للديون قبل التسوية = القيمة الحالية للديون بعد التسوية

وتجدر الاشارة الى أنه عند اجراء عمليات التسوية فقد نجد أنفسنا أمام أحدى ثلاث حالات (بعضها أو كلها).

الحالة الأولى: ديون أنتهت تواريخ إستحقاقها

فى هذه الحالة تحسب فائدة التاخير عن المدة من تاريخ الآستحقاق (القريب) الى تاريخ التسوية (البعيد) وتضاف إلى القيمة الأسمية للحصول على القيمة الحالية للدين.

الحالة الثانية: ديون مستحقة فى تواريخ التسوية

هذه الحالة ليس بها مشكلة، حيث أن قيمتها الأسمية تساوى قيمتها الحالية (بدون أضافة فائدة تأخير أو خصم تعجيل)

الحالة الثالثة: ديون لم يحل تواريخ أستحقاقها بعد

فى هذه الحالة ينبغى أستبعاد خصم من القيمة الأسمية لهذه الديون عن المدة من تاريخ التسوية (القريب) الى تاريخ الأستحقاق (البعيد) وذلك للحصول على القيمة الحالية للدين.

بعض الأمثلة المحلولة (تسوية دين أو عدو ديون قديمة بدين واحد جديد)

مثال (٣-١)

تاجر مدين لأخر بالمبالغ الآتية

جنيه		
٨٠٠٠	تستحق السداد بعد	٣ شهور
٦٠٠٠	تستحق السداد بعد	٤ شهور
٩٠٠٠	تستحق السداد بعد	٨ شهور

وقد اتفق المدين مع الدائن على قيام المدين بسداد هذه المبالغ مرة واحدة بعد سنة من الآن. أوجد القيمة الأسمية للدين الجديد إذا كان معدل الخصم التجارى ١٢٪ سنوياً.

الحل

نعلم أن :

القيمة الحالية = القيمة الأسمية – الخصم التجارى

= س – س × ع × ن

= س (١ – ع ن)

نفرض أن القيمة الأسمية للدين الجديد = س

وطبقاً للقاعدة العامة لتسوية الديون والتى تنص على أن

القيمة الحالية للديون القديمة (قبل التسوية)

= القيمة الحالية للديون الجديدة (بعد التسوية)

$\therefore$ القيمة الحالية للديون القديمة = (٨٠٠٠ – ٨٠٠٠ × $\frac{١٢}{١٠٠}$ × $\frac{٣}{١٢}$)

$$+ (٦٠٠٠ - ٦٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٤}{١٢})$$

$$+ (٩٠٠٠ - ٩٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٨}{١٢})$$

=٧٧٦٠+ ٥٧٦٠ + ٨٢٨٠ = ٢١٨٠٠ جنيه

، القيمة الحالية للدين الجديد $= س - س \times \frac{١٢}{١٠٠} \times ١$

$= س - ٠,١٢ س = ٠,٨٨ س$

∴ ٢١٨٠٠ $= ٠,٨٨$ س

∴ س $= \frac{٢١٨٠٠}{٠,٨٨} = ٢٤٧٧٢,٧٢٧$ جنيه

∴ القيمة الأسمية للدين الجديد = ٢٤٧٧٢,٧٢٧ جنيه

مثال (٣-٣)

شخص مدين بمبلغ ٢٠٠٠ جنيه لأحد البنوك تستحق الدفع بعد أربعة شهور أتفق مع الدائن على دفع ٥٠٠ جنيه الآن والباقي بموجب سند أذنى يستحق الدفع بعد ١٠ شهور فإذا كان معدل الخصم التجارى ١٠٪ سنوياً فما هى القيمة الإسمية للسند الأذنى.

الحل

نفرض أن القيمة الأسمية للسند الأذنى = س

، ∵ القيمة الحالية للدين القديم = القيمة الحالية للدين الجديد

، القيمة الحالية = س (١ - ع/ن)

$$\therefore ٢٠٠٠ \left(١ - \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{٤}{١٢}\right) = ٥٠٠ + س \left(١ - \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{١٠}{١٢}\right)$$

$\therefore$ ١٩٣٣,٣٣ = ٥٠٠ + ٠,٩١٧ س

٠,٩١٧ س = ١٤٣٣,٣٣

س = ١٥٦٣,٠٦ جنيه

مثال (٣-٣)

اقترضت شركة المنى المبالغ الآتية من بنك مصر فرع الزقازيق.

١٠,٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٤ شهور من الآن

٢٠,٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٩ شهور من الآن

٢٥,٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد سنه من الآن

فإذا أرادت الشركة سداد ديونها مرة واحدة بعد سنة ونصف من الآن.

المطلوب: حساب المبلغ الواجب السداد لدى البنك على أساس معدل الفائدة ١٢٪ سنوياً ومعدل خصم ١٢٪ سنوياً مرة أخرى.

الحل

القيمة الحالية للدين الجديد على أساس معدل فائدة ١٢٪ (قيمة حالية صحيحة

= ٥٩٣٣٦,٨٦ جنيه

القيمة الحالية للدين الجديد على أساس معدل تأخير ١٢٪ (قيمة حالية تجارية)

= ٦٠٧٣١,٧٠٧ جنيه

مثال (٣-٤)

صاحب مصنع مدين لمورد مواد خام بالمبالغ الآتية:

١٠٠٠ جنيه تستخق السداد بعد ٦ شهور

٢٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٨ شهور

٣٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٩ شهور

أراد صاحب المصنع سدادها بأن يفع نقداً ٥٠٠ جنيه ويحرر بالباقى ثلاث سندات أذنية القيمة الأسمية للأول ضعف القيمـة الأسمية للسند الأذنى الثانى والقيمة الأسمية للثانى ثلاث أمثال القيمة الأسمية للسند الأذنى الثالث وتستحق بعد ١٠ شهور، ١١ شهر، ١٢ شهر، ١٢ شهر على التوالى.

المطلوب: حساب القيمة الأسمية لكل سند إذا علمت أن:

أولاً : معدل الخصم السنوى ١٢٪ سنوياً.

ثانياً : المعدل السنوى للفائدة.

الحـل

نفرض أن القيمة الأسمية للسند الثالث = س

∴ القيمة الأسمية للسند الثانى (ثلاث أمثال الثالث) = ٣ س

∴ القيمة الأسمية للسند الأول (ضعف الثانى) = ٢ (٣س) = ٦س

أولاً: فى حالة معدل خصم ١٢٪ سنوياً حيث أن:

القيمة الحالية للديون قبل التسوية = القيمة الحالية للديون بعد التسوية

∴ الطرف الايمن =

$$١٠٠٠ \left(١ - \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٦}{١٢}\right) + ٢٠٠٠ \left(١ - \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٨}{١٢}\right)$$

$$+ ٣٠٠٠ \left(١ - \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٩}{١٢}\right)$$

، ∴ الطرف الايسر =

$$\text{٥٠٠} + \text{٦س}\left(\text{١} - \frac{\text{١٢}}{\text{١٠٠}} \times \frac{\text{١٠}}{\text{١٢}}\right) + \text{٣س}\left(\text{١} - \frac{\text{١٢}}{\text{١٠٠}} \times \frac{\text{١١}}{\text{١٢}}\right)$$

$$+ \text{س}\left(\text{١} \times \frac{\text{١٢}}{\text{١٠٠}} \times \frac{\text{١٢}}{\text{١٢}}\right)$$

وبمساواه الطرفين :

∴ ٥٥١٠ = ٥٠٠ + ٥,٤ س + ٢,٦٧ س + ٠,٨٨ س)

∴ ٥٥١٠ = ٥٠٠ + ٨,٩٥ س

∴ ٥٠١٠ = ٨,٩٥ س

∴ س = ٥٥٩,٧٧٦ جنيه

∴ القيمة الأسمية للسند الأول = ٦س = ٦ × ٥٥٩,٧٧٦ = ٣٣٥٨,٦٦ جنيه.

، القيمة الأسمية للسند الثانى = ٣س = ٣ × ٥٥٩,٧٧٦ = ١٦٧٩,٣٣ جنيه.

، القيمة الأسمية للسند الثالث = س = ٥٥٩,٧٧٦ جنيه.

ثانياً: فى حالة معدل الفائدة ١٠٪ سنوياً.

وطبقاً لقاعدة تسوية الديون فإن:

$$\text{ق}_{\text{ح ص}} = \frac{\text{س}}{\text{١ + ع ن}}$$

$$= \frac{\text{١٠٠٠}}{\text{١} + \frac{\text{١٠}}{\text{١٠٠}} \times \frac{\text{٦}}{\text{١٢}}} + \frac{\text{٢٠٠٠}}{\text{١} + \frac{\text{١٠}}{\text{١٠٠}} \times \frac{\text{٨}}{\text{١٢}}} + \frac{\text{٣٠٠٠}}{\text{١} + \frac{\text{١٠}}{\text{١٠٠}} \times \frac{\text{٩}}{\text{١٢}}}$$

$$= \text{٥٠٠} + \frac{\text{٦س}}{\text{١} + \frac{\text{١٠}}{\text{١٠٠}} \times \frac{\text{١٠}}{\text{١٢}}} + \frac{\text{٣ س}}{\text{١} + \frac{\text{١٠}}{\text{١٠٠}} \times \frac{\text{١١}}{\text{١٢}}} + \frac{\text{س}}{\text{١} + \frac{\text{١٠}}{\text{١٠٠}} \times \frac{\text{١٢}}{\text{١٢}}}$$

٥٦١٨,٠٧٧ = ٥٠٠ + ٩,١٩٦ س

∴ ٥١١٨,٠٧٧ = ٩,١٩٦ س

∴ س = ٥٥٦,٥٧٦

مما سبق يلاحظ ان :

القيمة الأسمية للسند الأول = ٣٣٣٩,٤٥٧ جنيه.

، القيمة الأسمية للسند الثانى = ١٦٦٩,٧٢٩ جنيه.

، القيمة الأسمية للسند الثالث = ٥٥٦,٥٧٦ جنيه.

مثال (٣-٥)

تاجر أدوات كهربائية مدين لأحد البنوك بالمبلغ الآتية:

- كمبيالة قيمتها الأسمية ٦٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى ١٦ مارس ١٩٩٦.
- كمبيالة قيمتها الأسمية ٨٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى ١٥ مايو ١٩٩٦.
- سند أذنى قيمته الأسمية ١٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى ١٤ يوليو ١٩٩٦

وفى ١٥ فبراير ١٩٩٦ أتفق التاجر على أن يستبدل بالديون الثلاثة السابقة ثلاث كمبيالات القيمة الإسمية للأولى نصف القيمة الإسمية للثانية والقيمة الأسمية للثالثة نصف القيمة الاسمية للأولى بحيث تستحق الأولى الدفع فى ١٥ ابريل ١٩٩٦ والكمبيالة الثانية فى ١٤ يونيه ١٩٩٦ والكمبيالة

الثالثة تستحق الدفع فى ٢٤ يونيه ١٩٩٦. احسب القيمة الأسمية لكل كمبيالة إذا كان معدل الخصم السنوى المستخدم ١٢٪.

الحل

سوف تتم التسوية عند أقرب تاريخ (١٥ فبراير ١٩٩٦)

الديون القديمة (قبل التسوية)

		فبراير	مارس	ابريل	مايو	يونيه	يوليو	
مدة الكمبيالة الأولى	=	١٤ +	١٦					= ٣٠ يوم
مدة الكمبيالة الثانية	=	١٤ +	٣١ +	٣٠ +	١٥			= ٩٠ يوم
مدة الكمبيالة الثالثة	=	١٤+	٣١ +	٣٠ +	٣١ +	٣٠	١٤+	= ١٥٠يوم

ويمكن إستخدام طريقة النمر لإيجاد القيم الحالية للديون الثلاثة القديمة على النحو التالى:

نمر الكمبيالة الأولى = ٦٠٠٠ × ٣٠ = ١٨٠٠٠٠

نمر المكبيالة الثانية = ٨٠٠٠ × ٩٠ = ٧٢٠٠٠٠

نمر السند الأذنى = ١٠,٠٠٠ × ١٥٠ = ١٥٠٠٠٠٠

∴ مجموع النمر ٢٤٠٠٠٠٠

، القاسم اليومى = $\frac{٣٦٠٠٠}{١٢}$ = ٣٠٠٠

إجمالى الخصم التجارى للديون القديمة = $\frac{\text{مجموع النمر}}{\text{القاسم}}$ = $\frac{٢٤٠٠٠٠٠}{٣٠٠٠}$ = ٨٠٠ جنيه

، ∵ **القيمة الحالية للديون القديمة (قبل التسوية)**

= مجموع مبالغ الديون الدقيمة-إجمالى الخصم التجارى

=(٦٠٠٠+ ٨٠٠٠ + ١٠٠٠٠) - ٨٠٠ = ٢٣٢٠٠ جنيه.

الديون الجديدة (بعد التسوية):

	الأولى	الثانية	الثالثة
النسبة بين الأولى والثانية	١	٢	–
النسبة بين الأولى والثالثة	٢	–	١
∴ النسبة بين الأولى والثانية والثالثة	٢	٤	١

فلنفرض أن القيمة الأسمية للكمبيالة الثانية = ٢س

وأن القيمة الأسمية للكمبيالة الثانية = ٤س

وأن القيمة الأسمية للكمبيالة الثالثة = س

فبراير مارس أبريل مايو يونيو

∴مدة الكمبيالة الأولى =١٤ + ٣١ + ١٥ =٦٠ يوم.

، مدة الكمبيالة الثانية =١٤ + ٣١ + ٣٠ + ١٤ = ١٢٠ يوم.

، مدة السند الأذني =١٤ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٢٤ = ١٣٠ يوم.

، ∴ القيمة الحالية للديون الجديدة = $(٢س - ٢س \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٦٠}{٣٦٠})$

$+ (٤س - ٤س \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٦٠}{٣٦٠})$

$+ (س - س \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{١٣٠}{٣٦٠})$

$= ٧ س - \frac{٧٣}{٢٠٠} س = \frac{٢٠٢٧}{٣٠٠} س$

وحيث أن :

القيمة الحالية للديون قبل التعديل = القيمة الحالية للديون بعد التعديل

$$\therefore س = \frac{٢٠٢٧}{٣٠٠} س$$

$$\therefore س = \frac{٢٣٢٠٠ \times ٣٠٠}{٢٠٢٧} = ٣٤٣٣,٦٤٥$$

∴ القيمة الأسمية للكمبيالة الأولى=٢س=٢ × ٣٤٣٣,٦٤٥ = ٦٨٦٧,٢٩ جنيه

، القيمة الأسمية للكمبيالة الثانية=٤س = ٤ ×٣٤٣٣,٦٤٥ = ١٣٧٣٤,٥٨ جنيه

، القيمة الأسمية للكمبيالة الثالثة = س = ٣٤٣٣,٦٤٥ جنيه

مثال (٣-٦)

شخص مدين لأحد البنوك بالمبالغ التالية:

• ٤٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد شهرين

• ٦٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٦ شهور

وقد أتفق المدين مع الدائن على أن يسدد له نقداً ٣٩٦,٤٠ جنيه ويحرر بالباقى كمبيالة قيمتها الأسمية ٧١٠ جنيه. ما هى مدة استحقاق هذه الكمبيالة علما بأن معدل الخصم هو٦٠٪ سنوياً.

الحـل

طبقاً للقاعدة العامة لتسوية الديون والتى تنص على أن

القيمة الحالية للديون قبل التعديل = القيمة الحالية للديون بعد التعديل

وحيث أن:

القيمة الحالية للديون قبل التعديل

$$= (٤٠٠ - ٤٠٠ \times \frac{٦}{١٠٠} \times \frac{٢}{١٢}) + (٦٠٠ - ٦٠٠ \times \frac{٦}{١٠٠} \times \frac{٦}{١٢})$$

= (٤٠٠ − ٤) + (٦٠٠ − ١٨) = ٣٩٦ + ٥٨٢ = ٩٧٨ جنيه

وأيضاً نجد الحاليه للديون بعد التعديل

$$= ٢٩٦,٤ + \left(٧١٠ - ٧١٠ \times \frac{٦}{١٠٠} \times \frac{\text{ش}}{١٢}\right)$$

$$= ٢٩٦,٤ + ٧١٠ - \frac{٧١}{٢٠}\,\text{ش}$$

بالتعويض فى القاعدة العامة لتسوية الديون

$$\therefore\ ٩٧٨ = ٢٩٦,٤ + ٧١٠ - \frac{٧١}{٢٠}\,\text{ش}$$

$$\therefore\ \frac{٧١}{٢٠}\,\text{ش} = ٢٨,٤$$

$$\therefore\ \text{ش} = \frac{٢٨,٤ \times ٢٠}{٧١} = ٨$$

∴ الكمبيالة تستحق السداد بعد ٨ شهور من الآن

٣- البيع باستخدام نظام التقسيط

نظراً لارتفاع مستوى المعيشة وظهور العديد من السلع المعمرة والكمالية والتى تتصف بارتفاع أسعارها وعدم استطاعة الكثير إمتلاك هذه السلع بإستخدام الشراء النقدى، فقد ظهر بل وإنتشر نظام البيع بالتقسيط وذلك بهدف تخفيف عبء الشراء على محدودى الدخل، وعادة يتم إضافة نسبة من ثمن البيع النقدى عند البيع بالتقسيط وذلك نظير تأخير المبالغ النقدية لفترات زمنية، ويتم البيع بالتقسيط عادة عن طريق تحديد سعر نقدى للسلعة وتحديد معدل الفائدة المستخدم فى حساب الأقساط وذلك بعد الإتفاق على المقدم النقدى للسلعة وعدد الأقساط والفترة الزمنية التى تفصل بين كل قسطين ويمثل عادة الباقى من ثمن السلعة قرض يحصل عليه المشترى وعليه سداده على أقساط متساوية من أصل القرض والفوائد معاً، لذا تستخدم قاعدة إستهلاك القروض التالية.

القرض + فائدته = مجموع الأقساط + فائدتها

وتستخدم فى حساب معدل الفائدة الحقيقى الذى يحققه التاجر، وحيث أن

مبلغ القرض = القيمة الحالية للأقساط

ومن هذه القاعدة يمكن حساب معدل الخصم التجارى الذى يحققه التاجر، وفيما يلى بعض الأمثلة التى توضح عملية البيع بنظام التقسيط

مثال (٣-٧)

تاجر يبيع أحد الأجهزة الكهربائية بمبلغ ٥٠٠٠ جنيه نقداً أو بالتقسيط بشرط أن يدفع المشترى ٢٠٪ من ثمن الجهاز عند الإستلام والباقى على

عشرة أقساط شهرية متساوية يبدأ سداد أولها بعد شهر من إستلام الجهاز وبمعدل فائدة بسيطة ١٥٪ سنوياً والمطلوب:

١- حساب قيمة القسط الشهرى.

٢- حساب معدل الفائدة الذى يستثمر به التاجر أمواله.

٣- حساب معدل الخصم الذى يستخدمه التاجر.

الحل

∵ ثمن الجهاز = ٥٠٠٠ جنيه

المبلغ المدفوع نقداً = ٥٠٠٠ × $\frac{٢٠}{١٠٠}$ = ١٠٠٠جنيه

= ٥٠٠٠ - ١٠٠٠ = ٤٠٠٠ جنيه

نسبة ١٥٪ من القرض = ٤٠٠٠× $\frac{١٥}{١٠٠}$ = ٦٠٠جنيه

∴ مجموع مبالغ الأقساط = ٤٠٠٠ + ٦٠٠ جنيه

قيمة القسط الشهرى الواحد = $\frac{٤٦٠٠}{١٠}$ = ٤٦٠ جنيه

∵ القرض+ فائدته = مجموع الأقساط + فائدتها

$$٤٠٠٠ \left(١+ ع \times \frac{١٠}{١٢}\right) = ١٠ \times ٤٦٠ + ٤٦٠ \times ع \times \frac{١٠}{٢} \left[\frac{٩}{١٢} \times \frac{صفر}{١٢}\right]$$

مدة استثمار أول قسط = ٩ شهور

ش	ش	ش	ش	ش	ش	ش	ش	ش	ش

مدة خصم أول قسط = شهر

مدة خصم أول قسط = ١٠ شهور

∴ ٤٠٠٠ + ٣٣٣٣,٣٣ع = ٤٦٠٠ + ١٧٢٥ع

∴ ٦٠٠ = ١٦٠٨,٣٣ع

∴ ع (معدل الفائدة الذى يستثمر به التاجر أمواله) = $\frac{٦٠٠}{١٦٠٨,٣٣}$ = ٠,٣٧٣ أى ٣٧,٣٪

وحيث أن مبلغ القرض = مجموع الأقساط – الخصم التجارى للأقساط

٤٠٠٠ = ١٠ × ٤٦٠ – ٤٦٠×ع· × $\frac{١٠}{٢}$ [$\frac{١}{١٢}$ × $\frac{١٠}{١٢}$]

٤٠٠٠ = ٤٦٠٠ – ٢١٠٨,٣٣ع/

∴ ع· = $\frac{٦٠٠}{١٦٠٨,٣٣}$ = ٠,٢٨٤٦ أى ع· = ٢٨,٤٦٪

ويمكن الوصول إلى معدل الخصم باستخدام العلاقة مع معدل الفائدة

ع· = $\frac{ع}{١+ع ن}$ = $\frac{٠,٣٧٣}{١ + ٠,٣٧٣ × \frac{١٠}{١٢}}$ = ٢٨,٤٦٪

مثال (٣–٨)

تاجر يبيع جهاز نقداً بمبلغ ٣٦٠٠ جنيها وفى حالة بيعه بالتقسيط فإنه يضيف إلى ثمنه النقدى نسبة ١٠٪ ويدفع المشترى عشرة أقساط متساوية قيمة كل منها ٣٩٦ جنيها يدفع أولها يوم استلام الجهاز والمطلوب

١– حساب معدل الفائدة الذى يستخدمه هذا التاجر.

٢- حساب معدل الخصم الذى يستخدم التاجر.
٣- أعد التأكد من قيمة القسط.

الحـــل

الثمن النقدى للجهاز = ٣٦٠٠ جنيه

بالتالى مبلغ القرض = ٣٦٠٠، حيث أنه لا يوجد مقدم نقدى

نسبة ١٠٪ من الثمن= $٣٦٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠}$ = ٣٦٠ جنيه

مجموع مبالغ الأقساط = ٣٦٠٠ + ٣٦٠ =٣٩٦٠جنيه

قيمة القسط الشهرى = $\frac{٣٩٦٠}{١٠}$ = ٣٩٦ جنيه

∵ جملة القرض = جملة الأقساط

$$\therefore ٣٦٠٠\left(١+\text{ع}\times\frac{١٠}{١٢}\right) = ٢٩٦\times ١٠ + ٢٩٦\times\text{ع}\times\frac{١٠}{٢}\left[\frac{١٠}{١٢}\times\frac{١}{١٢}\right]$$

$$\therefore ٣٦٠٠ + ٣٠٠٠\text{ع} = ٣٩٦٠ + ١٨١٥\text{ع}$$

$$\therefore ٣٦٠ = ١١٨٥\text{ع}$$

$$\therefore \text{ع} = \frac{٣٦٠}{١١٨٥} = ٣٠,٣٨\%$$

وحيث ان القرض = القيمة الحالية للأقساط

$$٣٦٠٠ = ٣٩٦ \times ١٠ - ٣٩٦ \times \text{ع}' \times \frac{١٠}{٢}\left[\frac{\text{صفر}}{١٢} + \frac{١٠}{١٢}\right]$$

$$\therefore ٣٦٠ = ١٦٥٠\ \text{ع}'$$

$$\therefore \text{ع}' = ٢١,٨٢\%$$

مثال (٣-٩)

أراد شخص شراء آلة ثمنها ٤٠٠٠ جنيه فهل من الأفضل للتـاجر أن يبيع الآلة نقداً أو يقسط ثمن البيع على أقساط فورية شـهرية لمـدة عـام مقـابل إحتسـاب فـائدة بسـيطة بمعـدل ١٥٪ سـنوياً، علمـا بـأن الشـركة تسـتثمر متحصلات البيع بنفس المعدل.

الحـل

ثمن الآلة النقدى = ٤٠٠٠ جنيه

بالتالى مبلغ القرض = ٤٠٠٠ جنيه فى حالة البيع الآجل

نسبة ١٥٪ من القرض = $٤٠٠٠ \times \frac{١٥}{١٠٠} = ٦٠٠$ جنيه

مجموع الأقساط = ٤٠٠٠ + ٦٠٠ = ٤٦٠٠ جنيه

القسط الشهرى = $\frac{٤٦٠٠}{١٢} = ٣٨٣,٣٣٣$ جنيه

وحيث أن :

الأقساط المحصلة تستثمر بمعدل ١٥٪ لحظة التحصيل، بالتالى

جملة الأقساط $= ٣٨٣,٣٣٣ \times ١٢ + ٣٨٣,٣٣٣ \times \frac{١٥}{١٠٠} \times \frac{١٢}{٢} \left[\frac{٢٢}{١٢} + \frac{١}{١٢}\right]$

= ٤٦٠٠ + ٣٧٣,٧٥ = ٤٩٧٣,٧٥ جنيه

أما جملة القرض فتبلغ ٤٦٠٠ جنيه فى حالة البيع النقدى

بالتالى من الافضل ان يقوم التاجر بتقسيط ثمن البيع.

وكأسلوب آخر للحل فإنه من المعلوم أن معدل الفائدة فى حالة البيع النقدى ١٥٪ أما المعدل الذى يتحقق للتاجر عند البيع بالتقسيط فيمكن حسابه

∵ جملة القرض= جملة الأقساط

∴ ٤٠٠٠ + ٤٠٠٠ع = ٤٦٠٠ + ٢٤٩١,٦٦٧ع

$$\therefore ع = \frac{٦٠٠}{١٥٠٨,٣٣٣} = ٣٩,٧٨ ٪$$

وهو مرتفع كثيراً عن ١٥٪ بالتالى الأفضل بيع التقسيط

مثال (٣-١٠)

إشترى شخص ماكينة من أحد المعارض سعرها النقدى ٢٠٠٠٠ جنيه وتم الإتفاق على الشراء بالتقسيط وفقاً للشروط التالية:

١- يتم سداد ٢٠٪ من ثمن الماكينة نقداً.

٢- يتم سداد ٣٠٪ من ثمن الماكينة مضافاً الى الفوائد بمعدل ٨٪ سنوياً تحسب على أصل المبلغ فى نهاية مدة السداد، تسدد على أقساط شهرية متساوية تدفع آخر كل شهر من شهور السنة الأولى.

٣- الباقى من ثمن الماكينة مضافاً اليه الفوائد بمعدل ١٠٪ تحسب على أصل المبلغ نهاية مدة السداد تسدد على أقساط تدفع نهاية كل ٣ شهور خلال السنتين التاليتين لسنة الشراء.

٤- فى حالة سداد الأقساط قبل مواعيدها يحسب لها خصم تجارى بمعدل خصم تجارى ٦٪ سنوياً فإذا علمت أن الشخص قام بسداد أقساط السنة الأولى فى مواعيدها وفى تاريخ استحقاق القسط السابع قام بسداد جميع

الأقساط المستحقة عليه، والمطلوب حساب المبلغ الذى يلتزم الشخص بسداده للتاجر فى تاريخ السداد الجديد.

الحل

الجزء المسدد نقداً = ٢٠٠٠٠ × $\frac{٢٠}{١٠٠}$ = ٤٠٠٠ جنيه

الباقى من ثمن الماكينة والمخصص للتقسيط (مبلغ القرض)

= ٢٠٠٠٠ − ٤٠٠٠ = ١٦٠٠٠جنيه

قيمة الجزء المستهلك من القرض خلال السنة الأولى

= ١٦٠٠٠ × $\frac{٣٠}{١٠٠}$ = ٤٨٠٠ جنيه

جملة المستهلك فى نهاية السنة = ٤٨٠٠ (١+$\frac{٨}{١٠٠}$ × ١) = ٥١٨٤ جنيه

قيمة القسط الشهرى خلال السنة الأولى = $\frac{٥١٨٤}{١٢}$ = ٤٣٢ جنيه

قيمة الجزء المستهلك من القرض خلال السنتين التاليتين

= ١٦٠٠٠ × $\frac{٧٠}{١٠٠}$ = ١١٢٠٠ جنيه

جملة الجزء المستهلك خلال السنتين = ١١٢٠٠ (١+ $\frac{١٠}{١٠٠}$ × ٣)

= ١٤٥٦٠ جنيه

عدد الأقساط = $\frac{٢٤}{٣}$ = ٨ أقساط (أقساط ربع سنوية)

قيمة القسط الربع سنوى = $\frac{١٤٥٦٠}{٨}$ = ١٨٢٠ جنيه

بالتالى المبلغ الواجب سداده = القيمة الحالية لبقية أقساط السنة الأولى

+ القيمة الحالية لأقساط السنتين التاليتين

القيمة الحالية للأقساط غير المستحقة فى السنة الأولى

$$= ٦ \times ٤٣٢ - ٤٣٢ \times \frac{٦}{١٠٠} \times \frac{٦}{٢}\left[\frac{\text{صفر}}{١٢} + \frac{٥}{١٢}\right]$$

= ٢٥٥٩,٦ جنيه

القيمة الحالية لأقساط السنتين التاليتين

$$= ٨ \times ١٨٢٠ - ١٨٢٠ \times \frac{٦}{١٠٠} \times \frac{٨}{٢}\left[\frac{٨}{١٢} + \frac{٢٩}{١٢}\right]$$

= ١٣٢١٣,٢ جنيه

∴ المبلغ الواجب على الشخص سداده = ٢٥٥٩,٦ + ١٣٢١٣,٢

= ١٥٧٧٢,٨ جنيه

تمارين على الباب الثالث

١- شخص مدين بالمبالغ الآتية:

٥٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٤ شهور.

١٠٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٦ شهور.

٦٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ١٠ شهور.

أراد استبدال الديون السابقة بدينين القيمة الإسمية للثانى ضعف القيمة الإسمية للأول ويستحق الأول بعد ٤ شهور، بينما يستحق الثانى بعد ٨ شهور.

أوجد القيمة الإسمية لكل من الدينين الجديدين إذا علم أن معدل الخصم ٦٪ سنوياً.

٢- شخص مدين بالمبالغ الآتية:

٤٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٣ شهور.

٦٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٥ شهور.

١٢٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٨ شهور.

وقد اتفق مع الدائن على تسوية هذه الديون على النحو التالى :

أولاً: يدفع له نقداً مبلغ ٣٧٢٥ جنيهاً.

ثانياً: يحرر له ثلاثة كمبيالات لكل منها نفس القيمة الإسمية للأخرى وتستحق الأولى بعد شهرين والثانية بعد ٤ شهور والثالثة بعد ٦ شهور.

أوجد القيمة الإسمية لكل من هذه الكمبيالات إذا علمت أن معدل الخصم السائد هو ٥ ٪ سنوياً.

٣- نفرض أنه فى التمرين (٢) اتفق على أن يحرر بالباقى كمبيالة واحدة تستحق بعد ٤ شهور أوجد القيمة الإسمية لهذه الكمبيالة إذا كان معدل الخصم ٥٪ سنوياً بطريقتين مختلفتين للتسوية.

٤- شخص مدين بالمبلغين الآتيين:

٢٠٠٠ جنيه تستحق بعد شهر واحد.

١٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٤ شهور.

وقد اتفق مع دائنه على التسوية الآتية:

أولاً: يدفع له نقداً مبلغ ١٠٢٠ جنيهاً

ثانياً: يحرر له كمبيالتين القيمة الإسمية لكل منهما ١٠٠٠ وتستحق الأولى بعد ٣ شهور والثانية بعد ٦ شهور

أوجد معدل الخصم البسيط الذى تم على أساسه تسوية هذه الديون.

٥- اشترى تاجر بضاعة فى أول مارس ١٩٩٧ وحرر بالثمن كمبيالة قيمتها الإسمية ٦٠٤٧ جنيهاً، تستحق السداد بعد ٣ شهور، وفى ١٥ أبريل ١٩٩٧ اتفق مع الدائن على استبدال الدين القديم بالآتى:

أولاً: يدفع نقداً مبلغ ١٨٠٠ جنيهاً

ثانياً: حرر له سنداً إذنياً قيمته الإسمية ٢٠١٠ جنيهاً يستحق فى ١٥ مايو ١٩٩٧.

ثالثاً: حرر له بالباقى كمبيالة تستحق فى ١٤ يونيه ١٩٩٧ ، والمطلوب تحديد القيمة الإسمية للكمبيالة الأخيرة، علماً بأن معدل الخصم السائد فى ذلك الوقت ٦٪ سنوياً.

٦- تاجر مدين لأحد البنوك بالمبالغ الآتية:

١٥٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ١٨ يوماً.

٢٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٩٠ يوماً.

٣٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ١٠٠ يوماً.

اتفق مع البنك على أن يستبدلها بدين واحد قدره ٦٥٤٠ جنيهاً يستحق السداد بعد ١٢٠ يوماً، إحسب معدل الخصم البسيط الذى استخدم فى تسوية هذه الديون.

٧- شخص مدين بالمبالغ الآتية:

٢٥٠٠ جنيه تستحق بعد شهرين.

٣٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٣ شهور.

٤٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٤ شهور.

وقد اتفق مع الدائن على أن يسدد جميع هذه الديون بالكيفية الآتية:

٢٥٠٠ جنيه تدفع فوراً.

٢٠٠٠ تسدد هى وفوائدها على ١٢ قسطاً متساوياً وتدفع فى آخر كل شهر ويدفع القسط الأول بعد شهر.

٢٠٠٠ جنيه تدفع بعد سنتين من اليوم على أن يسدد فوائدها الدورية آخر كل ثلاثة شهور.

الباقى يسدد بموجب كمبيالتين متساوتى فى القيمة الإسمية تستحق الأولى بعد ثلاثة شهور والثانية بعد ٤ شهور.

فإذا علمت أن معدل الفائدة والخصم ٦٪ سنوياً، فأوجد كل من:

أ- القسط الشهرى.

ب- **الفائدة الدورية الواحدة.**

حـ- **القيمة الإسمية لكل من الكمبيالتين.**

٨- تاجر مدين لأحد البنوك وتعهد بسداد ديونه في أول مارس ١٩٩٧ وفقاً للأساس التالي:

٥٠٠٠ جنيه كمبيالة تستحق في ١٥ يونيه ١٩٨١.

٤٠٠٠ جنيه سند إذني تستحق في ١٧ يوليه ١٩٩٧.

٥٠٠ جنيه دفعة نصف شهرية تبدأ من ١٦ مارس وحتى آخر أغسطس ١٩٨١.

وفي ١٧ مايو اتفق التاجر مع البنك على تسديد ديونه كاملة أوجد القيمة الواجب سدادها في هذا التاريخ علماً بأن البنك يستخدم معدل بسيط للخصم والفائدة هو ٦٪ سنوياً (على أن تتم التسوية على أساس شهري).

٩- تاجر تجزئة مدين لتاجر جملة بأثمان بضاعة تم استلامها بتاريخ ١٥ **إبريل ١٩٩٧ تعهد الأول للثاني بسداد قيمة هذه البضاعة بالأسلوب التالي:**

٢٠٠٠ جنيه قيمة كمبيالة تستحق في ١٦ أغسطس ١٩٨١.

١٠٠٠ جنيه قيمة كمبيالة تستحق في ١٥ أكتوبر ١٩٩٧.

٥٠ جنيه دفعة نصف شهرية تبدأ من ١٥ إبريل ١٩٩٧ وحتى ١٥ أغسطس ١٩٩٧.

١٠٠ جنيه دفعة شهرية تبدأ من ١٥ أغسطس وحتى ١٥ أكتوبر ١٩٩٧ وفي ١٥ أغسطس ١٩٩٧ اتفق المدين مع الدائن على استبدال ديونه

كلها بدين واحد، أوجد قيمة هذا الدين، علماً بأن معدل الفائدة والخصم السائد فى السوق فى تاريخ التسوية ٨٪ سنوياً.

١٠- اقترض أحد التجار من بنك الإسكندرية المبالغ الآتية:

٢٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى أول يناير ١٩٩٧.

٣٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى أول مايو ١٩٩٧.

٦٠٠٠ تستحق السداد فى آخر أغسطس ١٩٩٧.

وفى تاريخ استحقاق الدين الأول، تم الاتفاق بين التاجر والبنك على أن يقوم بسداد كل ما هو مدين به بنفس القيمة الإسمية للديون جميعها من تاريخ الاستحقاق المتوسط، أوجد تاريخ الاستحقاق الجديد، علماً بأن البنك يستخدم معدل خصم بسيط ٩٪ سنوياً، (وتعتبر السنة ٣٦٠يوماً).

١١- فى التمرين السابق (١٠) على فرض أن الاتفاق تم بين التاجر والبنك فى أول فبراير ١٩٩٧ على دفع باقى الديون بقيمتها الإسمية فى تاريخ استحقاق متوسط، أوجد هذا التاريخ المتوسط.

١٢- تاجر مدين بالمبالغ الآتية:

٥٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٦ شهور.

٨٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٩ شهور.

١٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ١١ شهراً.

اتفق المدين مع الدائن على سداد مبلغ واحد قدره ٢٢٧٣,١٦٧ جنيهاً.

فإذا علمت أن البنك يحسب معدل فائدة وخصم بسيط ٧٪ سنوياً.

فأوجد مدة استبدال الديون القديمة بالدين الجديد (تاريخ الاستحقاق المشترك).

الباب الرابع

استهلاك القروض قصيرة الاجل

القرض هو المبلغ الذى يكون محلاً للاتفاق بين طرفين أحدهما يكون دائناً – وهو شخص الذى أقرضه – فيستحق له المبلغ عند استحقاقه، والثانى يكون مدينا – وهو الشخص الذى اقترض المبلغ– فيستحق عليه المبلغ وفوائده عند تاريخ الاستحقاق.

وقد أدت زيادة حركة البيع بالتقسيط وعدم توفر السيوله النقديه لدى الشركات أو رجال الاعمال الى لجوء هذه الشركات وكذا رجال الاعمال الى البنوك للاقتراض منها ويعتبر تقديم القروض أو الحصول عليها من أهم عمليات التجاره والمال فى العصر الحديث، فازدهار التجاره وكثرة السلع وزيادة متطلبات الحياه جعل من الضرورة تسهيل عمليات الائتمان وتوسيع نطاقها. وقد ساهمت الطرق المختلفه بسداد القروض ليس فقط فى تشجيع الاقتراض بل أدى اتباعها الى زيادة قدره المدين على سداد المبلغ المقترض نتيجه لا مكانيه تنظيم السداد بما يتناسب مع قدرته وأمكانياته.

ما المقصود باستهلاك القروض:

المقصود باستهلاك القرض سداده مع فوائده، ويتم السداد وفقا للاتفاق بين الدائن والمدين الذى تحدد بمقتضاه الطريقه التى يسدد بها المدين القرض وفوائده للدائن، كما يحدد هذا الاتفاق معدل الفائده ومدة القرض وشروطه.

ويمكن تحديد عناصر عملية الاقتراض فى العوامل الآتيه:

١- **أصل القرض** : قيمة المبلغ المتنازل عنه من جانب المقـرض (الدائن) إلى المقترض (المدين).

٢- **مده القرض** : المده التى يستخدم فيها المدين أصل القرض أو جزء منه حتى يقوم بسداده كـاملاً بمـا فـى ذلك الفوائد المستحقه عليه.

٣- **معدل الفائدة** : وهو مقابل استخدام أصل القرض وفى بعض الاحيان يستخدم معدل الخصم بدلاً من معـدل الفـائدة فـي حالـة سـداد القـرض قبــل تـاريخ استحقاقه.

٤- **فترة السماح** : وهى الفترة التـى تسـبق فـتره حسـاب الفوائـد علـى أصـل القـرض وقـد اسـتحدثت لتشـجيع عمليات الاقتراض والاستثمار.

٥- **طريقة سداد أصل القرض** : حيث يتم سـداد القرض فـى تـاريخ محـدد أو على أجزاء مختلفـه أو متسـاويه فـى تواريـخ محدده خلال مدة القرض.

وهناك طرق كثيره يستطيع المدين بمقتضاها بالاتفاق مع الدائن علـى القيام بسداد القرض مع فوائده.

ويمكن مناقشة أهم الطرق الشـائعه لاسـتهلاك القـروض فـى السـوق الماليه على النحو التالى:

الطريقه الاولى : سداد القرض وفوائده (جملة القرض) فى نهاية مدة القرض.

تقضى هذه الطريقه بألتزام المدين بسداد أصل القرض وفوائده (جمله القرض) فى نهاية المده التى يتم الاتفاق عليها مع الدائن. وعادة ما تحسب الفوائد وفقا لمعدلات الفائده السائده عند عقد اتفاق القرض، وتجدر الاشاره الى عدم وجود اختلاف بين طريقتى حساب جمله القرض وفقا لهذه الطريقه من طرق سداد القرض عن حساب جمله مبلغ فى نهاية مدة معينه والتى سبق ذكرها فى الباب الاول من هذا المؤلف، وبالتالى يمكن استخدام قانون الجمله على النحو التالى:

جملة القرض = القرض + فائدته

= أ + ف

جـ = أ (١ + ع ن)

مثال (٤-١)

فى ٣ مارس ١٩٩٧ اقترض شخص مبلغ ٦٠٠٠ جنيه. وقد أتفق مع الدائن على سداده مع فوائده مره واحده فى ٣٠ أغسطس من نفس العام فإذا علمت أن معدل الفائده البسيطه هو ١٢٪. أحسب المبلغ الواجب السداد فى نهاية مدة القرض، ثم أوجد مقدار الفوائد التى تحملها هذا الشخص.

الحـل

حساب مدة القرض

مارس ابريل مايو يونيه يوليو اغسطس

٣١

٣ -

٢٨ + ٣٠ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٣٠ = ١٨٠ يوم

جملة القرض = أ (١ + ع ن)

$$= ٦٠٠٠ \left(١ + \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{١٨٠}{٣٦٠}\right) = ٦٣٦٠$$ جنيه

مقدار الفوائد التى تحملها المدين = جملة القرض – أصل القرض.

∴ = ٦٣٦٠ – ٦٠٠٠ = ٣٦٠ جنيه

مثال (٤-٣)

قامت شركة المنى بعمليات الاقتراض الاتيه من أحد البنوك.

١٠٠٠ جنيه في ٢٧ /٩/ ١٩٩٧

٢٠٠٠ جنيه في ٨ /١٠/ ١٩٩٧

٤٠٠٠ جنيه في ١١/١١/ ١٩٩٧

أوجد المبلغ الواجب على الشركة سداده للبنك فى ١٩٩٧/١٢/٣١ وذلك اذا علمت أن معدل الفائده المستخدم فى البنك ٩٪ سنوياً.

الحــل

	سبتمبر		أكتوبر		نوفمبر		ديسمبر	
مدة القرض الاول =	٣	+	٣١	+	٣٠	+	٣١	= ٩٥ يوم
مدة القرض الثانى =	-	+	٢٣	+	٣٠	+	٣١	= ٨٤ يوم
مدة القرض الثالث =	-	+	-	+	١٩	+	٣١	= ٥٠ يوم

مجموع النمر = ١٠٠٠ × ٩٥ + ٢٠٠٠ × ٨٤ + ٤٠٠٠ × ٥٠

= ٤٦٣٠٠٠

القاسم = $\frac{٣٦٠٠٠}{ع}$ = $\frac{٣٦٠٠٠}{٩}$ = ٤٠٠٠

مجموع الفوائد = $\frac{\text{مجموع النمر}}{\text{القاسم}}$

= $\frac{٤٦٣٠٠٠}{٤٠٠٠}$ = ١١٥,٧٥ جنيه.

∴ المبلغ الواجب على شخص سداده فى ١٩٩٧/١٢/٣١ يمثل جملة المبــالغ المقترضه = مجموع مبالغ القروض + مجموع الفوائد

= (١٠٠٠ + ٢٠٠٠ + ٤٠٠٠) + ١١٥,٧٥ = ٧١١٥,٧٥ جنيه

الطريقه الثانيه: سداد الفوائد المستحقه أو جزء منها مقدماً ثم سداد أصل القرض مع ما تبقى من فوائد فى نهاية مدة القرض.

وفقاً لهذه الطريقه، يشترط الدائن أن يسدد المدين جميع الفوائد المستحق عليه أو جزء منها مقدماً عند تقديم القرض ويتم ذلك عن طريق خصم الفوائد كلها أو جزء منها من أصل الدين وتسليم المدين الصافى بحيث يقوم المدين بسداد القرض بالاضافه الى ما تبقى من فوائد (إذا لم تكن الفائده قد خصمت بالكامل مقدماً عند استلام القرض)وذلك فى نهاية مدة القرض.

ومما ينبغى ملاحظته أن هذه الطريقه تيتح للدائنين الحصول على معدل فائده حقيقى أكبر من المعدل الذى تم به إقتراض الدين، وبالتالى تحمل المدين بعبء أكبر بالمقاربه لطريقة السابقة.

مثال (٤-٣)

اشترى أحمد سياره من أحد معارض بيع السيارات بمبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه. فإذا قام هذا الشخص بدفع مقدم الثمن ٥٠٠٠ جنيه وسداد باقى الثمن فى نهاية ٤ شهور. وكانت شروط البيع هى:

١- تحسب فائدة بسيطه بمعدل ١٢٪ سنوياً.

٢- يتم اعتبار المده التى تقل عن سته شهور على أنها نصف سنه.

٣- يخصم نصف الفوائد مقدماً.

احسب:

١- مقدار ما يسدده الشخص فى نهاية المده.

٢- المعدل الحقيقى السنوى الذى يحققه صاحب المعرض من هذه العمليه.

الحــل

الباقى بعد دفع مقدم الثمن = ٢٠٠٠٠ - ٥٠٠٠ = ١٥٠٠٠ جنيه.

$$\text{الفائده المستحقه على الباقى} = ١٥٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٦}{١٢} = ٩٠٠ \text{ جنيه}$$

$$\text{مقدار ما يخصم من الفائده مقدماً} = ٩٠٠ \times \frac{١}{٢} = ٤٥٠ \text{ جنيه}$$

الباقى من الثمن بعد دفع نصف الفوائد مقدماً

= ١٥٠٠٠ - ٤٥٠ = ١٤٥٥٠ جنيه

ما يسدده المدين فى نهاية المده = ١٥٠٠٠ + ٤٥٠ = ١٥٤٥٠ جنيه.

وبذلك تكون حقيقة العمليه على النحو التالى:

أصل القرض = ١٤٥٥٠ جنيه

مدة القرض = ٤ شهور

وباستخدام قانون الفائده يمكن الحصول على المعدل السنوى الحقيقى الذى حققه صاحب المعرض كالآتى:

$$ع = \frac{\text{اجمالى الفائدة} \times ١٠٠}{\text{المبلغ المقترض} \times \text{المده الفعليه}}$$

$$\therefore ع = \frac{٩٠٠ \times ١٠٠ \times ١٢}{١٤٥٥٠ \times ٤} = \frac{١٠٨٠٠٠٠}{٥٨٢٠٠} = ١٨,٥٦\%$$

مثال (٤-٤)

اقترض شخص مبلغ ١٢٠٠٠ جنيه من بنـك مصـر لمـدة ١٠ شـهور بمعدل ١٠٪ سنوياً، احسب المبلغ الواجب على المدين سداده وأيضـاً المعـدل الحقيقى للفائدة الذى يحققه البنك مع التعليق على النتائج فى الحالات الآتيه:

١- يقوم البنك بخصم نصف الفوائد المستحقه على القرض عند اصداره.

٢- يقوم البنك بخصم الفوائد المستحقه على القرض كامله عند الاصدار.

٣- يقوم البنك باعتباره المده التى تزيد عن سته شهور وتقـل عـن سـنه علـى أنها سنه كامله وتسدد نصف الفوائد مقدماً.

٤- يقوم البنك بخصم الفوائد كامله على القرض عند الاصدار واعتبار المـده سنه كامله.

الحـل

١- فى حاله قيام البنـك بخصـم نصـف الفوائـد المسـتحق علـى القـرض عنـد اصداره حيث أن الفائده هنا تحسب باستخدام قانون الفائده المعروف.

∴ ف = أ × ع × ن

$$= ١٢٠٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{١٠}{١٢} = ١٠٠٠ \text{ جنيه.}$$

$$\text{الفوائد المسدده عند بدايه القرض} = ١٠٠٠ \times \frac{١}{٢} = ٥٠٠ \text{ جنيه.}$$

∴ **المبلغ الذى استلمه المدين عند ابرام العقد.**

= مبلغ القرض - مبلغ الفوائد المدفوعه

= ١٢٠٠٠ - ٥٠٠ = ١١٥٠٠ جنيه

المبالغ الواجب على المدين سداده فى نهاية مده القرض

= مبلغ القرض + المتبقى من الفوائد

= ١٢٠٠٠ +٥٠٠ = ١٢٥٠٠ جنيه.

$$\text{المعدل الحقيقى للفائده} = \frac{\text{اجمالى الفائده}}{\text{المبلغ الذى استلمه المدين} \times \text{مده الدين الفعليه}}$$

$$= \frac{١٠٠٠}{١١٥٠٠ \times \frac{١٠}{١٢}} = ٠,١٠٤٣\%$$

التعليق:

أى أن المعدل الحقيقى يعادل ١٠,٣٤٪ ويزيد عن المعدل الذى إقترض المدين على أساسه القرض بمقدار ٠,٣٤٪ ويرجع ذلك الى خصم نصف الفوائد المستحقة مقدماً.

٢- فى حاله قيام البنك بخصم الفوائد المستحقة على القرض كاملة عند الإصدار.

الفائدة المدفوعة عند إصدار القرض (كامله) = ١٠٠٠ جنيه.

المبلغ الذى تسلمه المدين = ١٢٠٠٠-١٠٠٠ =١١٠٠٠ جنيه(أصل القرض)

المبلغ الواجب سداده فى نهاية مدة القرض = ١٢٠٠٠ جنيه.

$$\text{المعدل الحقيقى للفائدة} = \frac{١٠٠٠}{١١٠٠٠ \times \frac{١٠}{١٢}} = ٠,١٠٩١$$

التعليق:-

يلاحظ أن المعدل الحقيقى للفائدة الذى حققـه البنـك يسـاوى ١٠,٩١٪ وبالتالى يزيد عن معدل الأقراض الفعلى بمقدار ٠,٩١٪ ويزيد أيضـاً عن المعدل الحقيقى فى الحالة السابقة لزيادة مقدار الفوائـد المسدده مقدمـاً بمقدار ٠,٥٧٪.

٣- فى حالة قيام البنك بإعتبار المدة التى تزيد عن ستة شهور وتقل عن سنة على أنها سنة كاملة مع تسديد نصف الفوائد المستحقة مقدماً.

حيث أن:

ف = أ × ع × ن

$= ١٢٠٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times ١ = ١٢٠٠$ جنيه.

الفوائد التى يخصمها البنك مقدماً (نصف الفوائد) $= ١٢٠٠ \times \frac{١}{٢} = ٦٠٠$جنيه

المبلغ الذى يقوم بسداده المدين فى نهاية مدة القرض = ١٢٠٠٠+٦٠٠= ١٢٦٠٠ جنيه

المبلغ الذى تسلمه المدين بالفعل = ١٢٠٠٠ - ٦٠٠ = ١١٤٠٠.

∴ المعدل الحقيقى للفائدة $= \frac{١٢٠٠}{١١٤٠٠ \times \frac{١٠}{١٢}} = ٠,١٢٦٣$

التعليق:-

يلاحظ أن المعدل الحقيقى للفائدة فى هذه الحالة يعادل ١٢,٦٣٪ ويزيد عن المعدل الحقيقى فى الحالى الأولى وذلك نظراً لإعتبار مدة الاستثمار سنة كاملة أى زيادتها شهرين عن المدة الفعلية.

٤- فى حالة قيام البنك بخصم الفوائد كاملة عند الاصدار وأعتبار المدة سنة كاملة.

$$\text{الفائدة المسدده مقدماً} = ١٢٠٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times ١ = ١٢٠٠ \text{ جنيه}$$

المبلغ الذى أستلمه المدين = ١٢٠٠٠ - ١٢٠٠ = ١٠٨٠٠ جنيه

المبلغ الواجب سداده فى نهاية مدة القرض = ١٢٠٠٠ جنيه.

$$\therefore \text{المعدل الحقيقى للفائدة} = \frac{١٢٠٠}{١٠٨٠٠ \times \frac{١٠}{١٢}} = ٠,١٣٣٣$$

التعليق:-

أخيراً يلاحظ أن المعدل الحقيقى للفائدة يعادل ١٣,٣٣٪ ويزيد أيضاً عن المعادلات السابقة وذلك لزيادة مبلغ الفائدة فى هذه الحالة وأيضاً أنخفاض قيمة المبلغ المسدد للمدين مقدماً.

الطريقة الثالثة: سداد أصل القرض فى نهاية المدة مع سداد الفوائد المستحقة على القرض بصفة دورية خلال مدة القرض (الفوائد الدورية)

تجدر الإشارة إلى وجود حالة خاصة نجد فيها، أن الفائدة على رأس المال المقترض تستحق على فترات دورية منتظمة -أى متساوية- يتم الإتفاق عليها فى بداية مدة الإقتراض أو الإستثمار وتسمى الفائدة فى هذه الحالة "بالفائدة الدورية" فإذا تأخر المدين أو المقترض عن سداد الفوائد الدورية فى

مواعيد إستحقاقها، فيضاف عليه فوائد أخرى تسمى "فوائد التأخير" وعادة ما يختلف معدل فائدة التأخير عن معدل الفائدة الدورية.

كما أنه فى حالات كثيرة، يتم سداد مبالغ الديون -متساوية أو غير متساوية- بصفة دورية، أى على فترات متتالية متساوية، فإذا كانت هذه المبالغ متساوية من ناحية وتسدد أو تدفع على فترات دورية متساوية من ناحية أخرى، فإنها تسمى "بالدفعات الدورية المتساوية" وإن كان من الشائع أطلاق أسم "الدفعات" عليها فقط.

وهناك نوعين من الدفعات، الأول منها يسمى "بالدفعات المؤكدة" ويتميز هذا النوع، بأن مبلغ الدفعة فيه مؤكد السداد أو الدفع، دون تعليق هذا السداد أو أرتباطه بحادث أو شرط يحدد، ومن ثم فإن عدد مثل هذا النوع من الدفعات يكون محدداً ومعلوماً مقدماً، فمثلاً لو باع مالك منزل قيمته ١٠٠ ألف جنيه بالتقسيط لمشترى معين، على أساس أن تكون مدة التقسيط سنتين ونصف، ومدة القسط الواحد ربع سنة، على ذلك يتم التقسيط على عشرة دفعات، قيمة كل دفعة منها ١٠٠٠٠ جنيه، فالدفعات السابقة ستسدد بكامل قيمتها وعددها إلى المالك سواء بقى المشترى على قيد الحياة بنهاية مدة التقسيط أو توفى قبل ذلك، لأن فى الحالة الأخيرة، سيتكفل الورثة بسداد باقى الدفعات فى مواعيد أستحقاقها للمالك، فالدفعات فى هذه الحالة تعتبر دفعات مؤكدة.

والنوع الثاني يسمى "بالدفعات الإحتمالية" وفيها نجد أن هناك شرط محدد أو حادث معلق عليه سداد الدفعة، فمثلاً إذا أشترى شخص عمره ٤٠

سنة عقد تأمين يضمن له شخصياً دفعة سنوية قدرها ١٠٠٠ جنيه أعتباراً من بلوغه تمام العمر ٦٠ سنة، فإذا توفى قبل هذا التاريخ فـلا يتـم الدفـع، إمـا إذا توفى بعده فيتوقف سداد مثل هذه الدفعة، ونظراً لأن تاريخ وفاة هذا الشـخص غير معلوم مقدماً، وبالتالى يكون عدد الدفعات الإحتماليـة غـير معلـوم مقدمـاً كما هو الحال فى حالة الدفعات المؤكدة.

وستقتصر دراستنا فـى هـذا الجـزء علـى الفوائـد الدوريـة، والدفعـات المؤكدة فى مبحثين.

(*) المبحث الأول: الفوائد الدوريه

أولاً: الفوائد الدوريه:

نظراً لثبات قيمه كل من رأس المال ومعدل الفائده وتساوى الفترات الدوريه التى تدفع فى نهاية كل منها الفائده فإن مقدار الفائده الدوريه الواحده يتحدد على أساس تطبيق قانون الفائده السابق ذكره فى الباب الأول مع مراعاه أن (ن) تمثل مدة الدوره الواحده، وعليه فإن:

(*) الفائده الدوريه الواحده = أصل القرض × معدل الفائده × طول الفتره الدوريه

$$\text{(*) عدد الفوائد الدوريه} = \frac{\text{مدة القرض}}{\text{طول الدوره الواحده}} = \frac{\text{مدة القرض}}{\text{مدة الفائده الدوريه}}$$

(*) مجموع الفوائد الدوريه = الفائده الدوريه الواحده × عدد الفوائد الدوريه.

مثال (٤-٥)

اقترض أحمد مبلغ ٦٠٠٠ جنيه لمده ٣ سنوات واتفق مع الدائن على سداد فائده القرض بصفه دوريه فى نهايه كل ٣ شهور بمعدل فائده ١٥٪ سنوياً. احسب قيمة الفائده الدوريه الواحده ومجموع الفوائد الدوريه التى قام بسدادها وكذلك جملة ما سدده المدين من قرض وفوائد.

الحل

الفائده الدوريه الواحده = أصل القرض × المعدل × طول الدوره الوحده

$$= ٦٠٠٠ \times \frac{١٥}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢} = ٢٢٥ \text{ جنيه}$$

$$\text{عدد الفوائد الدوريه} = \frac{\text{مدة القرض}}{\text{طول الدوره الواحده}} = \frac{٣٦}{٣} = ١٢ \text{ فائده دوريه}$$

مجموع الفوائد الدوريه = مقدار الفائده الدوريه الواحده × عدد الفوائد.

= ٢٢٥ × ١٢ = ٢٧٠٠ جنيه

= أصل القرض + مجموع الفوائد الدوريه

جملة ما سدده المدين = ٦٠٠٠ + ٢٧٠٠ = ٨٧٠٠ جنيه.

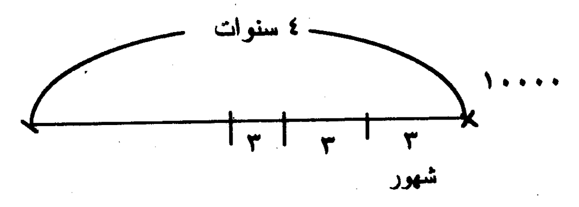
مثال (٤-٦)

أقترض شخص من آخر مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه لمدة ٤ سنوات وقد اشترط الدائن بأن يقوم المدين بسداد الفوائد بصفه دوريه فى نهاية كل ٣ شهور بواقع ٨٪ سنوياً أحسب مجموع الفوائد وكذلك جملة ما سدده المدين فى نهاية مدة القرض.

الحل

أ = ١٠٠٠٠ المدة الاجماليه = ٤ سنوات = ٤ × ١٢ = ٤٨ شهر

المدة الدوريه = ٣ شهور ع = ٨٪ سنوياً



- قيمة الفائدة الدوريه = أصل القرض × معدل الفائده × مدة الفائدة الدوريه

$$= ١٠٠٠٠ \times \frac{٨}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢} = ٢٠٠ \text{ جنيه}$$

- عدد الفوائد = $\frac{\text{مدة القرض بالشهور}}{\text{المدة الدوريه باشهور}}$ = $\frac{٤٨}{٣}$ = ١٦ فائده

- مجموع الفوائد المسدده = قيمة الفائده × عدد الفوائد

= ٢٠٠ × ١٦ = ٣٢٠٠ جنيه

- جملة ما سدده المدين = القرض + مجموع الفوائد المسدده

= ١٠٠٠٠ + ٣٢٠٠ = ١٣٢٠٠ جنيه.

للتأكد من صحة النتائج السابقه يلاحظ أن مجموع الفوائد الدوريه المسدده عباره عن الفائده البسيطه للقرض بصفه عامه.

الفائدة البسيطه = القرض × معدل الفائده × مدة القرض

= ١٠٠٠٠ × $\frac{٨}{١٠٠}$ × ٤ = ٣٢٠٠ جنيه

ثانياً: فوائد تأخير الفوائد الدوريه:

قد يتأخر المدين فى سداد كل أو بعض الفوائد الدوريه فيترتب على ذلك احتساب فائده تأخير عن كل فائده دوريه متأخره من تاريخ استحقاقها حتى تاريخ سدادها وتحسب فوائد التأخير على أساس معدل الاقتراض أو الاستثمار ولكن غالبا ما يكون معدل فائدة التأخير أعلى من معدل الاقتراض.

ويمكن أن تحسب فوائد التأخير بالنسبه للفوائد الدوريه المتأخره بحساب فائده تأخير كل واحده منها على حده كما هو واضح فى الباب الاول ثم جمع فوائد التأخير كلها حيث نجد أن:

فوائد تأخير الفوائد الدوريه = فائده تأخير الفائده الدوريه الاولى + فائدة تأخير الفائده الدوريه الثانيه + ... + فائدة تأخير الفائدة الاخيره.

ونظراً لأن مقدار الفائده الدوريه الواحده وكذلك معدل فائده التأخير فإن فوائد تأخير الفوائد الدوريه = مقدار الفائد الدوريه الواحده × معدل التأخير × مجموع مدد التأخير ويلاحظ أن مجموع مدد التأخير تكون متواليه عدديه متناقصه حدها الاول هو مدة تأخير أول فائدة دوريه متأخره وحدها الاخير هو مده تأخير آخر فائدة دوريه متأخره، وعليه فإن:

مجموع مدد التأخير = (عدد الحدود / ٢) (الحد الاول + الحد الاخير)

= (عدد الفوائد الدوريه المتأخره / ٢) (مدة تأخير الفائدة الدوريه المتأخره الاولى + مدة الفائدة الدوريه المتأخره الاخيره)

وبناء على ذلك فإن فوائد التأخير على الفوائد الدوريه تحسب وفقاً للقانون التالى:

مجموع فوائد التأخير = الفائدة الدوريه الواحده × (معدل التأخير / ١٢) × (عدد الفوائد الدوريه المتأخره / ٢) × (مدة تأخير الفائدة الدوريه المتأخره الاولى + مدة تأخير الفائدة الدوريه المتأخره الاخير).

مثال (٤-٧)

اقترض شخص مبلغ ١٠٠٠ جنيه من أحد البنوك بمعدل ١٠٪ سنوياً أحسب

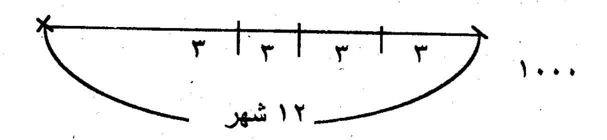
١- جملة المسدد فى نهاية سنه فى حاله قيام المدين بسداد الفائده بصفه دوريه فى آخر كل ٣ شهور.

٢- إذا لم يستطيع المدين سداده أى من الفوائد الدوريه واتفق مع الدائن على سدادها مره واحده فى نهاية السنه مع احتساب فائدة تأخير بمعدل ١٢٪ سنوياً أحسب جملة المبالغ المسدده فى هذه الحاله.

الحل

١- فى حالة السداد

أ = ١٠٠٠ جنيه ع = ١٠٪ =١٢ شهر المدة الدوريه = ٣ شهور



- قيمة الفائدة الدوريه = القرض × معدل الفائده × مدة الدوريه

$$= ١٠٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢} = ٢٥ \text{ جنيه}$$

$$\text{- عدد الفوائد الدوريه} = \frac{\text{مدة القرض}}{\text{المدة الدوريه}} = \frac{١٢}{٣} = ٤ \text{ فوائد}$$

- مجموع الفوائد المستحقه = قيمة الفائده × عدد الفوائد

= ٢٥ × ٤ = ١٠٠ جنيه

∴ جملة المبالغ المسدده = أصل القرض + مجموع الفوائد الدوريه المسدده

= ١٠٠٠ + ١٠٠ = ١١٠٠ جنيه

٢- فى حالة عدم السداد

مجموع فوائد التأخير = الفائده الدوريه × (معدل التأخير / ١٢) × (عدد الفوائد المتأخره / ٢)

[مدة تأخير الفائدة الاول + مدة تاخير الفائدة الاخير]

= ٢٥ × (١٢ / ١٠٠) × (٤ / ١٢) [(٩ + صفر) / ٢]

∴ جملة المسدد فـى نهايـة مـدة القـرض = أصـل القـرض + مجمـوع الفوائـد الدوريه + فوائد تأخير الفوائد الدوريه المتأخره.

= ١٠٠٠ + ١٠٠ + ٤,٥ = ١١٠٤,٥ جنيه

ثالثاً: فوائد استثمار الفوائد الدوريه:

قد يحدث فى بعض الاحيان قيام الدائن فى هذه الحاله باستثمار الفوائد الدوريه المسدده له فى أحد البنوك أو المشروعات بحيـث يحصـل علـى عـائد بمعـدل اسـتثمار يسـاوى معـدل الاقـتراض أو يختلـف عنـه وتحسـب فوائـد الاستثمار للفوائد الدوريه بنفس طريقه حساب فوائد التأخير مـع أجـراء تغيير لفظى فى صيغة القانون المستخدم كما يلى:

مجموع فوائد الاستثمار=الفائدة الدوريه الواحده× (معدل الاستثمار / ١٢) × (عدد الفوائد الدوريه المسدده / ٢)

× [مدة استثمار الفائدة الدوريه المسدده الاولى + مدة استثمار الفائده الدوريه المسدده الاخيره]

رابعاً: فوائد تأخير أصل القرض:

أيضاً قد يتأخر المدين عن سداد أصل الدين (القرض) المستحق عليه في موعده المحدد وتأجيله الى ما بعد تاريخ الاستحقاق الاصلى وفى هذه الحاله يقوم الدائن باحتساب فائدة على اصل الدين المتأخر باستخدام قانون الفائده البسيطه على النحو التالى:

فائدة تأخير أصل القرض

= أصل القرض × معدل التأخير × مدة تأخير اصل القرض.

مثال (٤-٨)

أقترض شخص مبلغ ١٨٠٠٠ جنيه لمدة ٤ سنوات بمعدل فائدة بسيطه ١٠٪ سنوياً وقد اتفق مع الدائن على سداد الفوائد بصفة دوريه تدفع كل ٦ شهور. وقد قام المدين بسداد الثلاث فوائد دوريه الاولى فى مواعيدها ثم انقطع عن سداد باقى الفوائد واتفق مع الدائن على سداد باقى الفوائد الدوريه وأصل القرض فى نهاية المده، فوافق الدائن على أن يتم احتساب فوائد تأخير بمعدل ١٢٪ سنوياً فإذا قام الدائن باستثمار الفوائد الدوريه المسدده بمعدل ١٥٪ سنوياً. أوجد ما يلى:

١- جملة ما يسدده المدين فى نهاية مدة القرض.

٢- مجموع الفوائد التى حققها الدائن.

٣- معدل الاستثمار العام الذى حققه الدائن.

الحـل

جملة ما يسدده المدين فى نهاية مدة القرض فى هذه الحاله هى:

١- أصل القرض

٢- الفوائد الدوريه

٣- فوائد تأخير الفوائد الدوريه المتأخره.

١- بالنسبه للفوائد الدوريه

الفائدة الدوريه الواحده = أصل القرض × معدل الفائده × طول الدوره الواحده

$$= ١٨٠٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{٦}{١٢} = ٩٠٠ \text{ جنيه.}$$

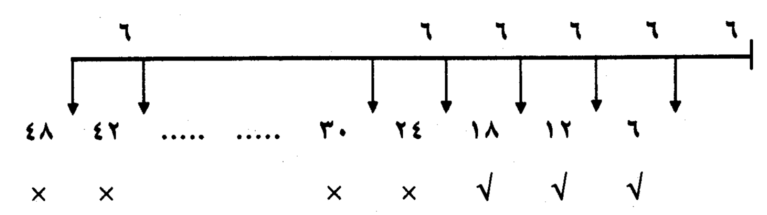
$$\text{عدد الفوائد الدوريه} = \frac{\text{مدة القرض}}{\text{طول الدوره الواحده}} = \frac{٤٨}{٦} = ٨ \text{ فوائد دوريه}$$

مجموع الفوائد الدوريه = الفائدة الدوريه الواحده × عدد الفوائد الدوريه

= ٩٠٠ × ٨ = ٧٢٠٠ جنيه.

٢- حساب فوائد تأخير الفوائد الدوريه:

يمكن توضيح كيفية احتساب مدد تأخير فوائد التأخير على النحو التالى :



ملاحظة:

حيث أنه لم يحدد لنا فى التمرين ما إذا كانت الفوائد الدوريه تدفع أول أو آخر كل فتره دوريه فلابد من اعتبار أنها تدفع فى نهاية كل فتره دوريه.

يلاحظ أن:

مدة تأخير أول فائده دوريه متأخره = ٤٨ - ٢٤ = ٢٤ شهراً

مدة تأخير آخر فائده دوريه متأخره = ٤٨ - ٤٨ = صفر شهراً

$$\therefore \text{مجموع فوائد التأخير} = \text{الفائده الدوريه} \times \frac{\text{معدل التأخير}}{١٢} \times \frac{\text{عدد الفوائد المتأخرة}}{٢}$$

[مدة تأخير الفائدة الاولى + مدة تأخير الفائدة الاخير]

$$= ٩٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٥}{٢} \left[\frac{٢٤ + \text{صفر}}{١٢}\right] = ٥٤٠ \text{ جنيه}$$

∴ جملة ما يسدده المدين = ١٨٠٠٠ + ٧٢٠٠ + ٥٤٠ = ٢٥٧٤٠ جنيه.

٣- مجموع الفوائد التى حققها الدائن هو:

الفوائد الدوريه

، فوائد التأخير على الفوائد الدوريه.

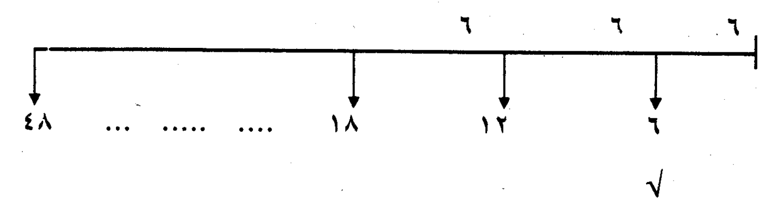
، فوائد استثمار الفوائد الدوريه المسدده والتى تحسب كما يلى.

$$\text{فوائد استثمار الفوائد الدوريه المسدده} = \text{الفائده الدوريه} \times \frac{\text{معدل الاستثمار}}{١٢}$$

$$\times \frac{\text{عدد الفوائد الدوريه المستثمر}}{٢} \times$$ [مدة استثمار الفائدة المسدده الاولى

+ مدة الاستثمار الفائدة المسدده الاخيره]

ويمكن توضيح ذلك على النحو التالى:



∴ مدة استثمار أول فائدة دوريه مسدده = ٤٨ - ٦ = ٤٢ شهر

∴ مدة استثمار أخر فائدة دوريه مسدده = ٤٨ - ١٨ = ٣٠ شهر

∴ مجموع فوائد الاستثمار = $٩٠٠ \times \frac{١٥}{١٠٠} \times \frac{٣}{٢} \left[\frac{٤٢ + ٣٠}{١٢}\right]$ = ١٢١٥ جنيها

∴ مجموع الفوائد التى حققها الدائن

= ٧٢٠٠ + ٥٤٠ + ١٢١٥ = ٨٩٥٥ جنيهاً.

٤- لايجاد معدل الاستثمار العام الذى حققه الدائن:

مجموع الفوائد التى حققها الدائن

= أصل القرض × معدل الاستثمار العام × مدة القرض.

$٨٩٥٥ = ١٨٠٠٠ \times \frac{ع}{١٠٠} \times ٤$

∴ معدل الاستثمار العام (ع/) = $\frac{٨٩٥٥ \times ١٠٠}{١٨٠٠٠ \times ٤}$ = ١٢,٤٤ ٪ سنوياً

مثال (٤-٩)

اقترض أحد الاشخاص مبلـغ ٦٠٠٠ جنيـه لمـدة سـنتين بمعـدل فـائدة بسيطه ٨٪ سنوياً وتم الاتفاق على سداد الفوائد بصفـه دوريـه فـى نهايـة كـل

شهرين فإذا قام المدين بسداد الاربع فوائد الدوريه الاولى فى مواعيدها ولم يستطع سداد باقى الفوائد وتعهد بسدادها وأصل القرض بعد مرور ٦ شهور على تاريخ استحقاق اصل القرض. فإذا قام الدائن باحتساب فوائد تأخير على الفوائد الدوريه المتأخره بمعدل ١٢٪ سنوياً وعلى أصل القرض بمعدل ١٠٪ سنوياً. كما قام باستثمار الفوائد الدوريه المسدده بمعدل ١٥٪ سنوياً. أوجد

أولاً: جملة ما يسدده المدين فى نهاية فترة التأجيل.

ثانياً: معدل الاستثمار العام الذى حققه الدائن من القرض.

الحـل

أولاً: جملة ما يسدده المدين فى نهاية فترة التأجيل هو

١- أصل القرض.

٢- الفوائد الدوريه.

٣- فوائد تأخير الفوائد الدوريه المتأخره.

٤- فوائد تأخير أصل القرض.

*** الفوائد الدوريه:**

الفائده الدوريه = أصل القرض × معدل الفائده × طول الدوره الواحده

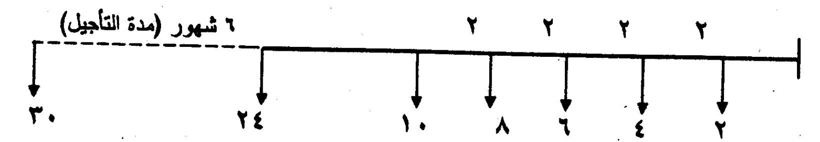
$$= ٦٠٠٠ \times \frac{٨}{١٠٠} \times \frac{٢}{١٢} = ٨٠ \text{ جنيه.}$$

$$\text{، عدد الفوائد الدوريه} = \frac{\text{مدة القرض}}{\text{طول الدوره الواحده}} = \frac{٢٤}{٢} = ١٢ \text{ فائده دوريه}$$

، مجموع الفوائد الدوريه = الفائده الدوريه × عدد الفوائد

= ٨٠ × ١٢ = ٩٦٠ جنيه.

ويمكن توضيح كيفية احتساب مدد فوائد التأخير على الفوائد الدوريـه المتأخره على النحو التالى:



مدة تأخير أول فائدة دوريه متأخره = ٣٠ - ١٠ = ٢٠ شهر

، مدة تأخير آخر فائدة دوريه غير مسدده (متأخره) = ٣٠ -٢٤ = ٦ شهور.

، مجوع فوائد التأخير = الفائده الدوريه الواحده × (معدل التأخير / ١٢) × (عدد الفوائد المتأخره / ٢) × [مدة تأخير الفائدة الاولى + مدة تأخير الفائدة الاخيره]

= ٨٠ × (١٢ / ١٠٠) × (٨ / ٢) [(٢٠ + ٦) / ١٢] = ٨٣,٢ جنيها

* فائدة تأخير أصل القرض

= أصل القرض × معدل تأخير أصل القرض × مدة التأخير.

= ٦٠٠ × (١٠ / ١٠٠) × (٦ / ١٢) = ٣٠٠ جنيه

∴ جملة ما يسدده المدين فى نهاية مدة تأجيل القرض

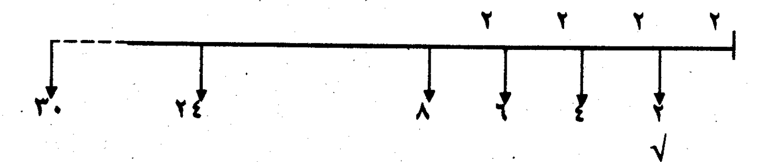
= ٦٠٠٠ + ٩٦٠ + ٨٣,٢ + ٣٠٠ = ٧٣٤٣,٢ جنيه.

* فوائد استثمار الفوائد الدوريه المسدده = الفائده الدوريه × (معدل الاستثمار / ١٢)

× (عدد الفوائد الدوريه المستثمره / ٢) × [مدة استثمار الفائدة المسدده الاولى

+ مدة الاستثمار الفائدة المسدده الاخيره]

ولتوضيح كيفية إحتساب مدد استثمار الفوائد الدوريه المسدده نجرى الآتى:



مدة استثمار أول فائدة دوريه مسدده = ٣٠ - ٢ = ٢٨ شهر

مدة استثمار أخر فائدة دوريه مسدده = ٣٠ - ٨ = ٢٢ شهر

∴ فوائد استثمار الفوائد الدوريه المسدده = $٩٠٠ \times \frac{١٥}{١٠٠} \times \frac{٤}{٢} \left[\frac{٢٨ + ٢٢}{١٢}\right]$ = ١٠٠ جنيه

∴ جملة الفوائد الدوريه التى حصل عليها الدائن = الفوائد الدوريه + فوائد تأخير الفوائد الدورية المتأخره + فائدة تأخير أصل القرض + فوائد استثمار الفوائد الدوريه المسدده

= ٦٩٠ + ٨٣,٢ + ٣٠٠ + ١٠٠ = ١٤٤٣,٢ جنيه.

لايجاد معدل الاستثمار العام (ع/) الذى حققه الدائن نجد أن:

مجموع الفوائد التى حصل عليها الدائن

= أصل القرض × معدل الاستثمار العام × مدة القرض.

∴ ١٤٤٣,٢ = ٦٠٠٠ × $\frac{ع/}{١٠٠}$ × ٢,٥

∴ معدل الاستثمار العام (ع/) = ٩,٦٢٪ سنوياً.

(*) المبحث الثاني: الدفعات المؤكدة

الدفعات المؤكدة، هي التي لا يرتبط سدادها بحادث أو بشرط معين كما سبق أن أوضحنا - وقد تكون هذه الدفعات دورية لكن غير متساوية- وهذه لن تشملها دراستنا - وقد تكون هذه الدفعات متساوية وهي ما تسمى "بالدفعات المؤكدة المتساوية" وإن كان الشائع أن يطلق عليها "الدفعات" فقط، وهذه ستكون موضوع دراستنا في الجزء التالي:

من الأمثلة الشائعة والمعروفة لهذا النوع من الدفعات، القيمة الإيجارية - سواء لأرض أو لعقار ... الخ - بفرض ثباتها وعدم تعرضها لأي تغيير خلال مدة معينة، فقيمة الإيجار في مثل هذه الظروف عبارة عن مبلغ ثابت، يدفع على فترات دورية ثابتة، ومؤكد دفعه. وقد تكون مدة الدفعة طويلة (سنة أو أكثر) أو قصيرة (أقل من سنة) والأخيرة هي الشائعة الاستخدام في الفائدة البسيطة، حيث تكون مدة الدفعة نصف سنة، أو ثلث سنة أو ربع سنة أوشهرين أو شهر أو نصف شهر ... الخ.

أ- أنواع الدفعات المؤكدة:

إذا نظرنا إلى تاريخ سداد الدفعة فيمكن تقسيم الدفعات إلى نوعين:

أولهما: الدفعات العادية: وهي التي يتم سداد مبلغها في نهاية كل فترة زمنية محددة وعادة ما يستخدم مثل هذا النوع من الدفعات عند سداد قرض بالتقسيط ومن ثم يطلق عليها "دفعة سداد أو دفعة إستهلاك".

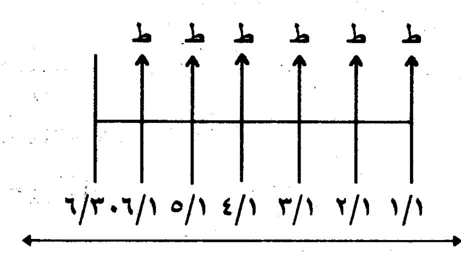
ثانيهما: الدفعات الفورية: وهي التي يتم دفع مبلغها في بداية كل فترة زمنية محددة وغالباً ما يستخدم هذا النوع من الدفعات في حالات إستثمار

مبالغ كإيداعها فى البنوك أو صناديق الإدخار، ومـن ثـم يطلـق عليهـا، "دفعـة إستثمار".

ب- تعاريف أخرى:

١- مدة الدفعات وسنرمز لها بالرمز (ن):

وهى المدة من بداية الدفعة الأولـى إلـى نهايـة فـترة الدفعـة الأخـيرة، فمثلاً إذا أودع شخص مبلغ ما وليكـن (ط) شـهرياً، علـى أن يتـم الايـداع فـى أول كل شهر اعتباراً من أول يناير، ولعدد ست دفعات، فتكون صورة الإيداع كالآتى:



مدة الدفعات (ب)

فالمدة من أول يناير (بداية فترة أول دفعة) حتى آخر يونيو (نهايـة فـترة آخـر دفعة) تسمى بمدة الدفعات وهى هنا تساوى ستة شهور ... وهكذا.

٢- فترة الدفعة الواحدة وسنرمز لها بالرمز (ل):

وهى المدة بين تاريخى بداية أو تاريخى نهاية دفعتين متتاليتين، فمثلاً إذا كان هناك قرض يسدد على دفعـات دوريـة ربـع سـنوية اعتبـاراً مـن أول يناير حتى آخر ديسمبر، فالمدة مـن أول ينـاير حتـى أول أبريـل تسـمى "فـترة

الدفعة الأولى" وقدرها ٣ شهور (ربع سنة)، والمدة من آخر سبتمبر حتى آخر ديسمبر تسمى "فترة الدفعة الأخيرة".

٣- مبلغ الدفعة وسنرمز له بالرمز (ط):

وهو المبلغ الذى يدفع أو يسدد فى بداية أو نهاية كل فترة زمنية للدفعة.

٤- عدد الدفعات،قد يتحدد مباشرة، أو يمكن إستنتاجه وذلك بقسمة مدة الدفعات على فترة الدفعة الواحدة أى أن:

$$\text{عدد الدفعات} = \frac{\text{مدة الدفعات}}{\text{فترة الدفعة الواحدة}}$$

أى أن: $ى = \frac{ن}{ل}$

ومنه نستنتج أن:

$ن = ى \times ل$

، $ل = \frac{ن}{ى}$

٥- جملة الدفعات المؤكدة المتساوية وسنرمز له بالرمز (ج):

وهو عبارة عن مجموع مبالغ هذه الدفعات مضافاً إليه مجموع فوائدها الدورية.

١- مجموع مبالغ هذه الدفعات خلال مدة محددة:

= مبلغ الدفعة × عدد الدفعات

= ط × ى

٢- مجموع الفائدة الدورية لمبالغ الدفعات خلال مدة محددة:

= مبلغ الدفعة × معدل الفائدة × مجموع مدد (إستثمار أو سداد) هذه الدفعات.

ط × ع × (مدة استثمار الدفعة الأولى + مدة استثمار الدفعة الثانية + مدة استثمار الدفعة الأخيرة)

ونظراً لأن طول الفترة الزمنية للدفعة ثابت، فإننا سنجد أن مدد إستثمار أو سداد عدد من الدفعات الدورية خلال مدة محددة سيتناقص بمقدار ثابت، أى أن مدد الإستثمار أو السداد هذه ستكون على صورة متوالية عددية، عدد حدودها عبارة عن عدد الدفعات خلال هذه المدة، وحدها الأول عبارة عن مدة استثمار أو سداد الدفعة الأولى، وحدها الأخير عبارة عن مدة استثمار أو سداد الدفعة الأخيرة، ويمكن الاستفادة من قانون مجموع المتوالية العددية فى هذه النقطة، فيكون مجموع الفائدة الدورية هنا:

$$= ط \times ع \times \frac{ى}{٢}$$

$$\left(\frac{\text{مدة استثمار أو سداد الدفعة الأولى + مدة استثمار أو سداد الدفعة الأخيرة}}{١٢} \right)$$

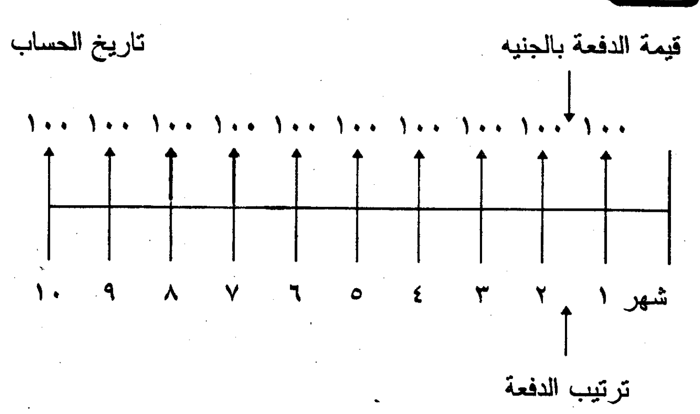
ويختلف مجموع الفائدة الدورية لمبالغ الدفعات خلال مدة محددة، باختلاف نوع الدفعة، فهى فى الدفعات الفورية أكبر منه فى الدفعات العادية وذلك بفرض ثبات كل من: مبلغ الدفعة، ومدة الدفعات، طول الفترة الزمنية للدفعة الواحدة، ومعدل الفائدة فيها.

ويرجع الإختلاف المشار إليه، إلى اختلاف مدد إستثمار الدفعات في كل منهما عن الأخرى وسنضرب المثالين التاليين لإبراز ذلك، ولتحديد كيفية حساب مدة إستثمار كل دفعة منهما.

مثال (٤-١٠)

قام شخص بإيداع مبلغ دورى قدره ١٠٠ جنيه فى أحد البنوك، على أن يتم الإيداع فى نهاية كل شهر، ولمدة عشرة شهور متصلة، فاحسب مجموع الفوائد الدورية، فى نهاية مدة الدفعات، علماً بأن الفوائد البسيطة هنا تحسب بمعدل ٧,٥٪ سنوياً.

الحل



حيث أن: مبلغ الدفعة ثابت (١٠٠ جنيه)، فترة الدفعة الواحدة (شهر واحد)، ومدة الدفعات (١٠ شهور)، فيكون عدد الدفعات = ١٠ دفعات، ومعدل الفائدة ٧,٥٪ ، والدفعة عادية:

∴ معدل الفوائد الدورية = $١٠٠ \times \frac{٧٥}{١٠٠} \times \frac{١٠}{٢} \times \left(\frac{٩ + ٠}{١٢}\right)$

= ٢٨,١٢٥ جنيهاً

ونلاحظ هنا أن مدة الدفعة الأولى = ٩

فيكون أقصى مدة لأى دفعةعادية (وهى الدفعة الأولى)

= (مدة الدفعات – فترة زمنية لدفعة واحدة)

أى تساوى = (ن – ل)

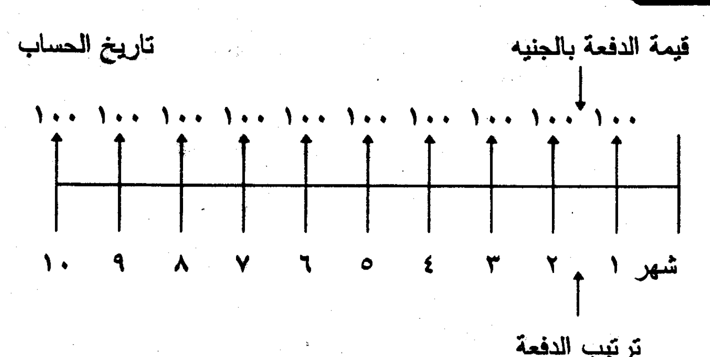
كما نلاحظ "أن مدة الدفعة الأخيرة" = صفر

(لأن الفائدة عنها تدفع فى نهاية المدة الأخيرة، وهو نفس تاريخ حساب مجموع الفائدة)

مثال (٤-١١)

إحسب مجموع الفوائد الدورية فى المثال السابق (١)، علماً بأن الإيداع تم فى أول كل شهر وليس فى نهاية كل شهر.

الحل



حيث أن مبلغ الدفعة ثابت (١٠٠ جنيه) وفترة الدفعة الواخدة (شـهر)، ومدة السداد (١٠ شهور)، ومعدل الفائدة ٧,٥٪، والدفعة فورية:

$$\therefore \text{مجموع الفوائد الدورية} = ١٠٠ \times \frac{٧٥}{١٠٠} \times \frac{١٠}{٢} \times \left(\frac{١+١٠}{١٢}\right)$$

$$= ٣٤,٣٧٥ \text{ جنيهاً}$$

ونلاحظ أن مدة الدفعة الأولى=١٠شهور وهى تساوى مدة الدفعات (ن)

كما نلاحظ أن مـدة الدفعـة الأخيرة هنـا = طـول فـترة زمنيـة لدفعـة واحدة (ل).

ب- جملة الدفعات المؤكدة وسنرمز له بالرمز (ج)

(١) إذا كان مجموع مبالغ الدفعـات المؤكـدة = قيمـة الدفعـة الواحـدة × عـدد الدفعات الدورية.

أى = (ط × ى)

ومجموع الفوائد الدورية للدفعات المؤكدة:

$$= \text{ط} \times \text{ع} \times \frac{\text{ى}}{٢} \left(\frac{\text{مدة استثمار الدفعة الأولى + مدة استثمار الدفعة الأخيرة}}{١٢}\right)$$

فـإن جملـة الدفعـات المؤكـدة = مجمـوع مبـالغ الدفعـات المؤكـدة + مجموع الفوائد الدورية لهذه الدفعات.

$$\therefore \text{ج} = \text{ط} \times \text{ى} + \text{ط} \times \text{ع} \times \frac{\text{ى}}{٢}$$

$$\left(\frac{\text{مدة استثمار الدفعة الأولى + مدة استثمار الدفعة الأخيرة}}{١٢}\right)$$

فإذا كانت الدفعات عادية فإن:

مدة الدفعة الأولى (ن – ل) ومدة الدفعة الأخيرة = صفر، ويكون:

$$ج = ط \times ى + ط \times ع \times \frac{ى}{٢} (\frac{ن - ل}{١٢})$$

$$أو\ ج = ط\ ى\ (١ + \frac{ن - ل}{١٢} \times \frac{ع}{٢})$$

فإذا كانت الدفعات فورية فتكون الجملة (جً) عبارة:

$$\ddot{ج} = ط \times ى + ط \times ع \times \frac{ى}{٢} (\frac{ن + ل}{١٢})$$

$$\therefore \ddot{ج} = ط\ ى\ (١ + \frac{ن + ل}{١٢} \times \frac{ع}{٢})$$

مع ملاحظة أن القوانين السابقة لحساب مدد إستثمار أو سداد أى دفعة – عادية أو فورية صحيحة، وذلك بفرض أن حساب جملة الدفعات يتم فى نهاية مدة الدفعات أى فى نهاية (ن).

لكن إذا كانت جملة الدفعات سيتم حسابها فى تاريخ لا حق لنهاية مدة الدفعات (ن) أى بعد فترة تأجيل محددة.

فى هذه الحالة، فإن مدد الإستثمار ستكون على الصورة التالية: (وذلك بفرض أن مدة التأجيل هى (م)).

أولاً: الدفعات العادية ($ج_م$):

١– مدة إستثمار (أو سداد) الدفعة الأولى

= ن + م – ل

أى = مدة الدفعات + مدة التأجيل – فترة زمنية واحدة

٢- مدة إستثمار (سداد) الدفعة الأخيرة = م

أى = مدة التأجيل

ويصبح قانون جملة الدفعات هنا (وسترمز للجملة هنا بالرمز $ج_م$)

$$ج_م = ط\ ى\ \left(١ + \frac{(ن + م - ل) + م}{١٢} \times \frac{ع}{٢}\right)$$

ثانياً: الدفعات الفورية ($\ddot{ج}_م$):

١- مدة إستثمار (أو سداد) الدفعة الأولى

= ن + م

أى = مدة الدفعات + مدة التأجيل

٢- مدة إستثمار (أو سداد) الدفعة الأخيرة

= ل + م

أى = فترة زمنية واحدة + مدة التأجيل

ويصبح قانون جملة الدفعات هنا:

$$ج_م = ط\ ى\ \left(١ + \frac{(ن + م + ل + م)}{١٢} \times \frac{ع}{٢}\right)$$

مثال (٤-١٣)

أوجد جملة الدفعات التى سيدفعها مدين إلى دائنه، إذا تم سداد قيمة هذا الدين، على أساس دفعة عادية $\frac{١}{٤}$ سنوية قيمتها ٤٠٠ جنيه، وذلك لمدة

سنتين، وبفائدة بسيطة بمعدل ٨٪ سنوياً.

الحل

الطريقة الأولى:

$$\therefore ج = ط \times ى + ط \times ع \times \frac{ى}{٢} \left(\frac{\text{مدة الدفعة الأولى + مدة الدفعة الأخيرة}}{١٢} \right)$$

لكن ط (مبلغ الدفعة) = ٤٠٠ جنيه

، ى (عدد الدفعات) = ٢ ÷ $\frac{١}{٤}$ = ٨ دفعات دورية

، ع (معدل الفائدة = ٨٪ سنوياً)

، ن (مدة السداد = ٢ سنة = ٢٤ شهراً

، ل (مدة الدفعة الواحدة) = $\frac{١}{٤}$ سنة = ٣ شهور

الدفعات عادية

وحيث أن :

مدة الدفعة الأولى = مدة الدفعات لها منقوصاً منها فترة زمنية واحدة

= ٢٤ - ٣ = ٢١ شهراً

، مدة الدفعة الأخيرة = صفر

$$\therefore ج = ٤٠٠ \times ٨ + ٤٠٠ \times \frac{٨}{١٠٠} \times \frac{٨}{٢} \left(\frac{\text{٢١ + صفر}}{١٢} \right)$$

= ٣٢٠٠ + ٢٢٤ = ٣٤٢٤ جنيهاً

أى أن جملة الدفعات فى نهاية مدة السداد (الدين) = ٣٤٢٤ جنيهاً

الطريقة الثانية:

$$\because\ \text{ج} = \text{ط ى} \left(١ + \frac{\text{ن} - \text{ل}}{١٢} \times \frac{\text{ع}}{٢}\right)$$

$$\therefore\ \text{ج} = ٤٠٠ \times ٨ \left(١ + \frac{٢٤ - ٣}{١٢} \times \frac{٨}{١٠٠} \times \frac{١}{٢}\right)$$

$$= ٣٢٠٠ \left(١ + \frac{٢١}{١٢} \times \frac{٨}{١٠٠} \times \frac{١}{٢}\right)$$

$$= ٣٢٠٠ \left(١ + ٠,٠٧\right) = ٣٤٢٤ \text{ جنيهاً}$$

مثال (٤-١٤)

أوجد الجملة فى المثال السابق إذا تم سداد هذا الدين على أساس دفعة فورية وليس دفعة عادية.

الحل

الطريقة الأولى:

∵ الدفعات فورية:

∴ مدة الدفعة الأولى = مدة الدفعات (ن) = ٢٤ شهر

، مدة الدفعة الأخيرة = فترة زمنية لدفعة واحدة (ل) = ٣ شهور

$$\because\ \ddot{\text{ج}} = \text{ط} \times \text{ى} + \text{ط} \times \text{ع} \times ___ \left(\frac{\text{مدة الدفعة الأولى + مدة الدفعة الأخيرة}}{١٢}\right)$$

$$= ٤٠٠ \times ٨ + ٤٠٠ \times \frac{٨}{١٠٠} \times \frac{٨}{٢} \left(\frac{٢٤ + ٣}{١٢}\right)$$

$$= ٣٢٠٠ + ٢٨٨ = ٣٤٨٨ \text{ جنيهاً}$$

الطريقة الثانية:

$$\therefore \ddot{\text{ج}} = \text{ط ى} \left(١ + \frac{\text{ن} + \text{ل}}{١٢} \times \frac{\text{ع}}{٢}\right)$$

$$\therefore \ddot{\text{ج}} = ٤٠٠ \times ٨ \left(١ + \frac{٢٤ + ٣}{١٢} \times \frac{٨}{١٠٠} \times \frac{١}{٢}\right)$$

$$= ٣٢٠٠ \,(١ + ٠,٠٩)$$

= ٣٤٨٨ جنيهاً

مثال (٤-١٥)

بصفتك خبيراً فى استثمار الأموال عرض عليك أحد المستثمرين حالتى الإدخار والاستثمار التاليين:

أولاً: إيداع دفعة عادية نصف شهرية، لمدة سنة كاملة (بأحد البنوك) بمعدل فائدة ٧٪ سنوياً.

ثانياً: إيداع ضعف مبلغ الدفعة السابقة، فى نهاية كل شهر لمدة سنة كاملة أيضاً وبنفس المعدل السابق.

فأى الحالتين أفضل لهذا المستثمر.

الحل

بفرض أن مبلغ الدفعة ١٠٠٠ جنيه (وهى دفعة عادية)

أولاً:

$$\therefore \text{ج} = \text{ط ى} + \text{ط} \times \text{ع} \times \frac{\text{ى}}{٢} \left(\frac{\text{مدة الدفعة الأولى} + \text{مدة الدفعة الأخيرة}}{١٢}\right)$$

حيث ط = ١٠٠٠ جنيه

، ى = ١٢ ÷ $\frac{١}{٢}$ = ٢٤ دفعة

، مدة الدفعة الأولى = (١٢ - $\frac{١}{٢}$) = ١١,٥ شهر

، مدة الدفعة الأخيرة = صفر

∴ ج = ١٠٠٠ × ٢٤ + ١٠٠٠ × $\frac{٧}{١٠٠}$ × $\frac{٢٤}{٢}$ ($\frac{١١,٥ + صفر}{١٢}$)

= ٢٤٠٠٠ + ٨٠٥ = ٢٤٨٠٥ جنيهاً

حل آخر:

∴ ج = ط ى (١ + $\frac{ن - ل}{١٢}$ × $\frac{ع}{٢}$)

= ١٠٠٠ × ٢٤ (١ + $\frac{١٢ - \frac{١}{٢}}{١٢}$ × $\frac{٧}{١٠٠}$ × $\frac{١}{٢}$)

= ٢٤٠٠٠ (١ + ٠,٠٣٣٥٤)

= ٢٤٨٠٥ جنيهاً

ثانياً: مبلغ الدفعة (ط) = ٢ × ١٠٠٠ = ٢٠٠٠ جنيه

، ى = ١٢ ÷ ١ = ١٢ دفعة

، مدة الدفعة الأولى = ١١ شهراً

، مدة الدفعة الأخيرة = صفر

∴ ج = ٢٠٠٠ × ١٢ + ٢٠٠٠ × $\frac{٧}{١٠٠}$ × $\frac{١٢}{٢}$ ($\frac{١١ + ٠}{١٢}$)

= ٢٤٠٠٠ + ٧٧٠ = ٢٤٧٧٠ جنيهاً

حل آخر:

$$ج = ٢٠٠٠ \times ١٢ \left(١ + \frac{١٢ - ١}{١٢} \times \frac{٧}{١٠٠} \times \frac{١}{٢}\right)$$

$$= ٢٤٠٠٠ \left(١ + ٠{,}٠٢٢٠٩\right)$$

$$= ٢٤٧٧٠ \text{ جنيهاً}$$

∴ الحالة الأولى للإستثمار أفضل من الحالة الثانية.

مثال (٤-١٦)

أودع تاجر فى أحد البنوك مبلغ ٤٠٠٠ جنيه اعتباراً من آخر يناير ١٩٩٥ ولمدة ثمانية أشهر متصلة، أوجد رصيد هذا التاجر فى البنك فى ٣١ ديسمبر ١٩٩٥، علماً بأن البنك يحسب فائدة بسيطة بمعدل ٩٪ سنوياً.

الحل

أولاً: عملية الإيداع عبارة عن دفعة شهرية عادية فيها:

مبلغ الدفعة (ط) = ٤٠٠٠ جنيه

، عدد الدفعات (ى) = ٨ دفعات

، مدة الدفعات (ن) = ٨ شهور

، والفترة الزمنية للدفعة الواحدة (ل) = شهراً واحداً

، مدة التأجيل (م) = ٤ شهور

، ع = ٩٪

ويكون مدة الدفعة الأولى = ن + م − ل

= ٨ + ٤ − ١ = ١١ شهراً

ويكون مدة الدفعة الأخيرة (م) = ٤ شهور

$$\because \text{جـ} = \text{ط} \times \text{ى} + \text{ط} \times \text{ع} \times \frac{\text{ى}}{٢}\left(\frac{\text{مدة الدفعة الأولى + مدة الدفعة الأخيرة}}{١٢}\right)$$

$$= ٤٠٠٠ \times ٨ + ٤٠٠٠ \times \frac{٩}{١٠٠} \times \frac{٨}{٢}\left(\frac{١١ + ٤}{١٢}\right)$$

$$= ٣٢٠٠ + ١٨٠٠ = ٣٣٨٠٠ \text{ جنيهاً}$$

وهو عبارة عن رصيد التاجر فى ٣١ / ١٢ / ١٩٧٩

طريقة أخرى للحل:

$$\because \text{جـ} = \text{ط ى}\left(١ + \frac{(\text{ن} + \text{م} - \text{ل}) + \text{م}}{١٢} \times \frac{\text{ع}}{٢}\right)$$

$$= ٤٠٠ \times ٨\left(١ + \frac{(٨ + ٤ - ١) + ٤}{١٢} \times \frac{٩}{١٠٠} \times \frac{١}{٢}\right)$$

$$= ٣٢٠٠٠\left(١ + \frac{١٥}{١٢} + \frac{٩}{١٠٠} \times \frac{١}{٢}\right)$$

$$= ٣٢٠٠٠\,(١ + ٠,٠٥٦٢٥)$$

$$= ٣٣٨٠٠ \text{ جنيهاً}$$

مثال (٤-١٧)

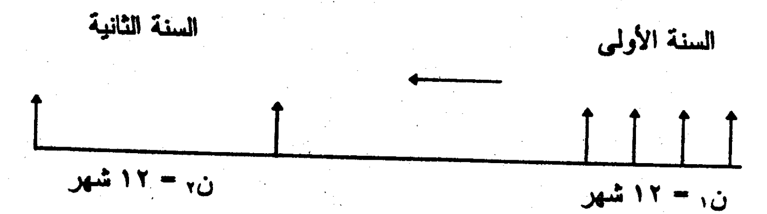
شخص مدين بمبلغ ما واتفق مع الدائن على سداد القرض بأن يودع فى حساب الدائن مبلغ أول كل شهر مقداره ٣٠٠ جنيهاً لمدة سنة كاملة يرتفع فى السنة الثانية إلى ٤٠٠ جنيهاً شهرياً أوجد قيمة الدين إذا علمت أن البنك يحسب فائدة بسيطة بمعدل ٦,٥٪ سنوياً.

الحـل

الدين كله سيسدد على مدة طولها سنتين، وسيتم سداده على فترتين:

الفترة الأولى: ومدتها سنة، هى السنة الأولى للدين والدفعة فيها شهرية فورية أى سيسدد خلالها إثنى عشر دفعة ولتكن ($ى_١$) مبلغ كل دفعة ٣٠٠ جنيهاً (وليكن $ط_١$) مدة إستثمار كل دفعة منها تكون كما يلى:

مدة الدفعة الأولى ٢٤ شهراً، والثانية ٢٣ شهر، والثالثة ٢٢ شهر، ...... والأخيرة لمدة ١٣ شهراً.



$$\because\ ج_١ = ط_١ \times ى_١ + ط_١ \times ع \times \frac{ى_١}{٢}\left(\frac{\text{مدة الدفعة الأولى + مدة الدفعة الأخيرة}}{١٢}\right)$$

$$= ٣٠٠ \times ١٢ + ٢٠٠ \times \frac{١٢}{٢}\left(\frac{٢٤ + ١٣}{١٢}\right)$$

$$= ٣٦٠٠ + ٣٦٠,٧٥ = ٣٩٦٠,٧٥ \text{ جنيهاً}$$

حل أخر للفترة الأولى: نجد فى هذه الدفعة والتى مبلغها ٣٠٠ جنيه أن:

مدة الدفعات ($ن_١$) = سنة كاملة (١٢ شهراً) فى حين أن الجملة سيتم حسابها فى نهاية سنتين أى أن هناك فترة تأجيل (م) مدتها سنة أخرى وعليه فإن:

مدة إستثمار الدفعة الأولى = $ن_١$ + م = ١٢ + ١٢ = ٢٤ شهراً

ومدة إستثمار الدفعة الأخيرة = ل + م = ١ + ١٢ = ١٣ شهراً

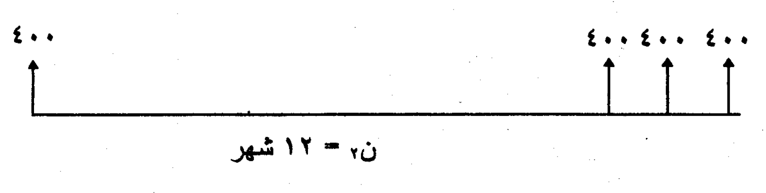
$$\because ج_١ = ط_١ ى_١ \left(١ + \frac{ن_١ + م + ل + م}{١٢} \times \frac{ع}{٢}\right)$$

$$\therefore ج_١ = ٣٠٠ \times ١٢ \left(١ + \frac{٢٤ + ١٣}{١٢} \times \frac{٦٥}{١٠٠٠} \times \frac{١}{٢}\right)$$

$$= ٣٦٠٠ (١ + ٠,١٠٠٢) = ٣٩٦٠,٧٢ \text{ جنيها}$$

الفترة الثانية: ومدتها سنة أيضاً وهى السنة الثانية للدين ولتكن $ن_٢$، والدفعة فيها شهرية فورية أى سيسدد خلالها إثنى عشر دفعة ولتكن ($ى_٢$) مبلغ كل دفعة ٤٠٠ جنيهاً و(ليكن $ط_٢$)، ومدة إستثمار كل دفعة منها تكون كما يلى:

مدة الدفعة الأولى ١٢ شهر، والثانية ١١ شهر، والثالثة ١٠ شهور وهكذا ... ، والدفعة الأخيرة شهر واحد.



$$\because ج = ط_٢ \times ى_٢ + ط_٢ \times ع \times \frac{ى_٢}{٢}$$

$$(\frac{\text{مدة الدفعة الأولى + مدة الدفعة الأخيرة}}{١٢})$$

$$= ٤٠٠ \times ١٢ + ٤٠٠ \times \frac{٦٥}{١٠٠٠} \times \frac{١٢}{٢} (\frac{١٢ + ١}{١٢})$$

= ٤٨٠٠ + ١٦٩ = ٤٩٦٩ جنيهاً

حل آخر للفترة الثانية: ومدتها سنة كاملة ($ن_٢$) = ١٢ شهر

$$\therefore ج_٢ = ط_٢ \times ى_٢ (١ + \frac{ن_٢ + ل}{١٢} \times \frac{ع}{٢})$$

$$\therefore ج_٢ = ٤٠٠ \times ١٢ (١ + \frac{١٢ + ١}{١٢} \times \frac{٦٥}{١٠٠٠} \times \frac{١}{٢})$$

$$= ٤٨٠٠ (١ + \frac{١٣}{١٢} \times \frac{٦٥}{١٠٠٠} \times \frac{١}{٢})$$

= ٤٨٠٠ (١ + ٠,٠٣٥٢٠٨)

= ٤٩٦٩ جنيهاً

$\therefore$ جملة الدين = $ج_١ + ج_٢$

= ٣٩٦٠,٧٥ + ٤٩٦٩ = ٨٩٢٩,٧٥ جنيهاً

طريقة أخرى للحل:

ممكن أن نعتبر أن السداد سيتم على الأساس الآتى:

أولاً: دفعة شهرية فورية مبلغها ٣٠٠ جنيه ولتكن ($ط_١$) ستستمر أى تسدد لعدد ٢٤ دفعة ولتكن ($ى_١$) ، ويكون مدة إستثمار الدفعات فيها كما يلى:

٢٤ ، ٢٣ ، ٢٢ ، .... ، ٢ ، ١ شهر

∴ ج١ = ط١ × ى١ + ط١ × ع × (ى١ / ٢) × ((مدة الدفعة الأولى + مدة الدفعة الأخيرة) / ١٢)

= ٣٠٠ × ٢٤ + ٣٠٠ × (٦٥ / ١٠٠) × (٢٤ / ٢) × ((٢٤ + ١) / ١٢)

∴ ج١ = ٧٢٠ + ٤٨٧,٠ = ٧٦٨٧,٥ جنيهاً

ثانياً: دفعة شهرية فورية مبلغها ١٠٠ جنيه (٤٠٠ - ٣٠٠) ولتكن (ط٢) ستستمر لمدة سنة واحدة، أى لعدد ١٢ دفعة ولتكن (ى٢) وتكون مدة إستثمار الدفعات فيها كما يلى:

١٢ ، ١١ ، ١٠ ، .... ، ١

∵ ج٢ = ط٢ × ى٢ × ط٢ × ع × (ى٢ / ٢) × ((مدة الدفعة الأولى + مدة الدفعة الأخيرة) / ١٢)

= ١٠٠ × ١٢ + ١٠٠ × (٦٥ / ١٠٠٠) × (١٢ / ٢) × ((١٢ + ١) / ١٢)

∴ ج١ = ١٢٠٠ + ٤٢,٢٥ = ١٢٤٢,٢٥ جنيهاً

∴ جملة الدين = ج١ + ج٢

= ٧٦٨٧,٥ + ١٢٤٢,٢٥ = ٨٩٢٩,٧٥ جنيهاً

مثال (٤-١٨)

أودع شخص فى بنك النيل مبلغاً ما فى نهاية كل ثلاثة شهور لمدة سنة ونصف، فإذا بلغ جملة ماله فى البنك فى نهاية هذه المدة ٣١٥٠ جنيهاً، فأوجد مبلغ الدفعة إذا علمت أن البنك يحسب فائدة بسيطة على إيداعات عملائه بمعدل ٨٪ سنوياً.

الحل

معلوم لدينا:

ن (مدة الدفعات) = ١,٥ سنة (١٨ شهراً)

ل (الفترة الزمنية للدفعة) = ٣ شهور

ع = ٨٪ سنوياً جملة الدفعة = ٣١٥٠ جنيهاً

وعليه يكون ى (عدد الدفعات) = $\frac{ن}{ل}$ = $\frac{١٨}{٣}$ = ٦ دفعات

والمطلوب حساب قيمة (ط)

ونظراً لأن الدفعة عادية فإن:

مدة إستثمار الدفعة الأولى = ن − ل

= ١٨ − ٣

= ١٥ شهراً

ومدة إستثمار الدفعة الأخيرة = صفر

$$\because ج = ط ى (١ + \frac{ن - ل}{١٢} \times \frac{ع}{٢})$$

ومنها نستنتج ط = $\frac{ج}{ى\,(1 + \frac{ن - ل}{١٢} \times \frac{٨\%}{٢})}$

∴ ط = $\frac{٣١٥٠}{٦\,(1 + \frac{١٨ - ٣}{١٢} \times \frac{٨}{١٠٠} \times \frac{١}{٢})}$

= $\frac{٣١٥٠}{٦\,(1 + ٠{,}٥)}$ = $\frac{٣١٥٠}{٦{,}٣}$ = ٥٠٠ جنيهاً

حل آخر:

∵ ج = ط × ى + ط × ع × $\frac{ى}{٢}$

$\left(\frac{\text{مدة إستثمار الدفعة الأولى + مدة إستثمار الدفعة الأخيرة}}{١٢}\right)$

∴ ٣١٥٠ = ٦ ط + ط × $\frac{٨}{١٠٠}$ × $\frac{٦}{٢}$ $\left(\frac{١٥ + ٠}{١٢}\right)$

٣١٥٠ = ٦ ط + ٠,٣ ط

∴ ط = $\frac{٣١٥٠}{٦{,}٣}$ = ٥٠٠ جنيهاً

مثال (٤-١٩)

أودع شخص مبلغ ٧٠٠ جنيهاً فى نهاية كل شهرين فى أحد البنوك، واستمر ذلك لمدة ٣ سنوات، فإذا بلغت جملة هذه الدفعات فى نهاية المدة المذكورة ١٣٤٩٢,٥ جنيهاً.

أوجد معدل الفائدة البسيطة الذى يستخدمه البنك فى حساباته

الحـل

$$\because \text{ج} = \text{ط ى} \left(1 + \frac{\text{ن} - \text{ل}}{\text{١٢}} \times \frac{\text{ع}}{\text{٢}}\right)$$

بينما معلوم لدينا:

ج = ١٣٤٩٢,٥ جنيهاً فقط، ط = ٧٠٠ جنيهاً، ن = ٣ × ١٢ = ٣٦ شهراً

ل = ٢ شهر

$$\therefore \text{ى (عدد الدفعات)} = \frac{\text{٣٦}}{\text{٢}} = \text{١٨ دفعة}$$

$$\because \text{١٣٤٩٢,٥} = \text{٧٠٠} \times \text{١٨} \left(\text{١} + \frac{\text{٣٦} - \text{٢}}{\text{١٢}} \times \text{ع} \times \frac{\text{١}}{\text{٢}}\right)$$

$$= \text{١٣٦٠٠} (\text{١} + \text{١,٤١٧ ع})$$

$$= \text{١٣٦٠٠} + \text{١٧٨٥٤,٢ ع}$$

$$\therefore \text{١٣٤٩٢,٥} - \text{١٢٦٠٠} = \text{١٧٨٥٤,٢ ع}$$

$$\text{٨٩٢,٥} = \text{١٧٨٥٤,٢ ع}$$

$$\therefore \text{ع} = \frac{\text{٨٩٢,٥}}{\text{١٧٨٥٤,٢}} = \text{٠,٠٥}$$

∴ المعدل الذى يستخدمه البنك فى حساباته ٥٪ سنوياً.

الطريقة الرابعة: سداد القرض على أقساط متساوية من الأصل فقط مع سداد الفائدة على الأرصدة:

وتقضى هذه الطريقة بأن يقوم المدين بسداد أصل القرض على أقساط متساوية القيمة وعلى فترات زمنية منتظمة خلال مدة القرض، مع سداد الفائدة على الرصيد المتبقى.

ويلاحظ فى هذه الحالة أن كل قسط مدفوع يشمل جزئين مبلغ ثابت من الأصل والفوائد على الرصيد. ولما كان أصل القرض يتناقص من فترة لأخرى فإن مقدار فائدة الرصيد المدفوع مع كل قسط تتناقص هى الأخرى من فترة لأخرى وبالتالى فإن الأقساط المدفوعة لن تكون متساوية بل تتناقص من فترة لأخرى.

مثال (٤-٣٠)

اقترض شخص مبلغ ١٦٠٠٠ جنيه من أحد البنوك لمدة سنتين وبمعدل ١٢٪ وأتفق مع البنك على سداد أصل القرض على أقساط نصف سنوية متساوية من الأصل فقط مع حساب الفوائد على الرصيد المتبقى فى نهاية كل ٦ شهور. والمطلوب:-

١) حساب قيمة كل قسط.

٢) مجموع الفوائد التى تحملها المدين.

٣) إعداد جدول إستهلاك القرض.

الحل

$$\text{عدد الأقساط} = \frac{\text{الفترة الإجمالية}}{\text{مدة القسط الواحد}} = \frac{٢٤}{٦} = ٤ \text{ أقساط.}$$

قيمة القسط المتساوى= $\frac{\text{مبلغ القرض}}{\text{عدد الأقساط}}$ = $\frac{١٦٠٠٠}{٤}$ = ٤٠٠٠ جنيه.

فائدة الدين بعد الفترة الأولى (٦ شهور) = ف١

= ١٦٠٠٠ × $\frac{١٢}{١٠٠}$ × $\frac{٦}{١٢}$ = ٩٦٠ جنيه.

القسط الاول = القسط المتساوى + ف١

= ٤٠٠٠ + ٩٦٠ = ٤٩٦٠ جنيه

الرصيد بعد سداد القسط الأول = الرصيد فى بداية الفترة الثانية

= ١٦٠٠٠ − ٤٠٠٠ = ١٢٠٠٠ جنيه.

فائدة الدين بعد الفترة الثانية = ف٢

= ١٢٠٠٠ × $\frac{١٢}{١٠٠}$ × $\frac{٦}{١٢}$ = ٧٢٠ جنيه.

القسط الثانى = ٤٠٠٠ + ٧٢٠ = ٤٧٢٠ جنيه.

الرصيد بعد سداد القسط الثانى = الرصيد فى بداية الفترة الثالثة

= ١٢٠٠٠ − ٤٠٠٠ = ٨٠٠٠ جنيه.

الفائدة على الرصيد آخر الفترة الثالثة = ف٣

= ٨٠٠٠ × $\frac{١٢}{١٠٠}$ × $\frac{٦}{١٢}$ = ٤٨٠ جنيه.

القسط الثالث = ٤٠٠٠ + ٤٨٠ = ٤٤٨٠ جنيه.

الرصيد بعد سداد القسط الثالث = الرصيد فى بداية الفترة الرابعة

= ٨٠٠٠ − ٤٠٠٠ = ٤٠٠٠جنيه.

الفائدة على الرصيد فى آخر الفترة الرابعة = ف٤

$$= ٤٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٦}{١٢} = ٢٤٠ \text{ جنيه.}$$

القسط الرابع = ٤٠٠٠ + ٢٤٠ = ٤٢٤٠ جنيه.

∴ مجموع الفوائد التى تحملها المدين

$= ف_١ + ف_٢ + ف_٣ + ف_٤$

= ٩٦٠ + ٧٢٠ + ٤٨٠ + ٢٤٠ = ٢٤٠٠ جنيه.

٣) يمكن أعداد جدول الإستهلاك كما يلى:-

جدول إستهلاك القرض

الفترة	الرصيد أول كل فترة	القسط المتساوى من الأصل	فائدة الرصيد آخر الفترة	القسط المدفوع آخر الفترة	الرصيد آخر الفترة
الأولى	١٦٠٠٠	٤٠٠٠	٩٦٠	٤٩٦٠	١٢٠٠٠
الثانية	١٢٠٠٠	٤٠٠٠	٧٢٠	٤٧٢٠	٨٠٠٠
الثالثة	٨٠٠٠	٤٠٠٠	٤٨٠	٤٤٨٠	٤٠٠٠
الرابعة	٤٠٠٠	٤٠٠٠	٤٢٠	٤٢٤٠	صفر
الجملة		١٦٠٠٠	٢٤٠٠	١٨٤٠٠	

من الجدول السابق يمكن إستنتاج ما يلى:-

١) رصيد القرض فى أول الفترة الأولى = أصل القرض.

٢) القسط المدفوع فى آخر أى فترة = القسط المتساوى من الأصل + فائدة الرصيد عن نفس الفترة.

٣) الرصيد فى آخر كل فترة = الرصيد فى أول الفترة التالية.

٤) رصيد القرض فى آخر الفترة الأخيرة = صفر.

٥) يتناقص رصيد القرض فى أى فترة عن الرصيد فى الفترة السابقة بمقدار القسط المتساوى عن الأصل.

٦) تتناقص الفائدة المستحقة آخر أى فترة عن الفائدة آخر الفترة السابقة بمقدار فائدة القسط المتساوى عن الفترة الواحدة.

أى أن الفوائد المستحقة تشكل متوالية عددية متناقصة حدها الأول عبارة عن فائدة الدين كله لفترة واحدة وحدها الأخير يعادل فائدة قسط واحد عن فترة واحدة وأساسها عبارة عن فائدة القسط المتساوى عن الفترة الواحدة وبالتالى يمكن إيجاد مجموع الفوائد بتطبيق قانون مجموع المتوالية العددية خصوصاً إذا كان عدد الأقساط كبيراً، إذ يكفى لذلك معرفة عدد الأقساط وفائدة الرصيد فى نهاية الفترة الأولى وفائدة الرصيد فى نهاية الفترة الأخيرة.

مثال (٤-٣١)

أقترض شخص مبلغ ١٨٠٠٠ جنيه لمدة ٣ سنوات من أحد البنوك يحسب فائدة بسيطة بمعدل ١٥٪ سنوياً وأتفق على سداد القرض على أقساط متساوية تدفع كل شهرين من الأصل فقط مع دفع الفوائد على الأرصدة المستحقة عليه. والمطلوب:-

١) حساب قيمة القسط الأول والقسط الأخير.

٢) إيجاد مجموع الفوائد التى تحملها المدين.

الحل

عدد الأقساط = الفترة الإجمالية / مدة القسط الواحد = ٣٦ / ٢ = ١٨ قسط.

القسط المتساوى = ١٨٠٠٠ ÷ ١٨ = ١٠٠٠ جنيه.

∵ الفائدة فى نهاية الفترة الأولى = فائدة الدين كله لفترة واحدة.

$$= ١٨٠٠٠ \times \frac{١٥}{١٠٠} \times \frac{٢}{١٢} = ٤٥٠$$ جنيه.

القسط الأول = ١٠٠٠ + ٤٥٠ = ١٤٥٠ جنيه.

الفائدة فى نهاية الفترة الأخيرة = فائدة قسط واحد عن فترة واحدة.

$$= ١٠٠٠ \times \frac{١٥}{١٠٠} \times \frac{٢}{١٢} = ٢٥$$ جنيه.

القسط الأخير = ١٠٠٠ + ٢٥ = ١٠٢٥ جنيه.

∴ الفوائد المستحقة للبنك تشكل متوالية عددية حدها الأول ٤٥٠ جنيه وحدها الأخير ٢٥ جنيه وعددها ١٨ فائدة.

∴ مجموع الفوائد التى تحملها المدين

$$= \frac{١٨}{٢}(٤٥٠ + ٢٥) = ٤٢٧٥$$ جنيه.

الطريقة الخامسة: سداد القرض وفوائده على أقساط متساوية تشمل الأصل والفوائد معاً:

وتعتبر هذه الطريقة من أكثر الطرق شيوعاً فى سداد القروض، وهى غالباً ما تستخدم إذا كان القرض مستثمر فى عمليات تحقق عائد دورى مرتفع خلال مدة القرض بصورة يستطيع معها المقترض أن يسدد جزء من أصل القرض والفوائد معاً. وعادة ما يفضل المستثمر هذه الطريقة فى حالة شراء أصول ثابتة مثل العقارات والالات والأراضى وذلك:

١) تسهيلاً لعبء السداد.

٢) أن سداد مبلغ القرض الكبير وفوائده مرة واحدة قد يضر بمشروعاته الإستثمارية ويؤثر على أنتاجيتها.

وفقاً لهذه الطريقة يكون المبلغ المقترض والفائدة المستحقة عليه خلال مدة القرض لابد وأن يكون مساوياً لجملة الأقساط المسددة من تاريخ دفع كل منها حتى نهاية مدة الدين. وعليه فأن المعادلة الأساسية فى حالة إستهلاك القرض على أقساط متساوية من الأصل والفوائد معا هى:

جملة القرض = جملة الأقساط

حيث:

جملة القرض = أصل القرض + فائدته

جملة الأقساط = مجموع الأقساط + فوائدها

$$= \text{قيمة القسط} \times \text{عدد الأقساط} + \text{قيمة القسط} \times \frac{\text{المعدل}}{١٢}$$

$$\times \frac{\text{عدد الأقساط}}{٢} \times (\text{مدة القسط الأول} + \text{مدة القسط الأخير})$$

ويلاحظ أن جملة الأقساط تحسب بنفس طريقة جملة الدفعات المتساوية حيث أن القسط المتساوى ما هو إلا عبارة عن دفعة متساوية تدفع على فترات زمنية متساوية.

مثال (٤-٣٢)

اقترض شخص مبلغ ١٢٠٠٠ جنيه من بنك المهندس لمدة ثلاث سنوات بمعدل فائدة بسيطة ربع سنوية ١٤٪ سنوياً. وأتفق مع البنك على أن يسدد القرض وفوائده على أقساط متساوية من الأصل والفوائد معاً تدفع فى نهاية كل ٣ شهور. أحسب:

١) مقدار القسط المتساوى.

٢) مجموع الفوائد التى تحملها المدين.

الحـل

المدة الإجمالية للقرض = ٣٦ شهر.

مدة القسط الواحد = ٣ شهور.

عدد الاقساط = $\frac{٣٦}{٣}$ = ١٢ قسطاً

نفرض أن قيمة القسط المتساوى = س جنيهاً

∵جملة القرض = أصل القرض + فوائده

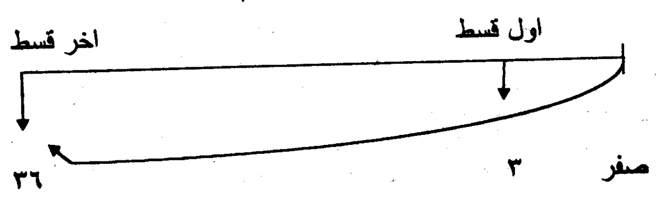
= ١٢٠٠٠ + ١٢٠٠٠ × $\frac{١٤}{١٠٠}$ × ٣

= ١٢٠٠٠ + ٥٠٤٠ = ١٧٠٤٠ جنيه.

، ∵ جملة الأقساط = مجموع الأقساط + فوائدها

= قيمة القسط × عدد الأقساط + قيمة القسط × $\frac{\text{المعدل}}{١٢}$ × $\frac{\text{عدد الأقساط}}{٢}$ × فائدة القسط الأول

+ فائدة القسط الأخير)



∴ جملة الأقساط $= س \times ١٢ + س \times \frac{١٤}{١٠٠} \times \frac{١٢}{٢}$

$\times \left(\frac{٣٣ + صفر}{١٢}\right) = ١٢س + \frac{٢٣١س}{١٠٠}$

$= \frac{١٤٣١}{١٠٠} س$

∴ ١٧٠٤٠ $= \frac{١٤٣١}{١٠٠} س$

∴ س $= ١٧٠٤٠ \times \frac{١٠٠}{١٤٣١} = ١١٩٠,٧٧٥$

∴ مقدار القسط الربع سنوى المتساوى = ١١٩٠,٧٧٥ جنيه.

مجموع الأقساط التى دفعها المدين = القسط × عدد الأقساط

=١١٩٠,٧٧٥× ١٢ = ١٤٢٨٩,٣ جنيهاً

الفوائد التى تحملها المدين = مجموع الأقساط – أصل القرض

= ١٤٢٨٩,٣–١٢٠٠٠ =٢٢٨٩,٣

مثال (٤-٣٣)

فى المثال السابق أذا فرض أن بنك المهندس يحسب فوائد أستثمار على الأقساط المسدده بمعدل فائدة سنوى ١٢٪ سنوياً فقط. أحسب:

١) مقدار القسط المتساوى ومجموع الفوائد التى تحملها المدين فى هذه الحالة.

٢) مقارنة النتائج فى هذا المثال مع نتائج المثال السابق وبيان سبب الأختلاف.

الحـل

جملة القرض = القرض + فوائده

$$= ١٢٠٠٠ + ١٢٠٠٠ \times \frac{١٤}{١٠٠} \times ٣ = ١٧٠٤٠ \text{ج}$$

∴ جملة الأقساط = مجموع الأقساط + فوائدها

$$= \text{س} \times ١٢ + \text{س} \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{١٢}{٢} \left(\frac{٣٣ + \text{صفر}}{١٢}\right)$$

$$= \frac{١٣٩٨}{١٠٠} \text{س}$$

$$\therefore ١٧٠٤٠ = \frac{١٣٩٨}{١٠٠} \text{س}$$

$$\text{س} = ١٧٠٤٠ \times \frac{١٠٠}{١٣٩٨} = ١٢١٨,٨٨٤ \text{ جنيه.}$$

(وهى قيمة القسط المتساوى فى المثال الحالى)

ويلاحظ أن القسط فى هذا المثال = ١٢١١٨,٨٨٤ جنيه أكبر من القسط فى المثال السابق (١١٩٠,٧٧٥ جنيه) لأن فائدة إستثمار الأقساط أصبحت بمعدل ١٢٪ سنوياً فقط. أما فى المثال السابق فقد كانت بمعدل ١٤٪ سنوياً. وبالتالى فلابد من زيادة قيمة القسط لكى تعوض الزيادة هذا النقص فى فوائد أستثمارها.

مجموع الأقساط = ١٢١٨,٨٨٤ × ١٢ = ١٤٦٢٦,٦٠٨ جنيه.

مجموع الفوائد = مجموع الأقساط – القرض الأصلى

= ١٤٦٢٦,٦٠٨ – ١٢٠٠٠ = ٢٦٢٦,٦٠٨ ج.

ويلاحظ أن مجموع الفوائد التى تحملها المدين فى هذه الحالة أكبر من مثيلتها فى المثال السابق، وذلك لان فوائد - الإستثمار التى حصلها فى هذا المثال حسبت بمعدل ١٢٪ سنوياً وخصمت من الفوائد الكلية للقرض ولكن فى المثال السابق حسبت بمعدل ١٤٪ سنوياً وعندما خصمت من الفوائد الكلية للقرض أنخفضت قيمتها كثيراً.

مثال (٤-٢٤)

اشترى شخص قطعة أرض بمبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه ودفع ٢٠٪ من الثمن عند الشراء وتعهد بسداد باقى الثمن على ٢٤ قسطا شهرياً متساوياً مع الأصل والفوائد معاً بمعدل فائدة بسيطة ١٢٪ سنوياً فإذا بلغ القسط الشهرى المتساوى ١٨٨٥,٩٣١٥ جنيهاً.

إحسب معدل الفائدة الذى أستخدم لحساب الأقساط.

الحل

الباقى من الثمن (القرض) $= ٥٠٠٠٠ \times \frac{٨٠}{١٠٠} = ٤٠٠٠٠$ جنيه.

جملة القرض = القرض + فوائده

$= ٤٠٠٠٠ + ٤٠٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times ٢$

$= ٤٠٠٠٠ + ٩٦٠٠ = ٤٩٦٠٠$ جنيه.

جملة الأقساط = مجموع الأقساط + فوائدها

$= ١٨٨٥,٩٣١٥ \times ٢٤ + ١٨٨٥,٩٣١٥$

$\times \frac{ع}{١٠٠} \times \frac{٢٤}{٢} \times (\frac{٢٣ + صفر}{١٢})$

$= ٤٥٢٦٢,٣٥٦ + ٤٣٣,٧٦٤٢٤$ ع

∵ جملة القرض = جملة الأقساط

∴ ٤٩٦٠٠ = ٤٥٢٦٢,٣٥٦ + ٤٣٣,٧٦٤ ع

٤٣٣,٧٦٤ع = ٣٩٣٧,٦٤٤

∴ ع = $\frac{٣٩٣٧,٦٤٤}{٤٣٣,٧٦٤}$ = ٩,٠٨٪ سنوياً

الطريقة السادسة: سداد القرض وفوائده على أقساط غير متساوية وعلى فترات غير منتظمة:

فـى هذه الحالـة لا يرتبـط المديـن بأيـة شـروط معينـة مـع الدائـن بخصوص سداد القرض وفوائده بل يـترك لـه الحريـة فـى دفـع أى مبلـغ مـن إجمالى القرض فى أى وقت خلال مـدة القـرض وتحتسـب لـه فوائـد إستثمار على المبالغ المسدده أما بنفـس معـدل فـائدة القـرض أو بمعـدل مختلـف عنـه. وغالباً ما يكون معدل فائدة الإستثمار على المبـالغ المسـدده أكـبر مـن معـدل فائدة القرض أو على الأقل مساوياً له وقت السداد.

والمبلغ الأخير الذى يقوم المدين بدفعه فى آخر المدة يمثل الفرق بيـن جملة القرض حتى تاريخ الأستحقاق وجملة المبالغ المسددة حتى هذا التاريخ.

مثال (٤-٢٥)

اقترض شخص مبلغ ٦٠٠٠ جنيه فى ٢٦ أغسطس ١٩٩٥ وتسـتحق السداد فى ٩ نوفمبر من نفس العام بمعـدل فـائدة ١٠٪ سـنوياً ثـم قـام المديـن بسداد المبالغ الآتية:-

١٢٠٠ جنيه فى ١٠ سبتمبر ١٩٩٥.

٢٤٠٠ جنيه فى ٤ أكتوبر ١٩٩٥.

أحسب المبلغ الواجب سداده فى نهاية مدة الدين إذا كان معدل الفائدة بالنسبة للمبالغ المسدده هو ١٢٪ سنوياً.

الحـل

مدة القرض = أغسطس + سبتمبر + أكتوبر + نوفمبر
= ٥ + ٣٠ + ٣١ + ٩ = ٧٥ يوم

مدة المبلغ المسدد الأول = ٢٠ + ٣١ + ٩ = ٦٠ يوم

مدة المبلغ المسدد الثانى = ٢٧ + ٩ = ٣٦ يوم

المبلغ الواجب سداده فى نهاية المدة = جملة القرض - جملة المبالغ المسدده

∵ جملة القرض = أصل القرض + فوائده

$$= ٦٠٠٠ + ٦٠٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{٧٥}{٣٦٠}$$

= ٦٠٠٠ + ١٢٥ = ٦١٢٥ جنيه

، ∵ جملة المبالغ المسدده = جملة المبلغ الأول+جملة المبلغ الثانى

$$= (١٢٠٠ + ١٢٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٦٠}{٣٦٠})$$

$$+ (٢٤٠٠ + ٢٤٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٣٦}{٣٦٠})$$

= (١٢٠٠ + ٢٤) + (٢٤٠٠ + ٢٨,٨)

= ٣٦٥٢,٨ جنيه.

∴ المبلغ الواجب سداده فى نهاية المدة

= ٦١٢٥ - ٣٦٥٢,٨ = ٢٤٧٢,٢ جنيه

تمارين على الباب الرابع

١- اقترض تاجر من أحد البنوك مبلغ ٧٥٠٠ جنيهاً فى أول يناير ١٩٧٧ لمدة ثلاث سنوات على أن تسد الفوائد دورياً كل $\frac{١}{٤}$ سنة. أوجد جملة الدين الذى على هذا التاجر فى ٣١ ديسمبر ١٩٧٩، علماً بأن البنك يعد حساباته على أساس فائدة بسيطة بمعدل ٦٪ سنوياً.

٢- أوجد جملة الدين فى التمرين السابق، فى ٣١ ديسمبر ١٩٨٠، إذا كان البنك يحسب فائدة تأخير على القرض والفوائد معاً بمعدل ٧,٥٪ سنوياً.

٣- اقترض شخص مبلغ ١٢٠٠٠ جنيه لمدة ستى شهور، على أن يقوم بسداد الفوائد الدورية فى نهاية كل شهر بفائدة بسيطة معدلها ٦,٥٪ سنوياً، ويقوم بسداد الدين الأصلى فى نهاية الستة شهور المذكورة. وبعد سداد ثلاث فوائد دورية لم يقم بسداد الفوائد الدورية الباقية فى مواعيد إستحقاقها حيث طلب من دائنه تأجيل الفوائد الدورية المتأخرة والقرض، لمدة سنة أخرى ووافق الدائن على ذلك على أن يحتسب فائدة تأخير على الفوائد الدورية المتأخرة بمعدل ٧٪ سنويا وفائدة تأخير على القرض بمعدل ٧,٥٪ سنوياً، والمطلوب حساب:

أولاً: جملة المستحق على المدين فى نهاية مدة التأجيل.

ثانياً: جملة ما حصل عليه الدائن فى نهاية مدتى القرض والتأجيل.

٤- سحب تاجر التجزئة جلال حسين من تاجر الجملة سعيد الوزان فى أول يناير ١٩٨٠ بضاعة على الحساب بمبلغ ٤٢٠٠ جنيهاً، وفى ٣٠ يونيه

١٩٨٠ سحب بضاعة أخرى على الحساب أيضاً بمبلغ ٩٣٠٠ جنيهاً، وتعهد على أن يسدد قيمة كل صفقة فى نهايى مدة سنة من تاريخ شرائها، على أن يقوم بسداد الفائدة دورياً فى نهاية كل شهر لتاجر الجملة بمعدل ٧٪ سنوياً وانتظم فى سداد الفائدة دورياً حتى آخر سبتمبر ١٩٨٠، واتفق مع سعيد الوزان على سداد جملة ما يستحق عليه فى أول يوليه ١٩٨١ على أن تحسب عليه فائدة تأخير على الفوائد الجورية المتأخرة وقيمة البضاعة بمعدل فائدة ٨٪ سنوياً إحسب قيمة الدين المستحق على جلال حسين فى أول يوليه ١٩٨١، علماً بأن الفائدة المستخدمة فى تسوية الديون فائدة بسيطة.

٥- اقترض شخص من أحد البنوك مبلغ ٨٠٠٠ جنيه فى آخر أكتوبر ١٩٧٨، وذلك لمدة سنتين بمعدل فائدة بسيطة ٦,٥٪ سنوياً، على أن يتم سداد الفوائد دورياً فى نهاية كل أربعة شهور، وبعد دفع فوائد السنة الأولى، اتفق مع البنك على تأجيل باقى الفوائد الدورية، ونصف قيمة القرض إلى آخر يناير ١٩٨١ والمطلوب حساب الرصيد المستحق على هذا العميل فى هذا التاريخ، علماً بأن البنك يحسب فائدة تأخير بمعدل ٧,٥٪ سنوياً.

٦- إحسب معدل الفائدة فى التمرين السابق إذا علمت أن البنك فى تمرين (٥) قام باستثمار الفوائد الدورية التى حصل عليها من المدين فور استلامها بفادئة بسيطة بمعدل ٨,٥٪ سنوياً.

٧- إحسب جملة دفعة مؤكدة متساوية بمبلغ ٧٠٠ جنيهاً تدفع فى منتصف كل شهر خلال عام ١٩٨٠ إذا حسبت الفائدة البسيطة عليها بمعدل ٦٪ سنوياً.

٨- يودع شخص فى اليوم الخامس عشر من كل شهر دفعة مؤكدة متساوية مبلغها ٤٠٠ جنيه فى أحد صناديق التوفير، وبعد ستة شهور من بداية الإيداع أخذ يسحب فى نفس اليوم من كل شهر مبلغ ١٥٠ جنيها ولمدة ستة شهور أخرى أوجد الرصيد المتبقى لهذا الشخص فى نهاية عام ١٩٨٥، علماً بأن الفائدة البسيطة التى يستخدمها الصندوق فى حساباته سنوياً بمعدل ٦٪ سنوياً للايداع، ٦,٥٪ للسحب.

٩- أودع شخص فى أول كل شهر فى أحد البنوك مبلغاً معيناً فوجد فى نهاية خمسة عشر شهراً من بداية الإيداع أن جملة رصيده فى البنك هو ٢٣٣٢,٥ جنيهاً، أوجد المبلغ المودع شهرياً، إذا كان معدل الفائدة البسيطة المستخدم ٥,٥ سنوياً.

١٠- دفعة مؤكدة متساوية، تدفع كل ٤ شهور، بلغت جملتها قبل سداد القسط السادس مباشرة ١٠٠٠ جنيهاً، أوجد مبلغ الدفعة المذكورة إذا كان معدل الفائدة البسيطة ٩٪ سنوياً.

أولاً: إذا كانت الدفعة تدفع أول كل فترة زمنية.

ثانياً: إذا كانت الدفعة تدفع آخر فترة زمنية.

١١- اشترى شخص سيارة ثمنها ٥٨٠٠ جنيهاً نقداً، بينما يبلغ ثمنها ٦٩٥٠ إذا قام المشترى بسداد ١٥٥٠ جنيهاً عند الشراء فقط ويقسط الباقى على

سنة ونصف، فإذا عرض عليه صاحب معرض السيارات التى طلبها، أوجد مقدار المبلغ الذى يودعه المشترى كل ثلاثة أشهر فى حساب البائع، علماً بأن البائع يستثمر أمواله فى البنك بمعدل فائدة بسيطه ٧٪ سنوياً.

١٢- فى ١٩٧٩/١/١ بلغ رصيد تاجر فى أحد البنوك ٣٠٥٥٥ جنيهاً طلب التاجر من البنك أن يقوم نيابة عنه بما يلى:

أ- سداد مبلغ دورى مقداره ٤٠٠ جنيه لمدة ١٦ شهراً على أن يتم السداد أول كل شهر لشركة الدلتا للصلب سداد لدين مستحق عليه لهذه الشركة.

ب- سداد مبلغ ٢٥٠ جنيه كل أول أربعة شهور لشركة المحاريث والهندسة سداد مستحق عليه لنفس الشركة.

جـ- سداد مبلغ ٥٠ جنيهاً كل ٨ شهور لشركة الشرق للتأمين سداداً لقيمة وثيقة تأمين على بضاعته.

أوجد رصيد هذا التاجر فى نهاية مدة ١٦ شهراً اعتباراً من ١٩٧٩/١/١. علماً بأن الديون السابقة تحسب عليها فائدة بسيطة بمعدل ٦٪ سنوياً.

الباب الخامس
الكمبيو والتجارة الخارجية

الفصل الأول
الكمبيو المباشر

بالرغم من أن معظم، أن لم يكن كل الدول فـى العـالم تحـاول انتهـاج سياسات اقتصادية مـن شـأنها تحقيـق الإكتفـاء الذاتـى، إلا أن دول العـالم بـلا استثناء عليها أن تتعامل مع بعضها البعـض لتبـادل السـلع والخدمـات لتحقيـق التقدم والرفاهية لأفرادها. فنظراً للتقدم التكنولوجى الهائل والتطور السريع فى وسائل النقل والمواصلات والإتصالات تعاظم دور التجارة الخارجيـة (متمثلـه فـى عمليـات الإسـتيراد والتصديـر) وأصبحـت تمثـل أحـد الأنشـطة الهامـة المرتبطة بموارد الدولة وقدرتها على التنمية الإقتصادية.

ومع اتساع نطاق التجاره الخارجية ظهرت الحاجـة الشـديدة والملحـة إلى تجارة العملات الاجنبية حيث يحتاج المستوردون إلى كميات كبيرة مـن العملات الاجنبية ليسددوا بها ثمن شراء السلع المسـتوردة. لـذا سـوف نتنـاول بالشـرح والتحليـل عمليـة مبادلـة العملـة بيـن الـدول أى سـداد قيمـة الصفقـات الخارجية من عملة الدولة الوطنية إلى عملة الدولة الاجنبية أو العكس.

الكمبيو:

كلمة كمبيو كلمة ايطالية معناها المبادلة ويقصد بها مبادلة عملة بلد بعملة آخرة وتزداد أهمية تجارة العملة الاجنبية كلما اتسع نطاق التجارة الخارجية، ولقد كان سداد الديون فى التجارة الخارجية يتم فى الماضى بنقل النقود المعدنية سداداً لثمن السلع المستوردة، واستيراد النقود ثمنا لما تصدره البلاد، ولما زادت عمليات التجارة الخارجية والصفقات التجارية وكبر حجمها وظهرت البنوك واتسعت عمليات الإئتمان وبرز دور عمليات الكمبيو أو مبادلة العملة فى الحياة العملية.

وتقوم البنوك بدور رئيسى فى عمليات الكمبيو بيعا وشراء، وفى بعض البلاد الاجنبية مثلا فى انجلترا ظهرت فئة من السماسرة المتخصصون فى هذا النوع من التجارة. ومن النادر أن تتم عمليات الكمبيو على أساس القيمة الحقيقية للنقود والتى يطلق عليها القيمة المتعادلة فقانون العرض والطلب يلعب دوراً هاماً فى تحديد أسعار النقود فعندما يزداد حجم السلع الاجنبية المستوردة وليكن من امريكا مثلا إلى مصر فى وقت قلت فيه الورادات الأمريكية من مصر فيعنى ذلك زيادة الطلب على الدولار الأمريكى فى مصر أكثر من الأقبال على الجنيه المصرى فى أمريكا وبناء على ذلك ترتفع قيمة الدولار الأمريكى فى مصر فتصبح أعلى من قيمته الحقيقية وتصبح قيمة الجنيه المصرى منخفضه فى أمريكا.

وتظهر الحاجة إلى بيع وشراء العملات الاجنبية وذلك فى حالات سداد الديون الخارجية نتيجة لعمليات التصدير والإستيراد وكذلك عند السفر

للخارج حيث يحتاج المسافر إلى تغيير عملته الوطنية بعملة البلد المسافر إليها، وأيضاً فى عمليات المضاربة - فى بعض الدول - حيث يتم التعامل بالعملات الاجنبية بيعا وشراءاً، لتحقيق ربح من فروق الأسعار.

طرق التعامل فى الكمبيو:

يتم سداد الديون الخارجية بإحدى طريقتين:

أ- طريقة الشراء (أو الارسال):

وهذه الطريقة هى الأكثر حدوثاً حيث يقوم المدين بشراء كمبيالة أو حوالة أو شيك من أحد البنوك بعملة الدائن ويدفع المدين ثمن هذه الورقة بعملته المحلية ثم يرسلها إلى دائنه سداداً لحسابه.

ب- طريقة السحب:

وفقاً لهذه الطريقة يقوم الدائن بسحب كمبيالة على مدينة لأمر أحد البنوك فى بلد الدائن بعملة المدين ثم يبيع هذه الكمبيالة إلى البنك المذكور الذى يحولها إلى فرعه أو - مراسله فى بلد المدين الذى يتولى تحصيل قيمتها من المدين.

وعند تسوية الديون الخارجية إذا كان التعامل يتم بين بلدى التعامل فقط طبقاً لأسعار الكمبيو بين كل منها يطلق على الكمبيو فى هذه الحالة الكمبيو المباشر، أما فى حالة وجود بلد وسيط أو أكثر بين بلدى التعامل فإن الكمبيو فى هذه الحالة يسمى بالكمبيو غير المباشر.

الكمبيو العاجل والكمبيو الأجل:

تنقسم عمليات الكمبيو إلى نوعين، الكمبيو العـاجل أو كمبيـو الأسـرع وهو الذى تستحق فيه الأوراق التجارية المرسـلة أو المسـحوبة فـوراً أو عنـد الإطلاع. والنوع الثانى هو الكمبيـو الآجـل وهـو الـذى تسـتحق فيـه الأوراق التجارية المرسلة أو المسحوبة بعد مدة معينة من الإطـلاع ومـن الواضـح أن أسعار الأوراق التجارية الآجلة لابد وأن تكون أقل مـن أسـعار الأوراق التـى تدفع عند الإطلاع.

أسعار الكمبيو:

تذكر الكمبيو أسعار دائماً بإحدى طريقتين:

أ- طريقة السعر الثابت:

تقضى هذه الطريقة بأن يذكر كميه متغيره من العمله الأجنبيه مقـابل كميه ثابته من العمله الوطنية.

فمثلاً:

- (لندن / القاهرة) = ٥٥٠

هذا يعنى أن كل ١ جنيه انجليزى (جك) = ١٩٦ قرش مصرى

- (لندن / نيويورك) = ١,٦٢

هذا يعنى أن كل ١ جك = ١,٦ دولار أمريكى

- (باريس / القاهرة) = ٦٠

هذا يعنى أن كل ٦٠ فرنك فرنسى يساوى فى مصر جنيه واحد حيث يتضح أن مصر هنا هى التى تذكر السعر للفرنك الفرنسى مقابل وحده ثابتة من العمله المصرية هى الجنيه المصرى.

ب- طريقة السعر غير الثابت:

وتقضى هذه الطريقة بأن يذكر السعر بالعمله الوطنيه بالنسبه لمقدار ثابت من العملة الأجنبية فيكون المقدار الثابت من العملة الأجنبية أما واحد أو مائة تبعاً لقيمة العمله فإذا كانت قيمتها كبيره بالجنيه الاسترلينى أو الدولار الأمريكى فيذكر السعر عن وحده واحده - أما إذا كانت قيمة العملـه الأجنبية صغيره كالليرة الإيطالية أو الفرنك البلجيكى فيذكر السعر عن ١٠٠ وحده فمثلاً

- (القاهرة / نيويورك) = ٣٤٠

تعنى أن كل ٣٤٠ قرش مصرى = ١ دولار أمريكى

- (القاهرة / بون) = ١٥٠٠

فهذا معناه أن كل ١٨٧ قرش مقابل واحد مارك ألمانى. ونظراً لأن القروش هى عمله القاهرة فنقول فى هذه الحاله أن القاهره تتبع نظام السعر غير الثابت أى أن عمليتها هى المتغيرة وعملة البلاد الأخرى ثابتة.

وتجدر الإشارة إلى أن طريقه السعر غير الثابت هى الطريقة المتبعة فى معظم بلاد العالم، أما طريقة السعر الثابت فهى لا تتبع إلا فى أمريكا وانجلترا وبعض دول أمريكا الجنوبية.

ومن المعلوم أن البنك المركزى المصرى يصدر نشرة يومية بأسعار صرف العملات الأجنبية المختلفة. وعادة ما تذكر البنوك فى عمليات الكمبيو سعرين أحدهما سعر للشراء ويستخدم عند قيام البنك بشراء العمله الأجنبيه والآخر سعر للبيع ويستخدم عند قيام البنك ببيع العمله الأجنبيه.

وقد يحدد البنك سعراً واحداً للشراء والبيع ويحصل فى هذه الحالة على نصيبه من الربح عن عمليات الكمبيو عن طريق العموله التى تكون دائماً لصالح البنك، ففى حاله شراء ورقة تجارية من أحد البنوك تضاف إلى العمولة إلى سعر البيع البنك بينما فى حالة بيع ورقة لأحد البنوك. تطرح العموله من سعر شراء البنك ويأخذ بائع العمله الأجنبية الصافى بعد خصم العموله.

كذلك ينقسم الكمبيو من حيث الاستحقاق إلى :

(أ) كمبيو عاجل وهو الذى يستحق حالاً (فوراً) حيث يسرى عليه طريقة السعر الثابت.

(ب) كمبيو آجل وهو الذى يكون ميعاد استحقاقه متقدم بزمن معين وفى هذه الحاله تستخرج القيمة الحالية بالقانون التالى

القيمة الحالية = القيمة الاسمية - الخصم

وهذا النوع يسرى عليه طريقة السعر المتغير.

ملاحظات هامة:

عند التعامل بالكمبيو يحسب البنك عمل له وهى

١- عند الشراء: سعر الخصم + عمولة البنك

٢- عند البيع : سعر الخصم - عمولة البنك

ويجب التنويه إلى أن تمارين الكمبيو العاجل يمكن تقسيمها إلى أربعة أنواع هى:

أولاً: إيجاد ثمن شراء الورقة التجارية

مثال (٥-١)

اشترى تاجر بالقاهرة شيكا على لندن سداد لدين عليه قيمته الاسمية ١٠٠٠ جك فكم يبلغ ثمن الشراء الكلى إذا علم أن سعر الكمبيو القاهرة/ لندن ٥٥٠ بما فيها علاوه العمله وعمولة البنك ٠٣٪ (ثلاثة فى الألف).

الحل

∵ القاهرة / لندن = ٥٥٠

∴ ٥٥٠ قرش مصرى = ١ جك

أى أن كل ١ جك = ٥,٥٠ جنيه مصرى

+ ٠,٠١٦٥٠٠٠ عمولة البنك ٠,٣٪

∴ كل ١ جك = ٠,٠١٦٥٠٠٠ جنيه مصرى

∴ كل ١٠٠٠ جك = س جنيه مصرى

∴ س × ١ = ١٠٠٠ × ٠,٠١٦٥٠٠٠

∴ س = ٥٥١٦,٥ جنيه مصرى

أى أن ثمن الشراء الكلى = ٥٥١٦,٥ جنيه مصرى

ثانياً: إيجاد ثمن بيع الورقة

ملاحظة: فى حالة بيع ورقة لأحد البنوك تطرح العموله من سعر شراء البنك.

مثال (٥-٣)

سحب تاجر بالقاهرة على أحد عملائه ببلجيكا كمبيالة قيمتها الاسمية ٨٠٠ فرنك وباعها إلى البنك الأهلى المصرى. أوجد ثمن بيع هذه الكمبيالة إذا علمت أن سعر الكمبيو فى القاهرة ٢٣٣,٤ وعمولة البنك ١٠٪.

الحل

∵ القاهرة / بروكسل = ٢٣٣,٤

∴ كل ٢٣٣,٤ قرش مصرى = ١٠٠ فرنك بلجيكى

أى أن كل ١٠٠ فرنك بلجيكى = ٢,٣٣٤ جنيه مصرى

∴ كل ١ فرنك = ٠,٠٢٣٣٤ جنيه مصرى

– ٠,٠٠٠٠٢٣٣٤ عمولة بنك ١٠٪

∴ كل ١ فرنك = ٠,٠٢٣٣١٦٦٦ جنيه مصرى

∴ ٨٠٠٠ فرنك = س جنيه مصرى

∴ س = ٠,٠١٣٣١٦٧ × ٨٠٠٠ = ١٨٦٥,٣٣٦ جنيه مصرى

أى أن ثمن البيع (س) = ١٨٦٥,٣٣٦ جنيه مصرى

ثالثاً: إيجاد القيمة الاسمية للورقة

وهنا يعطى معلومات للتمرين

١- سعر الكمبيو.

٢- ثمن الشراء (أو البيع).

ويطلب القيمة الاسمية للورقـة. وخطـوات الحـل تتضـح مـن التمريـن التالى:

مثال (٥-٣)

ما هى القيمة الاسمية لورقة اطـلاع لتـاجر بلنـدن علـى نيويـورك إذا كان المدفوع مقـابل ثمنهـا ٤٠٠ جـك إذا علمنـا أن سـعر الكمبيـو فـى لنـدن / نيويورك هو ٢,٨ وعموله ٠١٪.

الحـل

∵ لندن / نيويورك = ٢,٨

∴ كل ١ جك = ٢,٨ دولار أمريكى

+ ٠,٠٠٢٨ عمولة البنك ٠١٪

∴ كل ١ جك = ٢,٨٠٢٨ دولار أمريكى

∴ ٤٠٠ جك = س دولار أمريكى (حيث س القيمة الاسمية)

∴ س × ١ = ٤٠٠ × ٢,٨٠٢٨ = ١١٢١,١٢ دولار أمريكى

أى أن القيمة الاسمية للورقة = ١١٢١,١٢ دولار أمريكى

رابعاً: إيجاد سعر الكمبيو:

وهنا يعطى:

(١) القيمة الاسمية للورقة .

(٢) المبلغ المدفوع فى (شراء) هذه الورقة .

ويطلب سعر الكمبيو وتتضح خطوات الحل فى التمرين التالى:

مثال (٥-٤)

اشترى مصنع أبو الخير التعاونى شيكاً من البنك الأهلى على بنك انجلترا بمبلغ ١٠٠٠٠ جنيه استرلينى، فبلغ المدفوع ١٣٥٥٤ جنيه مصرى فإذا علمت أن البنك يحصل عمولة بمعدل ٤ فى الألف فما هو سعر الكمبيو القاهرة / لندن.

الحل

نفرض أن سعر الكمبيو = س

∴ العمولة = س × ٠,٠٠٤ = ٠,٠٠٤ س دولار أمريكى

∴ السعر بالعمولة = س + ٠,٠٠٤ س = ١,٠٠٤ س

كل ١٠٠٠٠ جك يقابلها ٤٣٥٥٤ جنيه مصرى

كل ١ جك = ١,٠٠٤ س

$$\therefore \text{س} = \frac{٤٣٥٥٤}{١٠٠٠٠ \times ١,٠٠٤} = ٤,٣٣٨ \text{ جنيه مصرى}$$

∴ سعر الكمبيو القاهرة / لندن هو ٤٣٣

مثال (٥-٥)

اشترى تاجر بالقاهرة من البنك الأهلى شيكا على بنك دسلدورف بألمانيا الغربية بمبلغ ٨٨٦٨,٣٠ مارك ألمانى فبلغ بالعمولة ١٩٤٧٢,٠٢ جنيه مصرى فإذا علمت أن البنك يحسب عمولة بمعدل ٠,٠٤٪ فأوجد سعر الكمبيو الذى تمت على أساسه عملية شراء الشيك فى القاهرة.

الحـل

نفرض أن سعر الكمبيو القاهرة / دسلدورف = س جنيه مصرى

∴ العمولة = س × ٠,٠٠٤ = ٠,٠٠٤ س

∴ السعر بالعمولة = س + ٠,٠٠٤ س = ١,٠٠٤ س

∴ كل ٨٨٦٨,٣٠ مارك يقابلها ١٩٤٧٢,٠٤ جنيه مصرى

∴ كل ١ مارك ألماني يقابله ١,٠٠٤ س

$$\therefore \text{س} = \frac{١٩٤٧٢,٠٤}{١,٠٠٤ \times ٨٨٦٨,٣} = ٢,١٨٦٩ \text{ جنيه مصرى}$$

أى أن: سعر الكمبيو القاهرة / دسلدورف هو ٢١٨,٦٩ قرشاً

وهذا يعنى أن ٢١٨,٦٩ قرشاً لكل ١ مارك ألماني.

مثال (٥-٦)

باع مصدر بالإسكندرية إلى أحد عملائـه بنيويـورك جلودهـا مصنعـة قيمتها ١٠٠٠ جنيه مصرى فـإذا كـان سـعر الكمبيـو فـى القـاهرة / نيويـورك ٤٣,٦٤٩٤ قرشـاً بمـا فيهـا عـلاوة العملـة وعمولـة البنــك ٠٤٪ بحـد ادنــى ١,٢٥٠ جنيه مصرى والمطلوب حساب القيمة الاسمية للكمبيالة التى يسـحبها البائع فى الاسكندرية علـى عمليـة بنيويـورك حتـى يكـون صـافى مـا يستلمه معادلاً لثمن البضاعة . مع العلم بأن البنك خصم دفعة قدرها ٢٥٠ مليم.

الحـل

ثمن البضاعة = ١٠٠٠ جنيه مصرى

سعر الكمبيو القاهرة / نيويورك = ٣٤٣,٦٤٩٤

يعنى أن كل ٣٤٣,٦ قرش مصرى يقابله ١ دولار أمريكى

عمولة بواقع ٠٤٪ = ١,٣٧٤٤٠٠٠

أى أن كل ٣٤٥,٠٢٣٨٠٠٠ قرش = ١ دولار أمريكى

∴ كل ٣,٤٥٠٢٣٨ جنيه مصرى = ١ دولار أمريكى

∴ ١٠٠٠,٢٥ جنيه مصرى = س دولار أمريكى

$$\therefore \text{س} = \frac{١٠٠٠,٢٥}{٣,٤٥٠٢٣٨٠} = ٢٨٩,٩١ \text{ دولار أمريكى}$$

أى أن القيمة الاسمية للعمولة = ٢٨٩,٩١ دولار أمريكى

مثال (٥-٧)

قدم تاجر إلى البنك الأهلى كمبيالة مسحوبة على عميلة الأمريكى بمبلغ ١٠٠٠٠ دولار. فإذا قام البنك بخصم عمولة ٥٪ وبلغ الصافى قيمة الكمبيالة = ٣١٩٦٠ جنيه مصرى. فما هو سعر الكمبيو القاهرة / نيويورك.

الحل

نفرض أن سعر الكمبيو = س

∴ العمولة = س × ٠,٠٠٥ = ٠,٠٠٥ س

∵ سعر الكمبيو الصافى = سعر الكمبيو – العمولة المحسوبة عليه

= س – ٠,٠٠٥ س = ٠,٩٩٥ س

، ∴ صافى قيمة الكمبيالة = ٣١٩٦٠ جنيه مصرى

، ∵ كل ١ دولار أمريكى يقابله ٠,٩٩٥ س جنيه مصرى

و ∵ كل ١٠٠٠٠ دولار امريكى يقابله ٣١٩٦٠ جنيه مصرى

∴ ١٠٠٠٠ × ٠,٩٩٥ س = ١ × ٣١٩٦٠

∴ س = $\frac{٣١٩٦٠}{٩٩٥٠}$ = ٣,٣٤٦٥ جنيه مصرى

∴ سعر الكمبيو القاهرة / نيويورك = ٣,٣٤٦٥

مثال (٥-٨)

اشترى تاجر بالقاهرة من البنك الأهلى شيكا على بنك الخليج بالكويت بمبلغ ٣٠٠٠ ديناراً كويتياً فبلغ ثمنه ٦٧٧٧ جنيه مصرى. فإذا علمت أن البنك يحسب عمولة بمعدل ٤٪ فأوجد سعر الكمبيو (الصرف) القاهرة / الكويت. أى أوجد سعر الكمبيو الذى تمت على أساسه عملية شراء الشيك فى القاهرة.

الحل

نفرض أن سعر الكمبيو القاهرة / الكويت = س

∴ كل س جنيه مصرى = ١ دينار كويتى

العمولة ٤٪ + ٠,٠٠٤ س

∴ كل ١,٠٠٤ س جنيه مصرى = ١ دينار كويتى

∴ ٢٧١٠٨ جنيه مصرى = ٣٠٠٠ دينار كويتى

∴ ٢٧٠٨ × ١ = ١,٠٠٤ س × ٣٠٠٠ دينار كويتى

∴ س = $\frac{٢٧٠٨}{٣٠٠٠ \times ١,٠٠٤}$ = ٩ جنيه مصرى

أى أن سعر الكمبيو القاهرة / الكويت ٩ جنيه مصرى ويعنى هذا أن كل ٩٠٠ قرش مصرى يساوى ١ دينار كويتى.

مثال (٥-٩)

قدم أحد العاملين بدولة الكويت شيكاً بمبلغ ١٠٠٠ دينار كويتى إلى البنك الأهلى المصرى. وحصل من البنك على مبلغاً صافياً قدره ١١٢٣٣ جنيه مصرى. فإذا علمت أن البنك يحصل على عمولة بمعدل ٠٫٤٪ فأوجد سعر الكمبيو القاهرة / الكويت.

الحل

هنا نلاحظ أن العميل قدم للبنك الأهلى الشيك أى أنه باع إلى البنك شيكا بمبلغ ١٠٠٠ دينار كويتى وحصل على الثمن ٤٢٣٣ جنيه مصرى.

∴ نفرض أن سعر الكمبيو القاهرة / الكويت = س

أى أن كل س جنيه مصرى = ١ دينار كويتى

− ٠٫٠٠٤ عمولة بنك

∴ كل ٠٫٩٩٦ س جنيه مصرى = ١ دينار كويتى.

∴ كل ٠٫٩٩٦ س × ١٠٠٠ = ١١٢٣٣

∴ س = $\frac{١١٢٣٣}{١٠٠٠ \times ٠٫٩٩٦}$ = ١١٫٦٣ جنيه مصرى

∴ سعر الكمبيو القاهرة / الكويت = ١١٦٣ قرشاً

أى أن كل ١١٦٣ قرشاً = ١ دينار كويتى

٢- الكمبيو الآجل:

وهنا نتعامل على أساس القيمة الحالية للورقة التجارية

القيمة الحالية = القيمة الاسمية − الخصم

مثال (٥-١٠)

اشترى تاجر بالقاهرة من البنك الأهلى ورقة على لندن قيمتها ٥٠٠٠ جنيه مصرى تستحق الدفع بعد شهرين. أوجد ثمن شراء هذه الورقة إذا كان سعر الكمبيو الاطلاع على لندن ١١٢ وسعر الخصم فى لندن ٠٣٪ وعمولة البنك فى القاهرة ٠١٪.

الحل

سعر الكمبيو الاطلاع القاهرة / لندن = ١١٢ قرش

أى أن كل ١١٢ قرش = ١ جك

أى أن كل ١ جك = ١,١٢ جنيه مصرى

= ١,١٢ - الخصم المحسوب عليه

$$= ١,١٢ - [١,١٢ \times \frac{٣}{١٠٠} \times \frac{٢}{١٢}]$$

= ١,١٢ - ٠,٠٠٥

أى أن كل ١ جك = ١,١٢ × ٠,٩٩٥ = ١,١١٤٤ جنيه مصرى

(عمولة ٠,١) + ٠,٠٠١١٤٤

∴ كل ١ جك = ١,١١٥٥١٤٤ جنيه مصرى

∴ س جك = ٥٠٠٠ جنيه مصرى

أمثلة تطبيقية متنوعة على عمليات الكمبيو

مثال (٥-١١)

تاجر بالزقازيق مدين لآخر بلندن بمبلغ ٨٠٠٠ جـك. فكم يدفع ثمناً لشراء شيك على لندن سداداً لهذا الدين إذا كان سعر القاهرة / لندن ٣٢٥,٩٨٧ بما فيها عمولة البنك ٠,٠٥٪.

الحل

سعر الكمبيو القاهرة / لندن ٣٢٥,٩٨٧

يعنى أن ٥٢٥,٩٨٧ قرشا عن كل جك

أى ٥,٢٥٩٨٧ جنيهاً مصرياً عن كل جك بدون عمولة.

العمولة = ٥,٢٥٩٨٧ × ٠٥٪ = ٠,٠٢٦٢٩٩

أى أن المدين يدفع ٥,٢٥٩٨٧

\+ عمولة (٠٥٪) ٠,٠٢٦٢٩٩

٥,٢٨٦١٦

أى أن المدين يدفع ٥,٢٨٦١٦ جنيها مصريا مقابل كل ١ جك

∴ المدين يدفع س مقابل ٨٠٠٠ جك

∴ ثمن الشراء الكلى = ٨٠٠٠ × ٥,٢٨٦١٦ = ٢٦٤٣٠,٨٤٧ ج.م

مثال (٥-١٢)

قام أحد المصدرين ببيع جلوداً مصنوعة لأحد التجار بالرياض مقابل كمبيالة بالريالات. فإذا قدم الكمبيالة إلى بنك المهندس بالقاهرة لكى يحصل

على ثمنها ٤٤٨٢٠ جنيه مصرى. أوجد القيمة الاسمية للكمبيالة إذا كان سعر الكمبيو القاهرة / الرياض ٩٠ وعمولة البنك ٠٤٪.

الحـل

سعر الكمبيو القاهرة / الرياض ٩٠

يعنى أن ٩٠ قرشا عن كل ريال بدون عمولة

أى أن ٠,٩ جنيها مصريا عن كل ريال بدون عمولة

العمولة = ٠,٩ × $\frac{٤}{١٠٠٠}$ = ٠,٠٠٣٦

الصافى بعد العمولة = ٠,٩ - ٠,٠٠٣٦ = ٠,٨٩٦٤

أى أن ١ ريال سعودى مقابل ٠,٨٩٦٤ جنيها مصريا

∴ س ريال سعودى مقابل ٤٤٨٢٠ جنيها مصريا

القيمة الاسمية للكمبيالة = $\frac{٤٤٨٢٠}{٠,٨٩٦٤}$ = ٥٠٠٠٠ ريالا سعوديا

مثال (٥-١٣)

تاجر بالقاهرة مدين لآخر بامستردام بمبلغ ١٠٠٠٠٠٠ فلورين هولندى فإذا كان سعر الكمبيو فى القاهرة / امستردام ٥,٧٣٢٦١ وعمولة البنك ٠٤٪ وسعر الكمبيو فى امستردام / القاهرة ١٧,٨٢٥ وعمولة البنك ٠٥٪ فأيهما افضل من وجهة نظر المدين:

أ- أن يشترى شيكا بالعملة الهولندية ويرسله للدائن.

ب- أن يطلب من الدائن فى أمستردام أن يسحب عليه كمبيالة بالعملة المصرية.

الحـل

الحالة الأولى : طريقة الشراء :

سعر الكمبيو القاهرة / أمستردام ٥,٧٣٢٦١٠ قرشاً عن كل فلورين

يعنى أن ٠,٠٥٧٣٢٦١ جنيها مصريا عن كل فلورين

+ عمولة ٠٤٪ ٠,٠٠٠٢٢٩٣

= ٠,٠٥٧٥٥٥٤

∴ ٠,٠٥٧٥٥٥٤ جنيها مصريا عن كل فلورين

∴ المدين يدفع س جنيها مصريا مقابل ١٠٠٠٠٠٠ فلورين

∴ ثمن شراء الشيك = ١٠٠٠٠٠٠ × ٠,٠٥٧٥٥٥٤

= ٥٧٥٥٥,٤ جنيها مصريا.

الحالة الثانية : طريقة السحب :

سعر الكمبيو أمستردام / القاهرة ١٧,٨٢٥

يعنى أن ١٧,٨٢٥ فلورين عن كل جنيه مصرى

- عمولة ٠٥٪ ٠,٠٨٩١٢٥

= ١٧,٧٣٥٨٧٥

أى أن الدائن يقبض فى أمستردام ١٧,٧٣٥٨٧٥ فلورين عن كل ج.م

∴ الدائن يقبض فى أمستردام ١٠٠٠٠٠٠ فلورين عن س ج.م

∴ س = $\frac{١٠٠٠٠٠٠}{١٧,٧٣٥٨٧٥}$ = ٥٦٣٨٢,٨٩٦ جنيها مصريا

∴ القيمة الاسمية للكمبيالة المسحوبة على المدين

= ٥٦٨٢,٨٩٦ جنيها مصريا.

∴ الأفضل للمدين فى هذه الحالة هو أن يطلب من الدائن فى امستردام أن يسحب عليه كمبيالة بالعملة المصرية.

مثال (٥-١٤)

اشترى تاجر بالقاهرة حوالة على نيويورك حتى يستطيع سداد دين عليه لشركة أمريكية قيمتها الاسمية ٥٠٠٠٠ دولار تستحق الدفع بعد ١٨٠ يوماً. احسب ثمن شراء الحوالة إذا علمت أن سعر الكمبيو القاهرة / نيويورك ٣٤٠,٥٦٧ (اطلاع) وعمولة البنك قدرها ٠٥٪ ومعدل الفائدة عن المدة المذكورة ٨٪.

الحل

يمكن تحديد ثمن شراء الحواله بطريقتين:

الطريقة الأولى : تحويل سعر الاطلاع إلى سعر آجل.

القاهرة / نيويورك ٣٤٠,٥٦٧

يعنى أن التاجر يدفع ٣٤٠,٥٦٧ قرشاً عن كل واحد دولار الآن أى يدفع ٣,٤٠٥٦٧ جنيها مصريا عن كل واحد دولار الآن.

وحيث أن الحوالة تستحق الدفع بعد ١٨٠ يوماً من الآن.

∴ السعر الآجل = السعر الحالى (الاطلاع) – الخصم

$$= ٣,٤٠٥٦٧ - ٣,٤٠٥٦٧ \times \frac{٨}{١٠٠} \times \frac{١٨٠}{٣٦٠}$$

$$= ٣٤٠,٥٦٧ - ٠,١٣٦٢٣$$

$$= ٣,٢٦٩٤٤٣٢$$

+ العمولة ٠.٥٪ = ٠,١٦٣٤٧٢

∴ السعر الآجل بالعمولة = ٣,٢٨٥٧٩٠٤

وهذا يعنى أن كل ١ دولار أمريكى يقابل ٣,٢٨٥٧٩٠٤ ج.م

∴ ٥٠٠٠ دولار أمريكى يقابل س جنيها مصريا

∴ س = ثمن شراء الحوالة = ٥٠٠٠٠ × ٣,٢٨٥٧٩٠٤

= ١٦٤٢٨٩,٥٢ جنيها مصريا

الطريقة الثانية : إيجاد القيمة الحالية للحوالة الآجلـه يتم شرائها ثم تحويلها حسب السعر المذكور.

مقدار الخصم = ٥٠٠٠٠ × $\frac{٨}{١٠٠}$ × $\frac{١٨٠}{٣٦٠}$ = ٢٠٠٠ دولار

القيمة الحالية للحوالة = ٥٠٠٠٠ − ٢٠٠٠ = ٤٨٠٠٠ دولار

سعر الكمبيو القاهرة / نيويورك ٣٤٠,٥٦٧ دولار (اطلاع)

يعنى أن كل ١ دولار امريكى يقابل فى القاهرة ٣,٤٠٥٦٧ ج.م

∴ كل ٤٨٠٠٠ دولار أمريكى يقابل فى القاهرة س ج.م

∴ س = ٤٨٠٠٠ × ٣,٤٠٥٦٧ = ١٦٣٤٧٢,١٦ جنيها.م

+ عمولة البنك (٠.٥٪) = ٨١٧,٣٦٠٨ جنيها.م

∴ ثمن الشراء الكلى للورقة = ١٦٣٤٧٢,١٦ + ٨١٧,٣٦٠٨

= ١٦٤٢٨٩,٥٢ جنيها مصريا

مثال (٥-15)

وافقت وزارة الصحة لأحد المواطنين بالسفر للعلاج بانجلترا وقد خصصت له مبلغ ٥٠٠٠ جنيه استرلينى وفتح بنك الإسكندرية بالزقازيق لهذا

المواطن اعتمادا بهذا المبلغ لدى أحد البنوك بلندن. فإذا تكلف علاج المواطن بلندن ٤٠٠٠ جنيه استرليني ثم اضطر بعد ذلك للسفر إلى بروكسل لاستكمال علاجه وعند سفره استبدل فرنكات بلجيكية بباقي الاعتماد. فالمطلوب إيجاد:

أ- المبلغ الذى تحملته وزارة الصحة مقابل فتح الاعتماد بلندن.

ب- مقدار الفرنكات البلجيكية التى تسلمها عند سفره إلى بروكسل إذا علمت أن أسعار الكمبيو كانت كالآتى:

	شــراء	بيــع	
القاهرة / لندن	٥٩٠,٤٦٢	٥٩٠,٩١٥	وعمولة ٠٥٪
لندن / بروكسل	٣٠٠,٤١٥	٢٩٨,٥٦١	وعمولة ٠٤٪

الحــل

أ) لحساب المبلغ الذى تحملته وزارة الصحة مقابل فتح الاعتماد بلندن نجد أن:

سعر الكمبيو القاهرة / لندن (بيع) ٥٩٠,٩١٥

يعنى ان البنك يبيع ٥,٩٠٩١٥ جنيها مصريا مقابل ١ جنيه استرلينى

+ عمولة ٠٥٪ = ٠,٠١٤٥٤٥٧

= ٥,٩٢٣٦٩٥٧

أى أن كل ١ جنيه استرلينى مقابل ٥,٩٢٣٦٩٥٧ جنيها مصريا بالعمولة.

∴ ٥٠٠٠ جنيه استرليني مقابل س جنيها مصريا

∴ س = المبلغ الذى تحملته الوزارة مقابل فتح الاعتماد

= ٥٠٠٠ × ٥,٩٢٣٦٩٥٧ = ٢٩٦١٨,٤٧٨ ج.م.

ب) لحساب مقدار الفرنكات البلجيكية نجد أن:

سعر الكمبيو لندن / بروكسل (بيع) ٢٩٨,٥٦١

يعنى أن البنك يبيع ٢٩٨,٥٦١ فرنكا بلجيكيا مقابل ١ جنيه استرلينى

ويتقاضى عمولة ٠٤٪ من الثمن أى ٠,٠٠٤ جنيه استرلينى

∴ ثمن كل ٢٩٨,٥٦١ فرنك بلجيكى بالعمولة = ١,٠٠٤ ج. استرلينى

الباقى من الاعتماد = ٥٠٠٠ - ١٠٠٠ = ٤٠٠٠ جنيه استرلينى

ومعنى ذلك أن:

١,٠٠٤ جنيه استرلينى ثمن لكل ٢٩٨..٥٦١ فرنك بلجيكى

∴ ١٠٠٠ جنيه استرلينى ثمن لـ س فرنك بلجيكى

∴ مقدار الفرنكات البجيكية التى يتسلمها المواطن عند سفره.

$$\text{إلى بروكسل} = \frac{٢٩٨,٦٥١ \times ١٠٠٠}{١,٠٠٤} = ٢٩٧٣٧١,٥١ \text{ فرنك بلجيكى}$$

ملاحظة:

يلاحظ فى المثال السابق أنه فى سعر الكمبيو لندن / بروكسل نجد أن سعر الشراء أكبر من سعر البيع وذلك لأن انجلترا تتبع نظام السعر الثابت لعملتها. فإذا اشترى البنك فى انجلترا ٣٠٠,٤١٥ فرنكا بلجيكيا بمبلغ جنيه استرلينى ، فلكى يحقق ربحا فإنه يبيع مثلا كل ٢٩٨,٥٦١ فرنك بلجيكى بالجنيه الاسترلينى.

وهكذا نجد أنه وفقا لنظام الأسعار الثابته يكون سعر الشراء أكبر دائماً من سعر البيع بعكس الحال فى حالة الأسعار غير الثابته حيث يكون سعر البيع أكبر من سعر الشراء.

الفصل الثانى

التجارة الخارجية

سبق أن رأينا أنه لا يمكن لأى دولة فى العالم، مهما بلغ درجة تقدمها ومهما كانت السياسات الانمائية التى تنتجها لتحقيق الاكتفاء الذاتى أن تعيش بمعزل عن باقى دول العالم، إذ لابد أن يتم تبادل السلع والخدمات بين تلك الدول وغيرها من الدول لتحقيق التكامل الاقتصادى والرفاهية لأفرادها. لذلك ازداد نطاق التجارة الخارجية متمثلة فى عمليات التصدير وتعاظم دورها فى كل بلاد العالم.

وتشمل الصادرات جميع السلع التى تخرج من البلد أو سلع سبق استيرادها ومرت فى مراحل صناعية فى داخل البلد ترتب عليها تغيير شكلها أو زيادة قيمتها ثم أعيد تصديرها، ويطلق على هذه الصادرات بالصادرات الحقيقية، أما السلع المستوردة والمعاد تصديرها دون أى تغيير فيطلق عليها صادرات البضائع الأجنبية.

أما الواردات فيقصد بها جميع السلع التى ترد إلى البلد وأصبحت تحت تصرف المستوردين مضافا إليها السلع التى سحبت من مخازن الايداع أو المناطق الحرة إلى داخل البلاد للاستهلاك المحلى ويطلق على هذه الواردات بالواردات الحقيقية.

وسوف نركز بالتحليل على النقل البحرى للصادرات أو الواردات باعتباره أهم وسائل النقل فى عمليات التجارة الخارجية على الاطلاق وذلك

نظراً لكبر حجم الصفقات المصدره أو المستورده بين الدول وارتفاع نفقات الشحن الجوى بالإضافة إلى صعوبة النقل البرى بين معظم دول العالم.

ومما لا شك فيه أن المعاملات التجارية الخارجية تختلف عن المعاملات التجارية الداخلية فى عدة جوانب نذكر منها

أولاً: مصروفات نقل البضائع ومصروفات التأمين:

١) مصروفات نقل البضائع:

تتطلب عملية نقل البضائع من محل البائع (المصدر) إلى محل المشترى (المستورد) أن يقوم البائع بشحن البضاعة وارسالها إلى ميناء المشترى وفى مقابل ذلك يقوم بدفع النولون البحرى (أجرة الشحن) والتأمين البحرى ومصاريف اللف والحزم والنقل من محل المصدر إلى ميناء التصدير. ثم يقوم المشترى بنقل البضاعة من الميناء حتى محله وفى مقابل ذلك يتحمل المشترى الضرائب الجمركية ورسوم الرصيف والعوائد ومصاريف التخليص ومصاريف النقل من الميناء إلى محل المشترى.

٢) مصروفات التأمين:

يعتبر التأمين البحرى ضروريا بالنسبة للمستوردين والمصدرين نظراً لتعريض النقل البحرى لاخطار كبيرة. وتعتبر مؤسسة "اللويدز" Lioyds أساس التأمين البحرى فى العالم وهى أشبه بالبورصة، فإذا عرض التأمين على سفينه من نوع معين فإن بعض أعضاء مؤسسة اللويدز يكتتبون فيما بينهم لتغطية هذه المخاطرة وفى حالة غرق السفينة أو اصابتها فإنهم يلتزمون

بدفع التعويض كل حسب نصيبه الذى اكتتب فيه وهم يحصلون على قسط التأمين أيضاً بنفس النسبة.

ويتوافر لدى اللويدز بيانات دقيقة وشاملة عن كل سفن العالم ولمندوبى اللويدز الحق فى الكشف عن أية سفينه فى كل موانى العالم للتحقيق من سلامتها وصلاحيتها للابحار. وترتفع اسعار التأمين البحرى على السفن التجارية كلما تأزم الموقف فى منطقة من المناطق وأصبحت معرضة للحروب أو مخاطر الاشعاع.

وينقسم التأمين البحرى من وجهة نظر المؤمن بالنسبة إلى قيمة التأمين إلى :

أ) التأمين الكلى:

هذا النوع من التأمين هو النوع الأكثر شيوعا وفيه فإن المبلغ المؤمن عليه يتكون من العناصر الآتية:

- ثمن الشراء الأساسى للبضاعة
- جميع المصروفات التى تحملتها البضاعة حتى وصولها إلى ميناء المشترى أو أقرب الموانى إليه.
- نسبة مئوية من الربح المنتظر تحقيقه وتحسب من مجموع الثمن والمصروفات.

وفى هذه الحالة إذا حدثت خسارة كلية للبضاعة المشحونة تلتزم شركة التأمين بدفع المبلغ المؤمن عليه، أما إذا كانت الخسارة جزئية تلتزم شركة التأمين بدفع مبلغ يعادل قيمة البضاعة التالفه. ويكون قسط التأمين

مقربا إلى أقرب ٥ جنيهات انجليزية بالزيادة فى النظام الانجليزى، ١٠٠٠ فرنك بالزيادة فى النظام الفرنسى.

ب) التأمين الجزئى:

وفى هذه الحالة يقل المبلغ المؤمن عليه عن مجموع العناصر الثلاثة السابقة فإذا حدثت خسارة كلية للبضاعة المشحونة تلتزم شركة التأمين بدفع المبلغ المؤمن عليه بالكامل. أما إذا كانت الخسارة جزئية فإن شركة التأمين تلتزم بدفع تعويض عن البضاعة التالفة بما يعادل نسبة المبلغ المؤمن عليه إلى قيمة البضاعة أى أن:

$$\text{التعويض} = \text{قيمة التالف} \times \frac{\text{الملبغ المؤمن عليه}}{\text{ثمن االبضاعة الكلى}}$$

ثانياً: شروط تسليم البضاعة:

هناك عدة شروط لتسليم البضاعة المستوردة تختلف من دولة لأخرى تبعا للموقع الذى يتم فيه تسليم السلعة للمشترى (المستورد) وأهم هذه الشروط هى:-

١) التسليم محل البائع : (Loco)

وفقا لهذا الشرط فإن قيمة السلعة تتمثل فى تكلفة الإنتاج والخدمات والبيع والتوزيع والمصاريف الإدارية بالإضافة إلى الأرباح الواجب تحقيقها من هذه السلعة، وإذا تعذر على المشترى التوجه لاستلام السلعة من محل البائع فإن البائع يقوم بالانفاق عليها والشحن والتأمين وخلافه، ثم يطالب المشترى بالقيمة الاساسية للسلعة مضافا إليها تلك المصروفات التى أنفقها.

٢) التسليم ظهر السفينة ميناء التصدير : (F.O.B.)

وفقا لهذا الشرط فإنه يضاف إلى تكلفة السلعة السابقة تكاليف نقل السلعة إلى ميناء التصدير وتكاليف وضعها على ظهر السفينة مثل تكاليف اللف والحزم وتكاليف نقل السلعة بالسيارات أو بالسكة الحديد إلى ميناء التصدير، وتكاليف بوليصة الشحن البحرى، مصاريف تحميل البضاعة على ظهر السفينة، عمولة وكيل الشحن بميناء التصدير. أما إذا دفع البائع (المصدر) لحساب المشترى (المستورد) مصاريف أخرى مثل النولون والتأمين فإن البائع يطالب المشترى بتلك المصاريف الأخيرة.

٣) التسليم ميناء المشترى : (C.I.F.)

وفقا لهذا الشرط فإن قيمة البضاعة تشمل جميع النفقات حتى وصول البضاعة إلى ميناء المشترى . ومعنى هذا أنه بالإضافة إلى قيمة السلعة طبقاً للشرط الثانى (FOB) يضاف إليها النولون البحرى أى أجرة الشحن والتأمين البحرى.

٤) التسليم محل المشترى : (Franco)

حيث تكون قيمة السلعة طبقا لشروط التسليم ميناء المشترى فى سعر (CIF) مضافا إليها نفقات التفريغ والضرائب والرسوم الجمركية وعوائد الرصيف وعمولة وكيل الشحن بميناء الوصول وأخيرا نقل السلعة بالسيارات أو بالسكة الحديد إلى محل المشترى.

فعلى سبيل المثال إذا استوردت شركة المقاولون العرب من انجلترا ٢٠٠٠ طن من حديد التسليح بالجنيه المصرى، فإذا كان سعر الطن تسليم

محل البائع ٦٠٠ جنيها مصريا وكانت المصروفات اللازمة حتى وصول الكمية إلى مخازن الشركة كالاتى:

نقل إلى ميناء التصدير	٦٠٠٠	جنيها مصريا
نقل إلى ظهر السفينة	٥٠٠٠	" "
نولون بحرى	٣٢٠٠٠	" "
تأمين بحرى	١٥٠٠٠	" "
تفريغ فى ميناء الاسكندرية	٣٢٠٠	" "
نقل إلى مخازن الشركة	٨٠٠٠	" "

فإذا كان المطلوب هو حساب سعر الطن من الحديد فى كل من الحالات الأربع السابقة وهى :

١) التسليم محل البائع.

٢) التسليم ظهر السفينة ميناء التصدير.

٣) التسليم ميناء المشترى.

٤) التسليم محل المشترى.

فيتم ذلك على النحو التالى :

١) التسليم محل البائع:

سعر الطن من الحديد (تسليم محل البائع) = ٦٠٠ ج.م

ولا يضاف إليه أى مصروفات.

٢) التسليم ظهر السفينة:

يشمل السعر مضافا إليه المصروفات حتى وضع البضاعة على ظهر السفينة.

التكاليف الكلية = ١٢٠٠٠٠٠ + ٦٠٠٠ + ٥٠٠٠ = ١٢١١٠٠٠ ج.م

∴ سعر طن الحديد (تسليم ظهر السفينة)

= ١٢١١٠٠٠ ÷ ٢٠٠٠ = ٦٠٥,٥ ج.م

٣) التسليم ميناء المشترى:

يشمل السعر مضافا إليه جميع المصروفات حتى وصول البضاعة إلى ميناء المشترى وبذلك فإن:

التكاليف الكلية = ١٢٠٠٠٠٠ + ٦٠٠٠ + ٥٠٠٠ + ٣٢٠٠٠

+ ١٥٠٠٠ = ١٢٥٨٠٠٠ جنيها مصريا

∴ سعر طن الحديد (تسليم ميناء المشترى)

= ١٢٥٨٠٠٠ ÷ ٢٠٠٠ = ٦٢٩ جنيها مصريا

٤) التسليم محل المشترى:

يشمل االسعر مضافا إليه جميع المصروفات الخارجية والداخلية حتى وصول البضاعة إلى محل المشترى.

التكاليف الكلية = ١٢٠٠٠٠٠ + ٦٠٠٠ + ٥٠٠٠ + ٣٢٠٠٠

+ ١٥٠٠٠ +٣٢٠٠ + ٨٠٠٠

= ١٢٦٩٢٠٠ جنيها مصريا

∴ سعر طن الحديد (تسليم محل المشترى)

= ١٢٦٩٢٠٠ ÷ ٢٠٠٠ = ٦٣٤,٦ جنيها مصريا

ولاشك أن اتباع أى من الشروط السابقة يتوقف على خبرة ودراية وظروف البائع (المصدر) فهو لا يعطى السعر التسليم ظهر السفينة (FOB) إلا إذا كان له دراية بوسائل النقل حتى ميناء التصدير كما أنه لا يعقل أن يعطى السعر التسليم ميناء المشترى (CIF) إلا إذا كان معتادا التصدير لهذا الميناء أو له امتيازات مع شركات النقل وشركات التأمين أو مع وكلاء الشحن، كما أنه لا يعطى السعر التسليم محل المشترى (Franco) فى الغالب إلا إذا كان المنتج له فروع أو وكيل فى بلد المشترى.

ثالثاً: النولون البحرى:

يطلق على نفقات شحن البضائع ونقلها من مكان إلى آخر كلمة "نولون" ويتوقف حساب النولون أو أجرة الشحن على طبيعة البضائع التى يتم نقلها وهل هى بضائع ثقيلة الوزن أم خفيفة الوزن.

فالبضائع الثقيلة الوزن (مثل الحديد والمنتجات المعدنية) لا تأخذ عادة حيزا كبيرا حيث تصل السفينة إلى أقصى حمولة لها ومع ذلك نجد أن جزءا كبيرا من مخازنها لازال خالي، لذلك فإن أجرة شحنها تحسب تبعاً لوزنها حيث تحتسب أجرة الشحن فى النظام الانجليزى على أساس الطن الوزنى بينما فى النظام الفرنسى على أساس الطولوناته ويجب ملاحظة أن:

النظام الانجليزى	النظام الفرنسى
وحدة الوزن هى الطن الوزنى	وحدة الوزن هى الطولوناته
الطن الوزنى = ٢٠ هندردويت	الطولوناته = ١٠٠٠ كيلو جرام
الهندردويت = ٤ كوارتر	الكيلوجرام = ١٠٠٠ جرام
الكوارتر = ٢٨ باوند	
الطن = ٢٢,٦١٥٠٣ قنطار	

وعند تحويل الوحدات الجزئية إلى أطنان (فى النظام الانجليزى) نتبع العلاقات التالية:

عند تحويل الهندردويت إلى طن = عدد الهندردويت / ٢٠

عند تحويل الكوارتر إلى طن = عدد الكوارتر / ٨٠

عند تحويل الباوند إلى طن = عدد الباوند / ٢٢٤٠

ويتم حساب أجرة الشحن على أساس الوزن كالاتى:

أ) نحسب وزن البضاعة حسب وحدة الوزن وهى كما سبق أن ذكرنا الطن الوزنى أو الطولوناته.

ب) نضرب عدد وحدات الوزن فى تكلفة شحن الوحدة فنحصل على أجرة الشحن.

جـ) يضاف إلى الناتج فى الخطوة السابقة معلوم الربان فى حالة النص عليه.

أما البضائع الخفيفة الوزن فإنها عادة تأخذ حيزاً كبيرا فى حين أن وزنها خفيف نسبيا (مثل الاخشاب والاسفنج) حيث تملأ كل فراغ السفينة دون أن يصل وزنها إلى المقدر لحمولتها لذلك فإن أجرة الشحن فى النظام تحتسب على أساس حجم البضاعة فتحتسب أجرة الشحن فى النظام الانجليزى على أساس الطن الحجمى بينما فى النظام الفرنسى على أساس المتر المكعب، ويجب ملاحظة أن:

النظام الانجليزى	النظام الفرنسى
وحدة الحجم هى الطن الحجمى	وحدة الحجم هى المتر المكعب
الطن الحجمى = ٤٠ قدم مكعب	المتر = ١٠٠ سم
القدم = ١٢ بوصة	

ويتم حساب أجرة الشحن على أساس الحجم كالاتى:

أ) نحسب حجم البضاعة وذلك عن طريق ضرب أبعاد كل طرد أو صندوق ويساوى الطول × العرض × الارتفاع بالقدم المكعب أو بالمتر المكعب.

ب) نحول حجم البضاعة إلى وحدات الحجم : أما الطن الحجمى وفقا للنظام الانجليزى أو المتر المكعب وفقا للنظام الفرنسى.

جـ) نضرب عدد وحدات الحجم فى تكلفة شحن الوحدة لنحصل على أجرة الشحن.

د) يضاف إلى الناتج فى الخطوة السابقة معلوم الربان فى حالة النص على ذلك.

مثال (٥-١٦)

قامت شركة مصر للغزل والنسيج بالمحلة الكبرى باستيراد معدات من احدى الشركات الألمانية فإذا كانت البضاعة تزن ٩٠/١٥/٢/١٠ فإذا كان سعر شحن الطن الواحد يساوى ٢٠ مارك المانى وعمولة الربان ١٠٪ من مصاريف الشحن. فالمطلوب حساب أجرة الشحن علماً بأن سعر الكمبيو القاهرة / بون ٨٠ قرشاً.

الحــل

وزن البضاعة السابقة يعنى: ١٠ باوند ، ٢ كوارتر ، ١٥ هندردويت ، ٩٠ طن.

وزن البضاعة بالطن = ٩٠ + $\frac{١٥}{٢٠}$ + $\frac{٢}{٨٠}$ + $\frac{١٠}{٢٢٤٠}$ = ٩٠,٧٧٩٥ طنا

أجرة الشحن = ٩٠,٧٧٩٥ × ٨٠ = ٧٢٦٢,٣٦ مارك ألمانى

عمولة الربان = ٧٢٦٢,٣٦ × $\frac{١٠}{١٠٠}$ = ٧٢٦٢,٣٦ مارك ألمانى

جملة أجرة الشحن = ٧٢٦٢,٣٦ + ٧٢٦,٢٣٦= ٧٩٨٨,٥٩٦ مارك ألمانى

جملة أجرة الشحن بالعملة المصرية = ٧٩٨٨,٥٩٦ × ٢,٨

= ٢٢٣٦٨,٠٦٩ جنيها مصريا

مثال (٥-١٧)

قامت شركة مصر لحلج الاقطان بتصدير ١٠٠٠ بالة قطن شعر من ميناء الاسكندرية إلى ميناء مرسيليا بفرنسا بسعر ٢٥ جنيها للطن بالاضافة إلى ١٠٪ معلوم الربان علما بأن:

١) كل بالة تحتوى على ٨ قناطير قطن شعر، والقنطار من القطن الشعر يزن ٥٠ كيلو جرام.

٢) أن الجوت والأحزمة الحديدية بكل بالة تزن ثلاثة كيلو جرامات

الحــل

	باله	قناطير	كيلو جرام
الوزن الصافى للقطن =	١٠٠٠ ×	٨ ×	٥٠

= ٤٠٠٠٠٠ كيلو جرام

وزن الجوت والاحزمة = ١٠٠٠ بالة × ٣ كيلو جرام = ٣٠٠٠ كيلو جرام

وزن الشحنة بالكيلو جرامات= ٤٠٠٠٠٠ + ٣٠٠٠ = ٤٠٣٠٠٠ كيلو جرام

وزن الشحنة بالاطنان = ٤٠٣٠٠٠ ÷ ١٠٠٠ = ٤٠٣ طنا

أجرة الشحن = ٤٠٣ × ٢٥ = ١٠٠٧٥ جنيها مصريا

عمولة الربان = $١٠٠٧٥ \times \frac{١٠}{١٠٠}$ = ١٠٠٧,٥ جنيها مصريا

جملة أجرة الشحن = ١٠٠٧٥ + ١٠٠٧,٥ = ١١٠٨٢,٥ جنيها مصريا

مثال (٥-١٨)

تم استيراد قطع غيار للسيارات من الولايات المتحدة الأمريكية موضوعة داخل ٥٠ صندوقا متساوية الأبعاد مقاسات كل صندوق منها ٤/٦، ٤/٩، ٤ قدما، فإذا كانت أجرة شحن الطن الحجمى ٨,٥ دولار بالإضافة إلى ١٠٪ عمولة الربان وكان سعر الكمبيو القاهرة / نيويورك ٣٤٠ قرشاً. أوجد أجرة الشحن بالعملة المصرية.

الحل

بالنسبة لأبعاد كل صندوق فإن البعد ٤/٦ مثلاً يعنى ٤ أقدام و ٦ بوصات.

حجم الصناديق = ٥٠ × $٤\frac{٦}{١٢}$ × $٤\frac{٩}{١٢}$ × ٤ = ٤٢٧٥ قدما مكعبا

الحجم بالطن = ٤٢٧٥ ÷ ٤٠ = ١٠٦,٨٧٥ طنا

أجرة الشحن = ١٠٦,٨٧٥ × ٨,٥ = ٩٠٨,٤٣٧ دولار

عمولة الربان = $\frac{١٠}{١٠٠}$ × ٩٠٨,٤٣٧ = ٩٠,٨٤٣ دولار

جملة أجرة الشحن بالدولار = ٩٠٨,٤٣٧ + ٩٠,٨٤٣ = ٩٩٩,٢٨٠ دولار

جملة أجرة الشحن بالجنيه المصرى=٩٩٩,٢٨٠ ×٣,٤٠ = ٣٣٩٧,٥٥٣ ج.م

مثال (٥-١٩)

بضاعة تزن ٨٠ هندردويت وكورترين و ١٢ باوند بسعر الباوند ٠,٣ جك فإذا شحنت هذه البضاعة بسعر ١,٥ جك للطن الحجمى فإذا تم الشحن فى عشرة صناديق حجم الواحد منها ٤/٦ ، ٤/٨ ، ٣/٢ فأوجد:

أ) النولون (أو أجرة الشحن) وثمن شراء البضاعة.

ب) التكلفة الاجمالية للبضاعة

جـ) المبلغ التأمين على هذه البضاعة لأقرب ٥ جك بالزيادة إذا أضاف المؤمن إلى ثمن البضاعة ١٥٪ كأرباح منتظرة.

د) قسط التأمين إذا كان سعر (نسبة) التأمين = ١٠٪

الحل

تحويلات الوزن:

هندردويت	كوارتر	باوند	
٨٠ ×	٤ ×	٢٨ =	٨٩٦٠ باوند
	٢ ×	٢٨ =	٥٦ باوند
		١٢ =	١٢ باوند

وزن البضاعة بالباوندات = ٩٠٢٨ باوند

ثمن شراء البضاعة = وزن البضاعة بالباوندات × أجرة الشحن

= ٩٠٢٨ × ٠,٣ = ٢٧٠٨,٤ جك

أجرة الشحن (النولون):

حجم البضاعة بالقدم المكعب = ١٠ [$\frac{٦}{١٢}$ ٤ × $\frac{٨}{١٢}$ ٤ × $\frac{٢}{١٢}$ ٣]

= ١٠ × ٤,٥ × ٤,٦٧ × ٣,٦٧ = ٦٦٦,١٧٥٥ ق^{٣}

حجم البضاعة بالطن الحجمى = حجم البضاعة بالقدم المكعب ÷ ٤٠

= ٦٦٦,١٧٥٥ ÷ ٤٠ = ١٦,٧ طن حجمى

أجرة الشحن= حجم البضاعة بالطن الحجمى× أجرة شحن الطن الحجمى بالجك

= ١٦,٧ × ١,٥ جك = ٢٤,٩٨ = ٢٥ جك تقريبا

لايجاد تكلفة البضاعة:

= ثمن الشراء + النولون

= ٢٧٠٨,٤ + ٢٥ = ٢٧٣٣,٤ جك

، ∵ الأرباح المنتظرة = $\frac{١٥}{١٠٠}$ × ٢٧٣٣,٤ = ٤١٠,٠١ جك

∴ التكلفة الإجمالية للبضاعة = ٢٧٣٣,٤ + ٤١٠,٠١ = ٣١٤٣,٤١ جك

∵ التكلفة الاجمالية = المبلغ المؤمن عليه

∴ المبلغ المؤمن عليه = ٣١٤٣,٤١ جك

، ∵ قسط التأمين = المبلغ المؤمن عليه × نسبة التأمين

= ٣١٤٣,٤١ × $\frac{١٠}{١٠٠}$ = ٣١٤,٣٤١

= ٣١٥ جك تقريبا

مثال (٥-٣٠)

ارسالية تتكون من طردين من الصوف، الطرد الأول مكون من ٥٠ ثوب طول كل منهم ٤٠ ياردة وسعر الياردة ٤,٦ جك فإذا كان سعر التمويل (١ جك = ٥٥٠,٤٤٦ قرشا مصريا). فأوجد سعر تكلفة الطرد الأول.

وإذا كان الطرد الثانى مكون من ٥٠ ثوب أيضاً طول كل منهم ٤٠ ياردة بسعر الياردة ٨ جنيه مصرى. وإذا كان هذا الطرد الثانى تحمل ضريبة جمركية ٤٠٪ من سعره وكذلك ١٠٪ دعم ، ١٪ رسم احصاء ، ٠١٪ عوائد بلدية.

فـأوجـد:

١- جملة سعر الطرد الأول والثانى.

٢- اجمـالى تكلفـة البضاعـة إذا كـانت تكلفـة النقـل ٣٠ جنيـه مصـرى والمصاريف الإدارية = ٨٪.

الحـل

بالنسبة للطرد الأول:

= ٥٠ ثوب × ٤٠ ياردة

= ٢٠٠٠ ياردة × ٤,٦ جك

سعر التكلفة بالجك = ٩٢٠٠ جك

سعر تكلفة الطرد بالجنيه المصرى = ٩٢٠٠ × ٥,٥٠٤٤٦

= ٥٠٤٦١,٠٣٢ ج.م

بالنسبة للطرد الثانى:

= ٥٠ ثوب × ٤٠ ياردة

= ٢٠٠٠ ياردة × ٨ جنيه مصرى

= ١٦٠٠٠ جنيه مصرى

الضريبة الجمركية = ١٦٠٠٠ × $\frac{٤٠}{١٠٠}$ = ٦٤٠٠

الدعم = ١٦٠٠٠ × $\frac{١٠}{١٠٠}$ = ١٦٠٠

رسم الاحصاء = ١٦٠٠٠ × $\frac{١}{١٠٠}$ = ١٦٠

عوائد بلدية = ١٦٠٠٠ × $\frac{١}{١٠٠٠}$ = ١٦

جملة سعر الطرد الثانى:

= ١٦٠٠٠ + (٦٤٠٠ + ١٦٠٠ + ١٦٠ + ١٦)

= ٢٤١٧٦ جنيه مصرى

∴ سعر الطردين معا = ٥٠٤٦١,٠٣٢ + ٢٤١٧٦ = ٧٤٦٣٧,٠٣٢ جنيه مصرى

∵ تكلفة النقل = ٣٠٠

∴ الإجمالى = ٧٤٩٣٧,٠٣٢

∴ المصاريف الإدارية = ٧٤٩٣٧,٠٣٢ × $\frac{٨}{١٠٠}$ = ٢٧٥٦,٧٢ جنيه

∴ إجمالى تكلفة البضاعة = ٧٤٩٣٧,٠٣٢ + ٥٩٩٤,٩٦

= ٨٠٩٣١,٩٩٥ جنيه مصرى

مثال (٥-٢١)

بضاعة وزنها ٤٣ هندردويت وكوارتر واحد و ١٤ باوندا بسعر الباوند ٠,٥ جك، فإذا شحنت بسعر ٥ جك للطن الحجمى حيث كان حجم الصناديق المعبأة بها ١٦٠٠ قدم مكعب أوجد:

أ) المبلغ الذى تؤمن به البضاعة لأقرب ٥ جك بالزيادة إذا أضاف المؤمن إلى ثمن البضاعة ٢٠٪ مقابل الأرباح المنتظرة.

ب) قسط التأمين إذا كانت نسبة التأمين = ١٠٪

الحل

وزن البضاعة = ٤٣ × ١١٢ + ١ × ٢٨ + ٢٤ = ٤٨٥٨ باوند

حيث هندردويت = ٤ × ٢٨ = ١١٢ باوندا

ثمن شراء البضاعة = ٤٨٥٨ × ٠,٥ = ٢٤٢٩ جك

حجم البضاعة بالطن= الحجم بالقدم المكعب ÷ ٤٠

= ١٦٠٠ ÷ ٤٠ = ٤٠ طن حجمى

أجرة الشحن = ٤٠ × ٥ جك = ٢٠٠ جك

∴ أحرة الشحن = ثمن شراء البضاعة + أجرة الشحن

= ٢٤٢٩ + ٢٠٠ = ٢٦٢٩ جك

الأرباح المتظرة = $\frac{٢٠}{١٠٠}$ × ٦٢٦٩ = ٥٢٥,٨ جك

∴ التكلفة الإجمالية = ٢٦٢٩ + ٥٢٥,٨

= ٣١٥٤,٨

∴ التكلفة الإجمالية = ٣١٥٥ جك مقربا

التكلفة الإجمالية = المبلغ المؤمن عليه

∴ المبلغ المؤمنةعليه= ٣١٥٥ جك

قسط التأمين = المبلغ المؤمن عليه × نسبة التأمين

$= ٣١٥٥ \times \frac{١٠}{١٠٠} = ٣١٥,٥$ جك

مثال (٥-٣٢)

يراد التأمين على بضاعة واردة من لندن ثمن شرائها الأساس = ٥٠٠ جك فإذا علمنا أن مصاريف اللف والحزم والنقل البرى والبحرى بلغ مجموعها = ٥٠ جك وتقدر الأرباح المنتظرة بنسبة ١٥٪ من مجموع الشحن والمصاريف المختلفة.

والمطلوب حساب:

أ) المبلغ المؤمن عليه.

الحل

∵ ثمن الشراء الأساس = ٥٠٠ جك

، ∵ المصاريف = ٥٠ جك

∴ المجموع = ٥٠٠ جك

∴ الأرباح المنتظرة $= ٥٥٠ \times \frac{١٥}{١٠٠} = ٨٢,٥$ جك

∴ التكلفة الإجمالية = ٥٥٠ + ٨٢,٥ = ٦٣٢,٥ جك

المبلغ المؤمن عليه = ٦٣٢,٥ جك

∴ قسط التأمين = المبلغ المؤمن عليه × نسبة التأمين

$= ٦٣٢,٥ \times \frac{١٠}{١٠٠} = ٦٣,٢٥$ جك

تمارين على الباب الخامس

١- ما المقصود بالكمبيو - عرف أوجه الاختلاف بين المعاملات التجارية الداخلية والمعاملات التجارية الخارجية موضحا ذلك بأمثلة.

٢- ما المبلغ الواجب سداده من تاجر بالزقازيق مدين لآخر بألمانيا بمبلغ ٢٥٠٠٠ مارك ألماني وذلك دفعه كشيك على بون سداداً لهذا الدين إذا كان سعر الكمبيو القاهرة / بون ٢٣٠,٤٥ بما فيها عمولة البنك ٠٥٪.

٣- قام أحد رجال الأعمال المصريين بتصدير صفقة من السجاد والموكيت إلى أحد التجار بالمملكة العربية السعودية مقابل كمبيالة بالريالات. فإذا تقدم إلى البنك الأهلي بالزقازيق لكي يحصل على ثمنها البالغ ٦٥٣٧٨ جنيه مصرياً. أوجد القيمة الإسمية للكمبيالة إذا كان سعر الكمبيو القاهرة / الرياض ٩٢ قرشاً وعموله البنك ٠٥٪.

٤- اشترى تاجر بلندن من أحد المصارف بها شيكا بمبلغ ٧٥٠٠٠ جنيها مصرياً - فما هو المبلغ الذى دفعه التاجر للمصرف ثمناً لهذا الشيك بفرض أنه اشتراه بسعر كمبيو لندن / القاهرة ٥٥٠ قرشاً وعمولة مصرفيه ٠١٪.

٥- تاجر بالقاهرة مدين لأخر بنيويورك سنة ١٩٩٨ بمبلغ ٥٠٠٠٠ دولار فهل كان له أن يسدد دينه بطريقة الشراء (الارسال) أو بطريقة السحب؟ ما الفرق بين الطريقتين إذا علم أن سعر الكمبيو القاهرة / نيويورك كان

٣٣٧,٤ قرشاً وسعر نيويورك / القاهرة اطلاع ٣,٤٥ اطلاع وأن عمولة البنك فى القاهرة كانت ٠,٠٥٪ وكانت فى نيويورك ٠١٪.

٦- استورد أحد التجار بالقاهرة بضاعة من هولندا مقومة بالدولار الأمريكى بموجب الفاتورة الآتية:

دولار		بيان الصنف	سنت	دولار
٨٩٠٠	١٠٠٠	زوج أحذية بسعر	٩٠	٨
٤٢٥٠	٥٠٠	" " "	٥٠	٨
٩٢٥٠	٢٠٠٠	" " "	٦٣	٤
٨٧٥٠	٧٠٠	" " "	٥٠	١٢
٣١١٥٠				

وقد حصل التاجر على خصم قدره ٢٠٪ ودفع قيمة الفاتورة إلى بنك القاهرة بسعر ٣٣٢ قرشاً عن الدولار وبلغ ما دفعه من الرسوم ومصاريف الجمارك ومصاريف نقل البضاعة إلى القاهرة ١٩٨٠,٢ جنيها والمطلوب حساب سعر التكلفة للوحده من كل صنف بالعملة المصرية إلى أقرب قرش.

٧- استورد أحد التجار بالاسكندرية بعض الآلات الحاسبه والآت عد النقود من أمريكا بموجب الفاتورة الآتية:

٢٥	آله حاسبه صغيره بسعر الواحده	٣٥٠	دولار
٢٠	آله حاسبه متوسطه بسعر الواحده	٤٥٠	دولار
٢٠	آله حاسبه كبيره بسعر الواحده	٦٠٠	دولار
٣٠	آله عد نقود بسعر الواحده	٥٥٠	دولار

وكانت هذه الأشياء تشمل مصاريف الشحن والتأمين تسليم الاسكندرية وقد دفع المستورد قيمة هذه الفاتورة إلى البنك الأهلى بالاسكندرية بسعر كمبيو اطلاع فى الاسكندرية على نيويورك ٣٢٠,٤ ودفع المستورد أيضاً مبلغ ١٩٨٥٠ جنيه مصرياً قيمة الرسوم الجمركية ومصاريف التخليص والنقل إلى مخازنه.

المطلوب: حساب ما يلى:

(أ) ثمن التكلفة الكلى للبضاعة

(ب) سعر التكلفة لكل صنف من أصناف

(جـ) السعر الذى يكتبه التاجر على بطاقة الصنف ليربح ٢٠٪ من ثمن البيع بعد منح المشترى خصماً قدره ٥٪ من السعر المكتوب على بطاقة الأسعار مع التقريب لأقرب جنيه.

٨- تعاقد البنك الأهلى المصرى على شراء عدد ٥٠ آله عد نقود بمبلغ ٥٠٠٠٠ فرنك فرنسى على أن يتم شحنها من ميناء مرسيليا بفرنسا إلى ميناء الاسكندرية وقد بلغت التكاليف المتوقعة للشحن والنقل مبلغ ٨٠٠٠ فرنك وقدرت الأرباح المنتظرة بنسبة ٢٥٪ من مجموع الثمن والمصاريف، كما يحسب قسط التأمين بواقع ١٠٪ احسب المبلغ المؤمن عليه مقرباً إلى أقرب ١٠٠٠ فرنك وما هو قسط التأمين (ثمن التأمين) ؟

٩- تم استيراد ١٠٠٠ صندوق متساوية الأبعاد بها قطع غيار للسيارات من جمهورية ألمانيا حيث كانت مقاسات كل صندوق منها ٤/٨ ، ٤/١٠ ، ٦ قدماً، فإذا كانت أجره شحن الطن الحجمى ١٠,٥ مارك بالإضافة إلى

١٢٪ عمولة ربان وكان سعر الكمبيو القاهرة / بون ٢٢٠ قرشاً . أوجد أجرة الشحن بالعملة المصرية.

١٠- تم استيراد صفقة من الشاى الهندى بمعرفة شركة النيل للسلع الاستهلاكية داخل ٤٠٠ صندوق حجم الواحد منها ٦، ٤/٩ ، ٣/٦ تسليم ميناء السويس، فإذا كان كل صندوق يحتوى على ١٠٠٠ عبوه وزن كل منها $\frac{١}{٤}$ باوند بسعر ٢٠ روبيه للباوند شحنت بسعر ٤٢ روبيه للطن الحجمى مضافاً إليها ١٥٪ عموله للربان وتم التأثير على الصفقه بمعدل ١٠٪ بعد اضافة ٢٠٪ مقابل الأرباح المنتظره بالإضافة إلى الضرائب والرسوم الجمركية التى تصل إلى ٢٠٪ من تكلفة البضاعة الإجمالية، فإذا كان سعر الكمبيو القاهرة / نيودلهى ١٥,٢١٣ (شراء) ، ١٥,٢٧٦ (بيع) وعموله ٤٠٪ .

المطلوب حساب سعر تكلفة الكيلو جرام من الشاى بالعملة المصرية علماً بأن الباوند = ٠,٤٥٤ كيلو جرام.

الباب السادس

حسابات التوفير

انتشرت حسابات التوفير التى تنشئها البنوك التجارية وهيئات البريد لتلبى حاجات الأفراد فى الحصول على عائد من المبالغ التى يمكن لهم أدخارها من دخلهم الدورى أو أى مصادر أخرى لهم.

ولا شك أن هذا النوع من الأوعية الأدخارية يساعد بشكل فعال على تجميع المبالغ الصغيرة التى تزيد عن الحاجات الإستهلاكية للأفراد بشكل يمكن من إستغلالها فى مجالات إستثمار مناسبة تزيد من دخل الأفراد بصفة خاصة وتعمل على التنمية الإقتصادية للمجتمع بصفة عامة.

وفى ظل حسابات التوفير يودع الفرد صاحب الحساب أى مبلغ يشاء لدى البنك ويسحب من هذه الإيداعات ما يحتاجه فى أى وقت يشاء بشرط إلا تزيد قيمة المسحوبات عن قيمة الإيداعات وبمعنى آخر أن البنك لا يسمح بأن يكون رصيد صاحب الحساب مديناً بأى حال من الأحوال.

ونظراً لسماح البنك لصاحب الحساب بسحب المبالغ التى يحتاجها فى أى وقت يريده. فأن معدل الفائدة الذى يحسب على أساسه العائد يكون منخفضاً عادة مقارنة بمثيله فى حسابات الإيداع لأجل.

ويخصص البنك حساب توفير مستقل لكل مدخر يقفل كل فترة زمنية معينة وعلى سبيل المثال مرة كل سنة أو مرة كل ستة شهور.

وتوجد عدة طرق تحسب بها الفوائد تختلف من بنـك إلـى آخـر يمكـن تحديدها فيما يلى:-

الطريقة الأولى:-

حساب الفائدة على أقل رصيد كل شهر.

الطريقة الثانية:-

حساب الفائدة على الرصيد أول كل شهر على أن تستحق الفـائدة مـن أول الشهر التالى لتاريخ الإيداع وتحسب من أول الشهر الذى يتم فيه السحب.

الطريقة الثالثة:-

حساب الفوائد من تاريخ قيدها، وقد يشترط البنك فى هذه الطريقة أن تحسب الفوائد من تـاريخ قيدهـا بالنسبة للمبـالغ المسـحوبة ومـن اليـوم التـالى لتاريخ قيدها باالنسبة للمبالغ المودعة.

وفى جميع الطرق السابقة يمكن أن تكون الفائدة صحيحـة كمـا يمكـن أن تكون تجارية، كما يمكن إستخدام طريقة النمر فى حساب الفوائد فى جميع الطرق المذكورة (النمر = المبلغ مضروباً فى المدة).

والأمثلة الآتية توضح ما تقدم ذكره.

مثال (٦-١)

مطلوب تصوير حساب توفير السيد/ عبد العزيز فرج لدى بنك مصر فى ٣٠ يونيه ١٩٩٠ إذا علمت أن الفوائد تحسب بمعـدل ١٠,٥٪ سـنوياً وأن الفوائد تحسب على أساس أقل رصيد كل شهر وأن قيود دفـتر التوفـير خـلال الفترة السابقة لتاريخ الاقفال كالآتى:-

- فى أول يناير عام ١٩٩٠ كـان رصيـده السـابق ٦٠٠ جنيهـاً إسـتحقاق ٣١ ديسمبر ١٩٨٩.
- فى ١٥ يناير ١٩٩٠ أودع مبلغ ٢٠٠ جنيهاً.
- فى ٢١ يناير ١٩٩٠ أودع مبلغ ١٥٠ جنيهاً.
- فى ٢٥ فبراير ١٩٩٠ أودع مبلغ ٣٠٠ جنيهاً.
- فى ١٠ مارس ١٩٩٠ سحب مبلغ ١٠٠ جنيهاً.
- فى ٢٩ مارس ١٩٩٠ أودع مبلغ ٢٠٠ جنيهاً.
- فى ٢٠ أبريل ١٩٩٠ سحب مبلغ ٥٠٠ جنيهاً.
- فى ٣ مايو ١٩٩٠ أودع مبلغ ٢٥٠ جنيهاً.
- فى ٢ يونيو ١٩٩٠ أودع مبلغ ٣٠٠ جنيهاً.

الحل

حساب توفير السيد / عبد العزيز فرج

تاريخ القيد		البيان	حركة المبالغ		الأرصدة	الرصيد الذى تحسب على أساسه الفوائد (النمر)
			منه	له		
١٩٩٠						
يناير	١	رصيد قديم			٦٠٠	٦٠٠
	١٥	إيداع		٢٠٠	٨٠٠	
	٢١	إيداع		١٥٠	٩٥٠	
فبراير	١	رصيد سابق			٩٥٠	٩٥٠
	٢٥	إيداع		٣٠٠	١٢٥٠	
مارس	١	رصيد سابق			١٢٥٠	
	١٠	سحب	١٠٠		١١٥٠	١١٥٠
	٢٦	إيداع		٢٠٠	١٣٥٠	
إبريل	١	رصيد سابق			١٣٥٠	
	٢٠	سحب	٥٠٠		٨٥٠	٨٥٠
مايو	١	رصيد سابق			٨٥٠	٨٥٠
	٣	إيداع		٢٥٠	١١٠٠	
يونيه	١	رصيد سابق			١١٠٠	١١٠٠
	٢	إيداع		٣٠٠	١٤٠٠	
مجموع النمر						٥٥٠٠

$$\text{مجموع الفوائد} = \frac{\text{مجموع النمر}}{١٢} \times ع$$

$$\text{مجموع الفوائد} = \frac{٥٥٠٠}{١٢} \times \frac{١٠,٥}{١٠٠} = ٤٨,١٢٥ \text{ جنيهاً}$$

الرصيد فى نهاية شهر يونيه = ١٤٠٠ + ٤٨,١٢٥ = ١٤٤٨,١٢٥ جنيهاً.

مثال (٦-٢)

المطلوب تصوير حساب التوفير فى المثال السابق إذا كانت الفوائد تحسب على المبالغ المودعة من أول الشهر التالى للإيداع وعلى المبالغ المسحوبة من أول الشهر الذى تم فيه السحب.

الحل

يكون حساب التوفير فى هذه الحالة كالآتى:

حساب توفير السيد/ عبد العزيز فرج

تاريخ القيد	البيان	حركة المبالغ منه	حركة المبالغ له	الأرصدة	تاريخ الإستحقاق	الشهور	النمر منه	النمر له
١/١	رصيد قديم			٦٠٠	١/١	١		٦٠٠
١/١٥	إيداع		٢٠٠	٨٠٠	٢/١	-		-
١/٢١	إيداع		١٥٠	٩٥٠	٢/١	١		٩٥٠
٢/٢٥	إيداع		٣٠٠	١٢٥٠	٣/١	-		-
٣/١٠	سحب	١٠٠		١١٥٠	٣/١	١		١١٥٠
٣/٢٩	إيداع		٢٠٠	١٣٥٠	٤/١	-		-
٤/٢٠	سحب	٥٠٠		٨٥٠	٤/١	٢		١٧٠٠
٥/٣	إيداع		٢٥٠	١١٠٠	٦/١	١		١١٠٠
٦/٢	إيداع		٣٠٠	١٤٠٠	٧/١	-		-
٦/٣٠	رصيد دائن						٥٥٠٠	
	المجموع						٥٥٠٠	٥٥٠٠

$$\text{مجموع الفوائد} = \frac{\text{رصيد النمر الدائن}}{١٢} \times \text{المعدل}$$

$$= \frac{٥٥٠٠}{١٢} \times \frac{١٠,٥}{١٠٠} = ٤٨,١٢٥ \text{ جنيهاً}$$

الرصيد فى نهاية شهر يونيه = ١٤٠٠ + ٤٨,١٢٥ = ١٤٤٨,١٢٥ جنيهاً.

مثال (٦-٣)

المطلوب تصوير حساب التوفير فى المثال السابق إذا كانت الفوائد تحسب على المبالغ من تاريخ قيدها سواء كانت مسحوبة أو مودعة.

الحل

يكون حساب التوفير فى هذه الحالة كالآتى:

حساب توفير السيد/ عبد العزيز فرج

تاريخ القيد	البيان	حركة المبالغ		الأرصدة	تاريخ الإستحقاق	الشهور	النمر
		منه	له				
١/١	رصيد قديم			٢٠٠	١٢/٣١	١٥	٩٠٠٠
١/١٥	إيداع		٢٠٠	٨٠٠	١/١٥	٦	٤٨٠٠
١/٢١	إيداع		١٥٠	٩٥٠	١/٢١	٣٥	٣٣٢٥٠
٢/٢٥	إيداع		٣٠٠	١٢٥٠	٢/٢٥	١٣	١٦٢٥٠
٣/١٠	سحب	١٠٠		١١٥٠	٣/١٠	١٩	٢١٨٥٠
٣/٢٩	إيداع		٢٠٠	١٣٥٠	٣/٢٩	٢٢	٢٩٧٠٠
٤/١٠	سحب	٥٠٠		٨٥٠	٤/٢٠	١٣	١١٠٥٠
٥/٣	إيداع		٢٥٠	١١٠٠	٥/٣	٣٠	٣٣٠٠٠
٦/٣	إيداع		٣٠٠	١٤٠٠	٦/٢	٢٨	٣٩٢٠٠
المجموع							١٩٨١٠٠

$$\text{مجموع الفوائد} = \frac{\text{مجموع النمر}}{٣٦٠} \times \text{ع}$$

$$\text{مجموع الفوائد} = \frac{١٩٨١٠٠}{٣٦٠} \times \frac{١٠,٥}{١٠٠} = ٥٧,٧٧٩ \text{ جنيهاً}$$

الرصيد والفوائد = ١٤٠٠ + ٥٧,٧٧٩ = ١٤٥٧,٧٧٩جنيهاً.

مثال (٦-٤)

المطلوب تصوير حساب التوفير فى المثال السابق إذا كانت الفوائد تحسب على المبالغ المسحوبة من تاريخ قيدها وعلى المبالغ المودعة من اليوم التالى لتاريخ قيدها.

الحل

يكون حساب التوفير فى هذه الحالة كالآتى:

حساب توفير السيد/ عبد العزيز فرج

تاريخ القيد	البيان	حركة المبالغ		الأرصدة	تاريخ الإستحقاق	الشهور	النمر
		منه	له				
١/١	رصيد قديم			٦٠٠	١٢/٣١	١٦	٩٦٠٠
١/١٥	إيداع		٢٠٠	٨٠٠	١/١٦	٦	٤٨٠٠
١/٢١	إيداع		١٥٠	٩٥٠	١/٢٢	٣٥	٣٣٢٥٠
٢/٢٥	إيداع		٣٠٠	١٢٥٠	٢/٢٦	١٢	١٥٠٠٠
٣/١٠	سحب	١٠٠		١١٥٠	٣/١٠	٢٠	٢٣٠٠٠
٣/٢٩	إيداع		٢٠٠	١٣٥٠	٣/٣٠	٢١	٢٨٣٥٠
٤/٢٠	سحب	٥٠٠		٨٥٠	٤/٢٠	١٤	١١٩٠٠
٥/٣	إيداع		٢٥٠	١١٠٠	٥/٤	٣٠	٣٣٠٠٠
٦/٢	إيداع		٣٠٠	١٤٠٠	٦/٣	٢٧	٣٧٨٠٠
المجموع							١٩٦٧٠٠

$$\text{مجموع الفوائد} = \frac{\text{مجموع النمر}}{٣٦٠} \times \text{ع}$$

$$\text{مجموع الفوائد} = \frac{١٩٦٧٠٠}{٣٦٠} \times \frac{١٠,٥}{١٠٠} = ٥٧,٣٧١ \text{ جنيهاً}$$

الرصيد والفوائد = ١٤٠٠ + ٥٧,٣٧١ = ١٤٥٧,٣٧١جنيهاً.

مثال (٦-٥)

المطلوب حل المثال السابق إذا كانت الفائدة صحيحة.

الحـل

$$\text{مجموع الفوائد} = \frac{\text{مجموع النمر}}{٣٦٥} \times \text{ع}$$

$$\text{مجموع الفوائد} = \frac{١٩٦٧٠٠}{٣٦٥} \times \frac{١٠,٥}{١٠٠} = ٥٦,٥٨٥ \text{ جنيهاً}$$

الرصيد والفوائد = ١٤٠٠ + ٥٦,٥٨٥ = ١٤٥٦,٥٨٥جنيهاً.

مثال (٦-٦)

يفتح بنك القاهرة حسابات التوفير لديه بالشروط الآتية:-

- تحسب الفوائد بمعدل ٩٪ سنوياً.
- تحسب الفوائد على أقل رصيد كل شهر.
- **تقفل الحسابات مرتين كل سنة الأولى فى ٣٠ يونيه والثانية فى ٣١ ديسمبر.**

والمطلوب: تصوير حساب توفير جلال السويفى لدى البنك إذا كانت قيود دفتر توفيره خلال النصف الأول من عام ١٩٨٨ كما يلى:-

- فى أول يناير ١٩٨٨ كان رصيده السابق ٩٠٠ جنيهاً استحقاق ٣١ ديسمبر ١٩٨٧.
- فى ٢٠ يناير ١٩٨٨ سحب كامل ما لديه من رصيد لدى البنك.

- فى ١ فبراير ١٩٨٨ أودع مبلغ ٦٠٠ جنيهاً.
- فى ٥ أبريل ١٩٨٨ أودع مبلغ ١٥٠٠ جنيهاً.
- فى ٢١ أبريل ١٩٨٨ سحب مبلغ ٨٠٠ جنيهاً.
- فى ٢٩ أبريل ١٩٨٨ أودع مبلغ ٥٠٠ جنيهاً.
- فى ٥ مايو ١٩٨٨ أودع مبلغ ٧٠٠ جنيهاً.
- فى ١٢ يونيه ١٩٨٨ أودع مبلغ ٤٠٠ جنيها.

الحـل

حساب توفير السيد/ جلال السويفى

تاريخ	البيان	حركة المبالغ		الأرصدة	الرصيد الذى تحسب على أساسه الفوائد (النمر)
		منه	له		
١٩٨٨					
يناير ١	رصيد قديم			٩٠٠	
٢٠	سحب	١٠٠		–	–
فبراير ١	رصيد سابق			–	–
١	ايداع		١٢٠٠	١٢٠٠	
مارس ١	رصيد سابق			١٢٠٠	١٢٠٠
ابريل ١	رصيد سابق			١٢٠٠	١٢٠٠
٥	ايداع		١٥٠٠	٢٧٠٠	
٢٢	سحب	٨٠٠		١٩٠٠	
٢٩	ايداع		٥٠٠	٢٤٠٠	
مايو ١	رصيد سابق			٢٤٠٠	٢٤٠٠
٥	ايداع		٧٠٠	٣١٠٠	
يونيو ١	رصيد سابق			٣١٠٠	٣١٠٠
١٢	ايداع		٤٠٠	٣٥٠٠	
مجموع النمر					٧٩٠٠

$$\text{مجموع الفوائد} = \frac{\text{مجموع النمر}}{١٢} \times ع$$

$$\text{مجموع الفوائد} = \frac{٧٩٠٠}{١٢} \times \frac{٩}{١٠٠} = ٥٩,٢٥ \text{ جنيهاً}$$

الرصيد فى نهاية شهر يونيه=٣٥٠٠ + ٥٩,٢٥ = ٣٥٥٩,٢٥جنيهاً.

مثال (٦-٧)

فى المثال السابق افترض أن البنك كـان يحسـب الفوائـد علـى المبـالغ المودعة اعتبارا من أول الشهر التالى لشهر الأيداع وعلى المبـالغ المسـحوبة اعتباراً من أول شهر السحب.

الحــل

يكون حساب التوفير كما يلى:-

حساب توفير السيد/ جلال السويفى

تاريخ القيد	البيان	حركة المبالغ		الأرصدة	تاريخ الإستحقاق	الشهور	النمر	
		منه	له					
١٩٨٨					١٩٨٨			
١/١	رصيد قديم			٩٠٠	١/١	–	–	–
١/٢٠	سحب	٩٠٠		–	١/١	٢	–	–
٢/١	إيداع		١٢٠٠	١٢٠٠	٣/١	٢		٢٤٠٠
٤/٥	إيداع		١٥٠٠	٢٧٠٠	٥/١	(-)١	٢٧٠٠	
٤/٢٢	سحب	٨٠٠		١٩٠٠	٤/١	١		١٩٠٠
٤/٢٩	إيداع		٥٠٠	٢٤٠٠	٥/١	١		٢٤٠٠
٥/٥	إيداع		٧٠٠	٣١٠٠	٦/١	١		٣١٠٠
٦/١٢	إيداع		٤٠٠	٣٥٠٠	٧/١	–		–
	رصيد النمر						٧١٠٠	
							٩٨٠٠	٩٨٠٠

$$\text{مجموع الفوائد} = \frac{\text{رصيد النمر}}{١٢} \times \text{ع}$$

$$\text{مجموع الفوائد} = \frac{٧١٠٠}{١٢} \times \frac{٩}{١٠٠} = ٥٣,٢٥٠ \text{ جنيهاً}$$

الرصيد فى نهاية شهر يونيه=٣٥٠٠ +٥٣,٢٥٠= ٣٥٥٣,٢٥٠جنيهاً.

مثال (٦-٨)

فى المثال السابق افترض أن البنك كـان يحسـب الفوائـد علـى المبـالغ المودعة والمسحوبة اعتبارا من تاريخ قيدها.

الحـل

يكون حساب التوفير كما يلى:-

حساب توفير السيد/ جلال السويفى

تاريخ القيد	البيان	حركة المبالغ		الأرصدة	تاريخ الإستحقاق	الأيام	النمر
		منه	له				
١٩٨٨							
١/١	رصيد قديم			٩٠٠	٨٧/١٢/٣١	٢٠	١٨٠٠٠
١/٢٠	سحب	٩٠٠		-	٨٨/١/٢٠	١٢	-
٢/١	إيداع		١٢٠٠	١٢٠٠	٢/١	٦٤	٧٦٨٠٠
٤/٥	إيداع		١٥٠٠	٢٧٠٠	٤/٥	١٧	٤٥٩٠٠
٤/٢٢	سحب	٨٠٠		١٩٠٠	٤/٢٢	٧	١٣٣٠٠
٤/٢٩	إيداع		٥٠٠	٢٤٠٠	٤/٢٩	٦	١٤٤٠٠
٥/٥	إيداع		٧٠٠	٣١٠٠	٥/٥	٣٨	١١٧٨٠٠
٦/١٢	إيداع		٤٠٠	٣٥٠٠	٦/١٢	١٨	٦٣٠٠٠
مجموع النمر							٣٤٩٢٠٠

$$\text{مجموع الفوائد} = \frac{\text{مجموع النمر}}{\text{٣٦٠}} \times \text{ع}$$

$$\text{مجموع الفوائد} = \frac{\text{٣٤٩٢٠٠}}{\text{٣٦٠}} \times \frac{\text{٩}}{\text{١٠٠}} = \text{٨٧,٣٠٠ جنيهاً}$$

الرصيد والفوائد ٣٠/٦/١٩٨٨ = ٣٥٠٠ + ٨٧,٣٠٠

= ٣٥٨٧,٣٠٠ جنيهاً.

مثال (٦-٩)

فى المثال السابق افترض أن البنك كـان يحسـب الفوائـد علـى المبـالغ المودعه اعتباراً من اليوم التالى للايداع وعلى المبالغ المسـحوبة اعتبـاراً مـن نفس يوم السحب.

الحـل

يكون حساب التوفير كالاتى:-

حساب توفير السيد/ جلال السويفى

تاريخ القيد	البيان	حركة المبالغ		الأرصدة	تاريخ الإستحقاق	الأيام	النمر
		منه	له				
١٩٨٨							
١/١	رصيد قديم			٩٠٠	٨٧/١٢/٣١	٢٠	١٨٠٠٠
١/٢٠	سحب	٩٠٠		-	٨٨/١/٢٠	١٣	-
٢/١	إيداع		١٢٠٠	١٢٠٠	٢/٢	٦٤	٧٦٨٠٠
٤/٥	إيداع		١٥٠٠	٢٧٠٠	٤/٦	١٦	٤٣٢٠٠
٤/٢٢	سحب	٨٠٠		١٩٠٠	٤/٢٢	٨	١٥٢٠٠
٤/٢٩	إيداع		٥٠٠	٢٤٠٠	٤/٣٠	٦	١٤٤٠٠
٥/٥	إيداع		٧٠٠	٣١٠٠	٥/٦	٣٨	١١٧٨٠٠
٦/١٢	إيداع		٤٠٠	٣٥٠٠	٦/١٣	١٧	٥٩٥٠٠
مجموع النمر							٣٤٤٩٠٠

$$\text{مجموع الفوائد} = \frac{\text{مجموع النمر}}{٣٦٠} \times \text{ع}$$

$$\text{مجموع الفوائد} = \frac{٣٤٤٩٠٠}{٣٦٠} \times \frac{٩}{١٠٠} = ٨٦,٢٢٥ \text{ جنيهاً}$$

إجمالى الرصيد والفوائد ١٩٨٨/٦/٣٠ = ٣٥٠٠ + ٨٦,٢٢٥

= ٣٥٨٦,٢٢٥ جنيهاً.

مثال (٦-١٠)

فى المثال السابق إذا فرض أن البنك كان يحسب فوائد صحيحة.

يكون حساب التوفير كما هو وارد تماما فى حل المثال السابق فيما عدا طريقة حساب الفوائد حيث تكون:-

$$\text{مجموع الفوائد} = \frac{\text{مجموع النمر}}{٣٦٦} \times \text{ع}$$

$$\text{مجموع الفوائد} = \frac{٣٤٤٩٠٠}{٣٦٦} \times \frac{٩}{١٠٠} = ٨٤,٨١٢ \text{ جنيهاً}$$

إجمالى الرصيد والفوائد ١٩٨٨/٦/٣٠ = ٣٥٠٠ + ٨٤,٨١٢

= ٣٥٨٤,٨١٢ جنيهاً.

ملحوظة:

بالمقارنة بين النتائج فى الأمثلة من رقم (٦) إلى رقم (١٠) يتبين ما يلى:

١- أن طريقة حساب الفوائد باعتبار أن تاريخ القيد بالنسبة للمبالغ المحسوبة والمبالغ المودعة كما يوضحها المثال رقم (٨) هى أصلح الطرق بالنسبة للعميل حيث تحقق له أكبر فائدة.

٢- تقل الفوائد فى المثال رقم (٩) عن مثيلها فى المثال رقم (٨) حيث تقل المدد التى تحسب عنها الفوائد الدائنة لصالح العميل نظراً لأن الفوائد فى هذه الحالة تحسب اعتباراً من اليوم التالى لتاريخ القيد.

٣- تحقق طريقة حساب الفوائد اعتباراً من أول الشهر التالى لتاريخ الأيداع بالنسبة للمبالغ المودعة واعتباراً من أول الشهر الذى تم خلاله السحب بالنسبة للمبالغ المسحوبة أقل فائدة يحصل عليها العميل بالمقارنه بالطرق الأخرى.

تمارين على الباب السادس

١- يفتح بنك قناة السويس حسابات التوفير لديه بالشروط الآتية:-

- تحسب الفوائد على الأرصدة اعتباراً من أول شهر السحب بالنسبة للمبالغ المسحوبة واعتباراً من أول شهر الأيداع بالنسبة للمبالغ المودعة.
- تحسب الفوائد بمعدل فائدة ٩٪ سنوياً.
- يقفل الحسابات لديه مرتين خلال العام الأولى فى ٦/٣٠ والثانية فى ١٢/٣١.

والمطلوب:

اقفال حساب أحمد الناغى لدى البنك إذا كانت العمليات التى تمت خلال الفترة السابقة على تاريخ الاقفال المحدد من قبل البنك كانت كالآتى:-

- الرصيد القديم مبلغ ٦٢٠ جنيهاً.
- إيداع مبلغ قدره ٢٤٠ جنيهاً بتاريخ ١٩٩٨/١/٢.
- سحب مبلغ قدره ٥٠٠ جنيهاً بتاريخ ١٩٩٨/١/٢٥.
- إيداع مبلغ قدره ٣٥٠ جنيهاً بتاريخ ١٩٩٨/٢/١٠.
- سحب مبلغ قدره ٤٠٠ جنيهاً بتاريخ ١٩٩٨/٤/١٨.
- إيداع مبلغ قدره ٦٠٠ جنيهاً بتاريخ ١٩٩٨/٥/٣.
- سحب مبلغ قدره ٢٥٠ جنيهاً بتاريخ ١٩٩٨/٥/٢٠.

٢- المطلوب اقفال الحساب فى التمرين رقم (١) إذا كانت الفوائد تحسب على أقل رصيد كل شهر.

٣- فى المثال رقم (١) المطلوب اقفال الحساب إذا كانت الفوائد تحسب على المبالغ المسحوبة والمودعة اعتباراً من يوم قيدها.

٤- فى المثال رقم (٣) اقفل الحساب إذا كانت الفوائد تحسب على المبالغ المسحوبة اعتباراً من يوم السحب والمبالغ المودعة من اليوم التالى للايداع.

٥- فى المثال رقم (٤) ما هى الفوائد والرصيد إذا كانت الفائدة صحيحة.

٦- احسب الفوائد فى التمرين رقم (٤) ، (٥) إذا كانت العمليات قد تمت خلال عام ١٩٩٧ بدلا من عام ١٩٩٨.

الباب السابع

الحسابات الجارية ذات العائد

تهتم البنوك والمؤسسات المالية بصفة عامة بفتح الحسابات الجارية لعملائها بهدف تسهيل المعاملات المالية والتجارية التى تتم بينهم وبين البنك أو المؤسسة المالية أو بينهم وبين البنوك والمؤسسات المالية الأخرى أو بينهم وبين أى أطراف أخرى مثل علميات البيع والشراء سواء بالأجل أو بالنقد.

لذلك فإن الايداع والسحب فى اطار الحسابات الجارية يمكن أن يكون فى صورة نقدية أو شيكات أو أوراق تجارية من كمبيالات وسندات أذنية وهذا ما يميز الحسابات الجارية على حسابات التوفير الذى يتم التعامل فى اطارها فى صورة نقدية فى الغالب.

ولذلك فإن البنك يقوم من جانبه بخصم الأوراق التجارية للعميل وايداع مبالغها مباشرة فى حسابه الجارى لدى البنك كما يقوم البنك بسداد ما يتسحق من مبالغ على العميل لصالح أطراف أخرى ويخصمها من حسابه الجارى لديه، بالاضافه إلى قيامه بتحصيل المبالغ المستحقة للعميل على من يتعامل معهم وايداعها فى حسابه الجارى.

ونتيجة لما سبق فإن المبالغ المودعة والمسحوبة قد تكون مستحقه فى تاريخ ايداعها أو سحبها أو فى أى تاريخ آخر.

ويسمح النبك لعملائه أصحاب الحسابات الجارية بسحب مبالغ أكبر من قيمة الرصيد الدائن للعميل كما يظهر فى حسابه الجارى، ويعطى البنك هذه الميزة لرجال الأعمال وذوى السمعة الطيبة بقصد تسهيل عمليات تمويلهم

لمشروعاتهم التجارية أو الخاصة وهو ما يطلق عليه السحب على المكشوف ويضع البنك حدا أقصى للمبالغ التى يسمح للعميل بسحبها على المكشوف بحيث لا يمكن له أن يتعداه إلا بموافقة مسبقة من إدارة البنك.

وتحسب فوائد دائنه للعميل على المبالغ المودعة كما تحسب فوائد مدينة على العميل على المبالغ المسحوبة، وقد يكون معدل الفائدة ثابت فى الحالتين، كما أنه قد يحدد معدل فائدة للمبالغ المسحوبة يختلف عن المعدل الذى تحسب على أساسه الفوائد عن المبالغ المودعة، وقد يحدث أن يزيد أو ينقص معدل الفائدة عن المبالغ المحددة، لفتح الحساب الجارى، وقد يتطلب الأمر زيادة معدلات الفائدة خلال أشهر معينة من السنة يكون الطلب فيها مرتفعا على رأس المال، مثلما يحدث فى حالات تمويل المحاصيل الزراعية فى موسم معين، وقد يقرر البنك عدم حساب فائدة على الأرصدة الدائنة التى تظهر فى الحساب الجارى إذا كانت أقل من حد معين أو يحسب عليها فوائد بمعدل أقل من المعدل الذى تحسب على أساسه الفوائد بالنسبة للارصدة التى تزيد عن هذا الحد.

ويترتب على تغير المعدل خلال فترة اقفال الحساب الجارى أن يتم اقفال الحساب بصفة مؤقته فى نهاية الفترة التى يتغير بعدها المعدل، وتحسب مجموع النمر فى هذا التاريخ لحساب الفوائد ثم تضاف فى الحساب الجارى فى عمود المبالغ دون ترصيدها فى عمود الأرصدة، على أن يكون معلوما أن تضاف هذه الفوائد إلى الرصيد والفوائد التى تستحق عن المدة التى استخدم خلالها المعدل الجديد فى تاريخ الاقفال.

والامثلة الآتية توضح طريقة العمل فى الحسابات الجارية بالنسبة للحالات المختلفة كما سبق ذكرها.

مثال (٧-١)

المطلوب اقفال الحساب الجارى للسيد/ عاطف السكرى فى بنك الاسكندرية والكويت الدولى فى ٣١ ديسمبر ١٩٩٧ إذا كان معدل الفائدة المستخدم ٩٪ سنوياً على الجانبين - الدائن والمدين - وأن البنك يحسب الفوائد على المبالغ المدينة والدائنه اعتباراً من يوم قيدها علما بان حركة الحساب الجارى خلال الستة أشهر السابقة على تاريخ الاقفال كانت كالآتى:

- فى أول يوليه ١٩٩٧ كان رصيده السابق مبلغ ٦٠٠ جنيهاً.
- فى ١٠ يوليه ١٩٩٧ قام بايداع مبلغ ١٢٠٠ جنيهاً.
- فى ٢٥ أغسطس ١٩٩٧ قام بسحب مبلغ ٢٠٠ جنيهاً.
- فى ١٢ سبتمبر ١٩٩٧ قام بسحب مبلغ ٣٠٠ جنيها.
- فى ١٥ نوفمبر ١٩٩٧ قام بايداع مبلغ ٣٠٠٠ جنيهاً.
- فى ٢٠ ديسمبر ١٩٩٧ قام بسحب مبلغ ٤٠٠ جنيهاً.
- فى ٣١ ديسمبر ١٩٩٧ قيد على حساب العميل مبلغ ٢ جنيه (جنيهان) مصروفات.

بنك الاسكندرية والكويت الدولي **كشف حساب جارى السيد / عاطف السكرى**

تاريخ الأقفال: ٣١ ديسمبر ١٩٩٧ المعدل ٩٪ على الجانبين

تاريخ القيد	البيان	حركة المبالغ				حركة الأرصدة				تاريخ الإقفال	الأيام	النمر	
		منه		له		منه		له				منه	له
		مليم	جنيه	مليم	جنيه	مليم	جنيه	مليم	جنيه				
أول يوليه	رصيد قديم				٦٠٠				٦٠٠	٣٠ يونيه	١٠		٦٠٠٠
١٠ يوليه	أيداع				١٢٠٠				١٨٠٠	١٠ يوليه	٤٦		٨٢٨٠٠
٢٥أغسطس	سحب		٢٠٠						١٦٠٠	٢٥أغسطس	١٨		٢٨٨٠٠
١٢سبتمبر	سحب		٣٠٠						١٣٠٠	١٢سبتمبر	٦٤		٨٣٢٠٠
١٥نوفمبر	ايداع				٣٠٠٠				٤٣٠٠	١٥نوفمبر	٣٥		١٥٠٥٠٠
٢٠ديسمبر	سحب		٤٠٠						٣٩٠٠	٢٠ديسمبر	١١		٤٢٩٠٠
٣١ديسمبر	مصاريف		٢						٣٨٩٨	٣١ديسمبر	صفر		....
٣١ديسمبر	مجموع النمر وفوائدها			٥٥٠	٩٨			٥٥٠	٣٩٩٦	٣١ديسمبر	صفر		٣٩٤٢٠٠
أول يناير ٩٨	رصيد جديد							٥٥٠	٣٩٩٦	١ يناير ٩٨			

$$\text{مجموع الفوائد} = \frac{\text{مجموع النمر}}{٣٦٠} \times \text{ع}$$

$$\text{مجموع الفوائد} = \frac{٣٩٤٢٠٠}{٣٦٠} \times \frac{٩}{١٠٠} = ٩٨,٥٥٠ \text{ جنيهاً}$$

مثال (٧-٣)

المطلوب اقفال الحساب الجارى للسيد/ كامل حسن فى بنـك المهنـدس فى فـرع الزقازيق ١٩٩٧ /٦/٣٠ إذا كـان معـدل الفـائدة ٨٪ للجـانبين، وأن البنك يحسب الفوائد علـى المبـالغ المودعـه اعتبـاراً مـن اليـوم التـالى للايـداع وعلى المبالغ المسحوبة اعتبارا من نفس يوم السحب.

ويخصم البنك الكمبيالات بمعدل خصم غ = ٠,٠٨ علمـا بـأن حركـة الحساب الجارى خلال الستة شهور السابقة على تاريخ الاقفال كانت كالاتى:

- فى أول يناير ١٩٩٧ كان رصيد العميل السابق دائن بمبلغ ١٢٠٠جنيها.
- فى ٢٥ فبراير ١٩٩٧ سحب مبلغ ٥٠٠ جنيهاً.
- فى ٥ ابريل ١٩٩٧ أودع مبلغ ٢٠٠٠ جنيها.
- فى ١٨ أبريل ١٩٩٧ شيك للتحصيل بمبلغ ٣٠٠٠ جنيهاً.
- فى ١٠ مايو ١٩٩٧ كمبياله للدفع بمبلـغ ١٥٠٠ جنيهـاً استحقاق ٢٥يونيـه ١٩٩٧.
- فـى ٢٨ يونيـه ١٩٩٧ كمبيالـه للتحصيـل بمبلـغ ٢٥٠٠ جنيهـاً اسـتحقاق ٦ سبتمبر ١٩٩٧.

الحـل

يلاحظ فى المثال السابق وجود كمبيالتين الأولى مستحقه على العميـل بمبلغ ١٥٠٠ جنيه وتستحق خلال نفـس فـترة الاقفـال، وهـذه لا تمثـل مشـكلة عند قيدها فى الحســاب، أمـا الكمبيالـة الثانيـة وهـى بمبلـغ ٢٥٠٠ جنيـه فهـى مرسله للبنك للتحصيل وقيدها لصالح العميل.

ولما كان تاريخ استحقاقها لاحق لتاريخ الاقفال فان معالجتها يمكن أن تتم باحدى اسلوبين.

الأول: عدم قيدها فى الحساب خلال فترة الاقفال المذكورة فى المثال والانتظار لحين حلول تاريخ استحقاقها ثم تقيد خلال فترة الاقفال التالية.

الثانى: الاتفاق بين الطرفين على خصم الكمبيالة فى تاريخ قيدها فى الحساب، وعندئذ تقيد خلال فترة الاقفال المذكورة فى التمرين بقيمتها بعد الخصم ويصبح تاريخ الإستحقاق هو تاريخ القيد وهو تاريخ الخصم فى نفس الوقت.

ولسهولة العمل يفضل حساب القيمة الحالية للكمبيالتين فى تاريخ قيدهما بنفس معدل الفائدة المستخدم فى التمرين فتصبح قيمة كل ورقة كالآتى:

أى ع = غ = ٠,٠٨

صافى الكمبيالتين

لحساب القيمة الحالية للكمبيالة الأولى فى ١٠ مايو ١٩٩٧ عدد أيام الكمبيالة الأولى.

= ٢١ (مايو) + ٢٥ (يونيه) = ٤٦ يوماً.

القيمة الحالية لكمبيالة الأولى

$$= ١٥٠٠ \left(١ - \frac{٤٦}{٣٦٠} \times \frac{٨}{١٠٠}\right) = ١٤٨٤,٦٦٧ \text{ جنيها.}$$

لحساب القيمة الحالية للكمبيالة الثانية فى ٢٨ يونيه ١٩٩٧

عدد أيام الكمبيالة الثانية

=٢(يونيه) + ٣١ (يوليه) + ٣١ (اغسطس) + ٦ (سبتمبر)= ٧٠يوماً

القمية الحالية للكمبيالة الثانية

$$= ٢٥٠٠ \left(١- \frac{٧٠}{٣٦٠} \times \frac{٨}{١٠٠}\right) = ٢٤٦١,١١١$$ جنيها.

وتقيد القيمتان فـى حركـة المبـالغ حسـب طبيعتهـا إذا كـانت مدينـة أو دائنة.

$$\text{مجموع الفوائد} = \frac{\text{مجموع النمر}}{٣٦٠} \times \text{ع}$$

$$\text{مجموع الفوائد} = \frac{٤٧٢٩٠٤}{٣٦٠} \times ٠,٠٨ = ١٠٥,٠٩٠$$ جنبه

حيث يكون كشف الحساب الجارى كالآتى:

بنك المهندس فرع الزقازيق

تاريخ اقفال الحساب ٣٠ يونية ١٩٩٧

كشف الحساب الجارى للسيد / كامل حسن

معدل الفائدة ٨٪ سنويا

صافى الكمبيالتين

١٤٨٤,٦٦٧ جنيها (مدينة)

٢٤٦١,١١١ جنيها (دائنا)

تاريخ القيد	البيان	حركة المبالغ - منه - مليم	حركة المبالغ - منه - جنيه	حركة المبالغ - له - مليم	حركة المبالغ - له - جنيه	حركة الأرصدة - منه - مليم	حركة الأرصدة - منه - جنيه	حركة الأرصدة - له - مليم	حركة الأرصدة - له - جنيه	تاريخ الاستحقاق	الأيام	النمر - منه	النمر - له
أول يناير	رصيد قديم				١٢٠٠				١٢٠٠	٣١ ديسمبر ٩٧	٥٦		٦٧٢٠٠
٢٥ فبراير	سحب		٥٠٠						٧٠٠	٢٥ فبراير	٤٠		٢٨٠٠٠
٥ أبريل	ايداع				٢٠٠٠				٢٧٠٠	٦ أبريل	١٢		٣٢٤٠٠
١٨ أبريل	شيك للتحصيل				٣٠٠٠				٥٧٠٠	١٨ أبريل	٢٢		١٢٥٤٠٠
١٠ مايو	صافى كمبيالة مخصومة للدفع	٦٦٧	١٤٨٤					٣٣٣	٤٢١٥	١٠ مايو	٤٩		٢٠٦٥٥١
٢٨ يونية	صافى كمبيالة مخصومة للتحصيل			١١١	٢٤٦١			٤٤٤	٦٦٧٦	٢٨ يونية	٢		١٣٣٥٣
٣٠ يونية	مجموع النمر وفوقدها			٠٩٠	١٠٥			٥٣٤	٦٧٨١				٤٧٢٩٠٤
أول يولية	رصيد جديد							٥٣٤	٦٧٨١				

مثال (٧-٣)

المطلوب اقفال الحساب الجارى للسيد / السيد البدوى لدى بنك مصر فرع الزقازيق فى ٣١ ديسمبر ١٩٩٧ إذا علمت ما يلى:

- أن البنك يحسب الفوائد على الجانبين بمعدل ٧٪ سنويا.
- أن البنك يحسب الفوائد على المبالغ الدائنة اعتبارا من اليوم التالى للإيداع وعلى المبالغ المسحوبة اعتباراً من نفس يوم السحب.
- أن البنك لا يحسب فوائد على رصيد دائن أقل من ٥٠٠ جنيها.
- أن البنك يسمح للعميل بالسحب على المكشوف بحيث لا يزيد الرصيد المدين عن ٥٠٠٠ جنيها.
- أن البنك يستخدم معدل خصم غ = ٠,٠٧
- أن قيود عمليات الحساب كانت خلال الستة شهور السابقة على تاريخ الاقفال كالآتى:

* كان رصيد العميل المدين المرحل من الفترة السابقة ٢٠٠٠ جنيها استحقاق ٣٠ يونية ١٩٩٧.
* أودع العميل مبلغ ٢٠٠٠ جنيها فى ١٥ يوليه ١٩٩٧.
* سحب العميل مبلغ ٤٠٠٠ جنيها فى ٢٠ أغسطس ١٩٩٧.
* أرسل العميل للبنك كمبيالة للتحصيل بتاريخ ٥ سبتمبر ١٩٩٧ تستحق الدفع فى ٢٠ يناير ١٩٩٨ قيمتها ٤٤٠٠ جنيها.
* أودع العميل شيك بمبلغ ١٥٠٠ جنيها فى ١٠ أكتوبر ١٩٩٧.
* سحب العميل مبلغ ١٣٠٠ جنيها فى ٢٥ أكتوبر ١٩٩٧.
* أرسل العميل كمبيالة للدفع بتاريخ ٢٨ أكتوبر ١٩٩٧ تستحق فى ١٢ ديسمبر سحب مبلغ ١٢٠٠٠ جنيها.

القيمة الحالية للكمبياله المرسلة للتحصيل

= القيمة الاسمية للكمبيالة × (١- غ ن)

وحتى يمكن التعويض عن قيمة ن يتعين حساب مدة الكمبيالـة بالأيـام في تاريخ القيد وحتى تاريخ الاستحقاق كالآتى:

عدد الأيام = ٢٥ (سبتمبر) + ٣١ (أكتوبر) + ٣٠ (نوفمبر)

+ ٣١ (ديسمبر) + ٢٠ (يناير ١٩٩٨) = ١٣٧ يوما

القيمة الحالية للكمبيالة

$$= ٤٤٠٠ \times (١ - \frac{١٣٧}{٣٦٠} - \frac{٧}{١٠٠})$$

= ٤٢٨٢,٧٤٩ جنيها

عدد أيام الكمبيالة المرسلة للدفع

= ٣(أكتوبر) + ٣٠(نوفمبر) + ٣١(ديسمبر) + ٣١(يناير ١٩٩٨)

+ ٢٥ (فبراير) = ١٢٠ يوما

القيمة الحالية للكمبيالة

$$= ٣٥٠٠ \times (١ - \frac{١٢٠}{٣٦٠} - \frac{٧}{١٠٠})$$

= ٣٤١٨,٣٣٣ جنيها

مجموع الفوائد المدينة = $\frac{\text{رصيد النمر المدينة}}{٣٦٠}$ × ع

مجموع الفوائد المدينة = $\frac{٢٧٩٨١٢}{٣٦٠} \times \frac{٧}{١٠٠}$

= ٥٤,٤٠٨ جنيها

بنك مصر الزقازيق

تاريخ اقفال الحساب ٣١ ديسمبر ١٩٩٧

كشف حساب السيد / السيد البدوى

معدل الفائدة ٧٪ للجانبين

لا تحسب فوائد على رصيد دائن أقل من ٥٠٠ جنيه

تاريخ القيد	البيان	حركة المبالغ				حركة الأرصدة				تاريخ الاستحقاق	الأيام	النمر	
		منه		له		منه		له				منه	له
		مليم	جنيه	مليم	جنيه	مليم	جنيه	مليم	جنيه				
أول يوليه	رصيد قائم		٢٠٠٠				٢٠٠٠			٣٠يولية ٩٠	١٦	٣٢٠٠٠	
١٥يوليه	ايداع نقدى				٢٠٠٠					١٦ يولية	٣٥		
٣٠أغسطس	سحب نقدى		٤٠٠٠				٤٠٠٠			٢٠ أغسطس	١٦	٦٤٠٠٠	
٥ سبتمبر	صافى قيمة كمبيالة مخصومة للتحصيل			٧٨٩	٤٢٨٢			٧٨٩	٢٨٢	٥ سبتمبر			
١٠ أكتوبر	شيك الايداع				١٥٠٠			٧٨٩	١٧٨٣	١٠ أكتوبر	١٥		٣٦٧٤٢
٢٥ أكتوبر	سحب نقدى		١٣٠٠					٧٨٩	٤٨٣	٢٥ أكتوبر	٣		
٢٨ أكتوبر	صافى الكمبيالة مخصومة للدفع	٣٣٣	٣٤١٨			٥٤٤				٢٨ أكتوبر	٤٥	١٣٢٠٩٩	
٢ ديسمبر	سحب نقدى		١٢٠٠			٩٧٥	٢٩٣٥			١٢ ديسمبر	١٩	٧٨٥٧٥	
٣١ ديسمبر	رصيد النمر وفوائده	٤٣١	٥٤			٥٤٤	٤١٣٥						٣٧٩٩٣٢
٣١ ديسمبر	مجموع النمر											٣٠٦٦٧٤	٣٠٦٦٧٤
أول يناير ١٩٩٨	رصيد جديد					٩٧٥	٤١٨٩			٣١ ديسمبر			

مثال (٧-٤)

المطلوب اقفال الحساب الجارى للسيد / على عبد الله لدى بنك الاسكندرية بالقاهرة فى ٣٠ يونية ١٩٩٧ إذا علمت ما يلى:

- أن البنك يحسب الفوائد عن أشهر يناير وفبراير ومارس بمعدل ٨٪ سنوياً وعن أشهر أبريل ومايو ويونية بمعدل ٩٪ سنويا وذلك للجانبين.
- أن البنك منح العميل حق السحب على المكشوف بحيث لا يزيد الرصيد المدين عن ٦٠٠٠ جنيها.
- أن البنك يحسب الفوائد على المبالغ المدينة اعتبارا من نفس يوم القيد والمبالغ الدائنة اعتبارا من اليوم التالى للايداع.
- أن البنك لا يحسب فوائد على رصيد دائن يقل عن ٣٠٠ جنيها.
- أن البنك يستخدم معدل خصم غ = ٠,٠٨.
- أن قيود العميل خلال الستة شهور السابقة على الاقفال كانت كالآتى:

* الرصيد القديم كان دائناً بمبلغ ١٢٠٠ جنيها استحقاق ٣١ ديسمبر ١٩٩٦.
* فى ٢٠ يناير ١٩٩٧ سحب العميل مبلغ ٢٥٠٠ جنيها.
* فى ١٠ مارس ١٩٩٧ أرسل العميل كمبيالة للبنك للتحصيل بمبلغ ٣٥٠٠ جنيها تستحق السداد فى ١٩٩٧/٨/٢٠.
* فى ٢٠ مايو ١٩٩٧ خصم البنك من الحساب مبلغ ١٨٠٠ جنيه استحقاقا لشيك مستحق على العميل فى نفس التاريخ.
* فى ١٥ يونية ١٩٩٧ قيد البنك على العميل مبلغ ٢ (جنيهان) مصاريف استحقاق تاريخه.

الحـل

عدد الأيام = ٢١ (مارس) + ٣٠ (أبريل)

+ ٣١ (مايو) + ٣٠ (يونية)

+ ٣١ (يولية) + ٢٠ (أغسطس)

= ١٦٣ يوما

القيمة الحالية للكمبيالة

$$= ٣٥٠٠ \times (١ - \frac{١٦٣}{٣٦٠} \times \frac{٨}{١٠٠})$$

= ٣٣٧٣,٢٢٢ جنيها

رصيد النمر الدائن حتى ٣١ مارس ١٩٩٧ = ٣٨٣٨

الفوائد الدائنة حتى ٣١ مارس ١٩٩٨

$$= \frac{٣٨٣٨}{٣٦٠} \times \frac{٨}{١٠٠} = ٠,٨٥٣$$

رصيد النمر الدائن من ٣١ مارس حتى ٣٠ يونية = ١٣١٢٨٦

الفوائد الدائنة فى ٣١ مارس حتى ٣٠ يونية

$$= \frac{١٣١٢٨٦}{٣٦٠} \times \frac{٩}{١٠٠}$$

= ٣٢,٨٢٢ جنيهاً

بنك الاسكندرية القاهرة

تاريخ الاقفال ٣٠ يونية ١٩٩٧

كشف حساب جارى / على عبد الله

معدلات الفائدة: ٨٪ سنويا عن أشهر يناير وفبراير ومارس

٩٪ سنويا عن أشهر أبريل ومايو ويونية

لا تحسب فوائد لرصيد دائن عن أقل من ٣٠٠ جنيها

تاريخ القيد	البيـــان	حركة المبالغ - منه - مليم	حركة المبالغ - منه - جنيه	حركة المبالغ - له - مليم	حركة المبالغ - له - جنيه	حركة الأرصدة - منه - مليم	حركة الأرصدة - منه - جنيه	حركة الأرصدة - له - مليم	حركة الأرصدة - له - جنيه	تاريخ الاستحقاق	الأيام	النمر - منه	النمر - له
أول يناير	رصيـــد قديـــم				١٢٠٠				١٢٠٠	٣١ديسمبر ٨٩	٢٠		٢٤٠٠٠
٢٠ يناير	مسحوب بتاريخه		٢٥٠٠				١٣٠٠			٢٠ يناير	٤٩	٦٣٧٠٠	
١٠ مارس	صافي قيمة كمبيالة محولة للتحصيل			٢٢٢	٣٣٧٣			٢٢٢	٢٠٧٣	١٠ مارس	٢١		٤٣٥٣٨
٢١ مارس	فوائد بمعدل ٨ ٪			٨٥٣				٢٢٢	٢٠٧٣	٣١ مارس	٥٠		١٠٧٩٦١
٢٠ مايو	شيك للدفع		١٨٠٠					٢٢٢	٢٧٣	٢٠ مايو	٢٠		
١٥ يونيه	إيداع نقدى				١٧٠٠			٢٢٢	١٩٧٣	١٦ يونيه	١٤		٣٧٦٩٥
٣٠ يونيه	مصاريف		٢					٢٢٢	١٩٧١	٢٠ يونية	صفر	صفر	صفر
٣٠ يونيه	فوائد بمعدل ٩ ٪			٨٣٣	٣٢			٨٩٧	٢٠٠٤	٣٠ يونية			
٣٠ يونيه	مجموع الفوائد			٦٧٥	٣٣			٨٩٧	٢٠٠٤	٣٠ يونية ٨٩			
١ يوليه	رصيد جديد												

مثال (٧-٥)

المطلوب اقفال الحساب الجارى للسيد / أحمد مأمون لدى بنك مصر الدولى بالاسكندرية بتاريخ ٣١ ديسمبر ١٩٩٧ إذا علمت الآتى:

- أن البنك يحسب الفوائد على الأرصدة الدائنة التى تبلغ أو تزيد عن ١٠٠٠ جنيها بمعدل ١٠٪ سنويا وعن تلك التى تقل عن ذلك بمعدل ٨٪ بينما يحسب الفوائد على المبالغ المدينة بمعدل ١٠٪
- أن البنك يحسب فوائد على المبالغ المودعة اعتبار من اليوم التالى وعلى المبالغ المدينة اعتبارا من نفس يوم السحب.
- أن البنك يمنح العميل حق السحب على المكشوف بحد أقصى قدره ٥٠٠٠ جنيه.
- تخصم الأوراق التجارية فى البنك بمعدل خصم غ = ١٠ ر بالإضافة إلى عمولة للبنك بنسبة ٠١٪ (واحد فى الألف) على الشيكات أو الأوراق التجارية سواء المحصلة لصالح العميل أو المقدمة للقطع.

والمطلوب تصوير كشف الحساب الجارى للعميل طرف البنك فى ٣١ ديسمبر ١٩٩٧ مبينا الرصيد المستحق عليه من مسحوبات وفوائد إذا كانت قيود الحساب الجارى قبل تاريخ الاقفال كالآتى:

* أول يولية رصيد مدين بمبلغ ٣٤٠٠ جنيه.
* فى ٧ يوليه أودع مبلغ ١٢٠٠ جنيه.
* فى ٢٠ أغسطس صرف شيك من الحساب لصالح أحد دائنى العميل بمبلغ ٢٠٠٠ جنيه.

* فى ١٥ سبتمبر خصم البنك كمبيالة لصالح العميل قيمتها ٦٠٠٠ جنيه تستحق فى ١٢ فبراير ١٩٩٨.
* فى ٢٢ نوفمبر صرف البنك كمبياله مستحقة على العميل قيمتها ١٥٠٠ جنيها.
* فى ٢٨ نوفمبر حصل البنك كمبياله لصالح العميل قيمتها ٤٥٠٠ جنيه.

الحل

عدد أيام الكمبيالة المخصومة

= ١٥ (سبتمبر) + ٣١ (أكتوبر) + ٣٠ (نوفمبر)

+ ٣١ (ديسمبر) + ٣١ (يناير) + ١٢ (فبراير)

= ١٥٠ يوما

القيمة الحالية للكمبيالة

$$= ٦٠٠٠ \times (١ - \frac{١٥٠}{٣٦٠} \times \frac{١٠}{١٠٠})$$

$$= ٦٠٠٠ \times (١ - \frac{١}{٢٤})$$

$$= ٦٠٠٠ \times \frac{٢٣}{٢٤}$$

= ٥٧٥٠ جنيها

وذلك بمعدل خصم ١٠ ٪ سنويا

العمولة بمعدل واحد فى الألف = ٦ جنيهات

∴ صافى الكمبيالة = ٥٧٥٠ - ٦ = ٥٧٤٤ جنيها

قيمة الكبيالة المحصلة = القيمة الإسمية – عمولة البنك

= ٤٥٠٠ – ٤٥٠٠ × ٠,٠٠١

= ٤٥٠٠ – ٤,٥

= ٤٤٩٥,٥ جنيها

فوائد دائنة بمعدل ١٠ ٪

$$= \frac{٢٣٧٩٦}{٣٦٠} \times \frac{١٠}{١٠٠}$$

= ٦,٦١٠ جنيها

فوائد دائنة بمعدل ٨ ٪

$$= ٤٤ \times \frac{٦}{٣٦٠} \times \frac{٨}{١٠٠}$$

= ٠,٠٥٩ جنيها

بنك مصر الدولى بالاسكندرية

تاريخ الأقفال: ٣١ ديسمبر ١٩٩٧

كشف حساب جارى السيد / أحمد مأمون

معدلات الفائدة: ١٠٪ على الأرصدة الدائنة التى تبلغ أو تزيد عن ١٠٠٠ جنيها وعلى المبالغ المدينة أيا كان الرصيد -٨٪ على الأرصدة الدائنة التى تقل عن ١٠٠٠ جنيها

تاريخ القيد	البيان	حركة المبالغ				حركة الأرصدة				تاريخ الاستحقاق	الأيام	النمر	
		منه		له		منه		له				منه	له
		مليم	جنيه	مليم	جنيه	مليم	جنيه	مليم	جنيه				
أول يولية	رصيد قديم		٣٤٠٠				٣٤٠٠			٣٠ يونيه	٨	٣٧٢٠٠	
٣ يوليه	أيداع نقدى				١٢٠٠		٢٢٠٠			٨ يوليه	٤٣	٩٤٦٠٠	
٢٠أغسطس	شيك للصرف		٢٠٠٠				٤٢٠٠			٢٠أغسطس	٢٦	١٠٩٢٠٠	
١٥سبتمبر	صافى كمبيالة مخصومه لصالح العميل				٥٧٤٤				١٥٤٤	١٥سبتمبر	٦٨		١٠٤٩٩٢
٢٢نوفمبر	كمبيالة للصرف		١٥٠٠						٤٤	٢٢نوفمبر	٦		
٢٨نوفمبر	صافى قيمة كمبيالة للتحصيل بعد خصم عمولة البنك			٥٠٠	٤٤٢٥			٥٠٠	٤٥٣٩	٢٨نوفمبر	٣٣		١٤٩٨٠٤
٣١ديسمبر	رصيد نمر دائن وفوائده			٦١٠	٦			١١٠	٤٥٤٦	٣١ديسمبر		٣٣٣٩٦	
	فوائد دائنه بمعدل٨٪			٥٩				١٦٩	٤٥٤١	٣١ديسمبر			
٣١ديسمبر	رصيد جديد							١٦٩	٤٥٤٦	٣١ديسمبر			

تمارين على الباب السابع

(١) يفتح بنك مصر إيران الحسابات الجارية لديه بالشروط الآتية:

- معدل الفائدة على الجانبين ٩٪ سنويا.
- تحسب الفوائد على الايداعات اعتبارا من اليوم التالى للايداع وعلى المسحوبات اعتبارا من نفس يوم السحب.
- لا تحسب فوائد على رصيد دائن أقل من ١٠,٠٠٠ جنيه
- يستخدم البنك معدل خصم يساوى ٠,٠٩
- تقفل الحسابات مرتين خلال العام الأولى فى ٣٠ يونية والثانية فى ٣١ ديسمبر

والمطلوب اقفال الحساب الجارى للسيد / جابر حامد لدى البنك إذا علمت أن قيود حسابه خلال الست شهور السابقة على تاريخ الاقفال كانت كالآتى:

الرصيد الدائن فى أول يوليه ١٩٩٧ بلغ ٨٠٠ جنيه.

- **فى ٢٠ يوليه سحب العميل مبلغ ٥٠٠ جنيه نقدا.**
- **فى ٥ أغسطس اودع العميل مبلغ ١٥٠٠ جنيه.**
- **فى ١٠ أكتوبر حصل البنك لصالح العميل كمبيالة قيمتها الاسمية ٢٥٠٠ جنيه.**

- في ٢٥ نوفمبر قيد البنك للعميل في حسابه صافي قيمة كمبيالة مخصومة لصالحه قيمتها الاسمية ٣٠٠٠ جنيه وتستحق السداد في ١٣ أبريل ١٩٩٨.
- في ١٥ ديسمبر حصل البنك لصالح العميل شيك بمبلغ ١٢٠٠ جنيه.

(٢) فتح السيد / أحمد حسن حساب جاري لدى بنك المهندس بالزقازيق وشروطه كالآتي:

- معدل الفائدة ٨٪ سنويا عن الفترة من أول يناير وحتى آخر مارس ويزيد المعدل بعد ذلك ليصل إلى ٩٪ سنويا.
- أن البنك يسمح بالسحب على المكشوف بحد أقصى ١٠,٠٠٠ جنيه.
- لا تحسب فوائد دائنة على رصيد أقل من ٥٠٠ جنيه.
- تحسب الفوائد على المسحوبات اعتبارا من يوم السحب وعلى الايداعات اعتبارا من اليوم التالي للايداع.
- يحصل البنك على عمولة بمعدل ٠,٠١ ٪ (واحد في الألف) على الأوراق التجارية والشيكات والفواتير المحصلة لصالح العميل وكذلك الأوراق التجارية المخصومة لصالحه.
- يحسب الخصم على الأوراق التجارية بمعدل ٩٪.
- يقفل الحساب مرتين خلال العام الأولى في ٣٠ يونية والثانية في ٣١ ديسمبر.

والمطلوب تصوير الحساب الجارى للسيد / أحمد حسن لدى البنك إذا علمت أن قيود الحساب الجارى خلال الفترة السابقة على تاريخ اقفال الحساب كانت كالآتى:

* الرصيد فى أول يناير كان دائناً بمبلغ ٥٠٠ جنيه.
* فى ٢٠ يناير سحب العميل ٤٠٠ جنيه.
* فى أول فبراير أودع العميل ٢٠٠٠ جنيه.
* فى ٢٥ أبريل حصل البنك للعميل كمبياله لصالحه بمبلغ ٣٠٠٠ جنيه.
* فى ٣٠ أبريل دفع البنك مبلغ ٤٥٠٠ جنيه قيمة كمبيالة مستحقة على العميل.
* فى ٢٢ مايو دفع البنك مبلغ ٢٠٠٠ جنيه قيمة شيك مستحق على العميل.
* فى ١٠ يونية خصم البنك كمبيالة لصالح العميل قيمتها الاسمية ٦٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى ٢٥ سبتمبر.
* فى ٢٧ يونية حصل البنك للعميل فواتير بمبلغ ٣٢٠٠ جنيه.

(٣) يقبل بنك قناة السويس فتح الحسابات الجارية بالشروط الآتية:

- يحسب الفائدة على الأرصدة الدائنة التى تقل عن ٥٠٠ جنيه بمعدل ٧٪ سنويا.
- يحسب الفائدة على الأرصدة الدائنة التى تقل عن ١٠,٠٠٠ جنيه بمعدل ٧,٥٪ سنويا.

- يحسب الفائدة على الأرصدة الدائنة التى تبلغ ١٠٠٠ جنيه فأكثر بمعدل ٨٪ سنويا.
- لا تحسب فوائد على الأرصدة التى تقل عن ١٠٠ جنيه.
- تحسب الفائدة على الأرصدة المدينة بمعدل ٨٪ سنويا.
- تحسب الفوائد على الايداعات اعتبارا من اليوم التالى للايداع وعلى المسحوبات اعتبارا من نفس يوم السحب.
- يقبل البنك خصم الأوراق التجارية بمعدل ٩٪ سنويا.
- يحسب البنك مصاريف قدرها ٥ جنيهات عن كشف الحساب.
- يقفل البنك الحسابات مرتين خلال العام الأولى فى ٣٠ يونية والثانية فى ٣١ ديسمبر.

والمطلوب تصوير الحساب الجارى للسيد / مختار حسانين لدى البنك إذا علمت أن قيود عملياته خلال الستة شهور السابقة على تاريخ الاقفال كالآتى:

* فى أول يناير كان رصيده الدائن ١٢٠٠ جنيه.
* فى ١٥ يناير ١٩٩٧ سحب مبلغ ٨٠٠ جنيه.
* فى ٢٠ فبراير أودع مبلغ ٢٥٠٠ جنيه.
* فى ٥ مارس حصل البنك كمبيالة لصالح العميل بمبلغ ١٠٠٠ جنيه.
* فى ١٠ أبريل خصم البنك من حساب العميل مبلغ ٢٥٠٠ جنيه قيمة كمبيالة مستحقة عليه.
* فى ٢٢ أبريل حصل البنك قيمة شيك لحساب العميل بمبلغ ٥٠ جنيه.

* فى ١٤ مايو سدد البنـك مبلـغ ١٨٥٠ جنيـه قيمـة شـيك مسـتحق علـى العميل.
* فى ٢ يونية أودع العميل مبلغ ٢٥٠ جنيه.
* فى ٢٤ يونية خصم البنك كمبيالة لصالح العميل قيمتهـا الاسـمية ٦٠٠ جنيه تستحق فى ٢٥ سبتمبر.

(٤) يقبل بنك التسليف والادخار فتح الحسابات لديه بالشروط الآتية:

- تحسـب الفوائـد علـى الأرصـدة المدينـة خـلال شـهر يوليـه وأغسـطس وسبتمبر بمعـدل ٨٪ سـنويا وخـلال شـهر أكتوبـر ونوفمـبر وديسـمبر بمعدل ٩٪ سنويا.
- تحسب الفوائد على الأرصدة الدائنة بمعدل ٧٪ سنويا
- تخصم الأوراق التجارية بمعدل ١٠٪ سنويا بالإضافة إلى عمولة على الأوراق المحصلة والمقطوعة بمعدل ٠١ ٪ (واحد فى الألف).
- يضيف البنك مصروفات عن الإقفال تقدر بمبلغ ٥ جنيهات.
- تحسب الفوائد على الايداعات إعتباراً من اليـوم التـالى للايـداع وعلـى المسحوبات اعتبارا من نفس يوم السحب.
- تقفل الحسابات مرتين خلال العام الأولى فى ٣٠ يونية والثانية فى ٣١ ديسمبر.

والمطلوب اقفال حساب السيد / عبد الرازق عبد الله لـدى البنـك فـى ٣١ ديسمبر ١٩٩٧ إذا كانت قيود عملياته خـلال الفـترة السـابقة علـى تـاريخ الاقفال كالآتى:

* فى أول يوليه كان الرصيد مدينا بمبلغ ١٨٥٠ جنيها.
* فى ١٥ يوليه أودع مبلغ ١٢٠٠ جنيها.
* فى ٢٠ يوليه أودع مبلغ ١٧٠٠ جنيها.
* فى ٢٢ أغسطس سحب مبلغ ٢٠٠٠ جنيها.
* فى ٣٠ أغسطس حصل البنك لحساب العميل كمبيالة قيمتها الاسمية ٣٥٠٠ جنيها وقيدها فى حسابه.
* فى ١٤ سبتمبر خصم البنك كمبيالة لحساب العميل قيمتها الاسمية ٦٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى ٢٥ مارس ١٩٩٨.
* فى ١٠ أكتوبر سدد البنك كمبيالة مستحقة على العميل قيمتها الاسمية ٨٥٠٠ جنيها.
* فى ١٧ ديسمبر حصل البنك شيك لصالح العميل بمبلغ ٢٠٠٠ جنيها.


الجزء الثانى
الفائدة المركبة

الباب الأول
جملة المبالغ بفائدة مركبة

(١-١) مقـــدمة:

تمثل الفائدة البسيطة الإيراد أو الثمن الذى يحصل عليه المقرض من المقترض ثمناً لإستثمار أمواله خلال فترة زمنية معينة وبالمعدل المتفق عليه. والأصل فى الفائدة، مثلها مثل عوائد عوامل الإنتاج الأخرى، أن تدفع دورياً فى مواعيد إستحقاقها، وبذلك لا تتراكم على الأصل.

ولكن فى الواقع العملى فإن رأس المال وعائده متشابهان تماماً فكلاهما يقاس بوحدات نقدية وكلاهما يستخدم إما فى الإقتراض أو فى الإستثمار، وعليه فإذا لم تدفع الفوائد فى مواعيد إستحقاقها، فنتيجة لهذا التشابه فإن الفائدة تضاف تلقائياً إلى الأصل المقترض أو المستثمر، مما يؤدى إلى تزايد الأصل فى نهاية كل فترة من فترات الإقتراض أو الإستثمار، حيث أن الدائن كان فى إمكانه إستثمار قيمة هذه الفوائد لو حصل عليها فى مواعيد إستحقاقها لتدر عليه دخلاً جديداً.

فإذا أتفق الدائن والمدين على أن يضاف عائد المبلغ المقترض أو المستثمر إلى رأس المال الأصلى فى نهاية كل وحدة زمنية متفق عليها لكى ينتج رأس مال جديد يستثمر فى وحدة الزمن التالية، فإن الفائدة فى هذه الحالة

تسمى فائدة مركبة، أى أن جملة المبلغ فى نهاية كل فترة تصبح المبلغ المقترض أو المستثمر فى الفترة التالية.

ففى حالة الفائدة المركبة فإن الفائدة المستحقة فى نهاية الفترة الزمنية الأولى تضاف إلى أصل المبلغ (المقترض أو المستثمر) لتصير هذه الجملة هى الأصل الجديد الذى يستحق عنه الفائدة فى نهاية الفترة الزمنية الثانية، ثم تكون الجملة فى نهاية الفترة الزمنية الثانية هى الأصل الجديد الذى يستحق عنه الفائدة فى نهاية الفترة الزمنية الثالثة، وهكذا.

فمثلاً، إذا أستثمرنا مبلغ ١٠٠٠ جنيه بمعدل فائدة مركبة ٩٪ سنوياً، فإن:

الفائدة المستحقة فى نهاية السنة الأولى = ١٠٠٠ × $\frac{٩}{١٠٠}$ = ٩٠جنيهاً

تضاف إلى المبلغ الأصلى وهو ١٠٠٠ جنيه ليصبح الأصل فى بدء السنة الثانية ١٠٩٠ جنيه، وبالتالى فإن:

الفائدة فى نهاية السنة الثانية = ١٠٩٠ × $\frac{٩}{١٠٠}$ = ٩٨,١ جنيهاً

وإذا أردنا معرفة الفائدة فى نهاية السنة الثالثة نضيف الفائدة فى نهاية السنة الثانية وهى ٩٨,١ جنيه إلى الأصل فى بداية السنة الثانية وهو ١٠٩٠ جنيه ليكون الأصل فى بدء السنة الثالثة هو:

١٠٩٠ + ٩٨,١ = ١١٨٨,١ جنيهاً

ثم تحسب الفائدة للسنة الثالثة على هذا المبلغ، ومن ثم فإن:

الفائدة فى نهاية السنة الثالثة=١١٨٨,١ × $\frac{٩}{١٠٠}$ = ١٠٦,٩٢٩ جنيهاً

ويصبح الأصل فى بداية السنة الرابعة هو:

١١٨٨,١ + ١٠٦,٩٢٩ = ١٢٩٥,٠٢٩ جنيهاً

⋮

وهكذا.

ويتضح من التعريف السابق للفائدة المركبة أن قيمة الفائدة البسيطة تتساوى مع قيمة الفائدة المركبة فى نهاية وحدة الزمن الأولى، وتظل قيمة الفائدة البسيطة ثابتة فى نهاية كل فترة زمنية خلال مدة القرض أو الإستثمار وذلك لأن قيمة الأصل تظل ثابتة بإستمرار، بينما تتزايد قيمة الفائدة المركبة بإستمرار فى نهاية كل فترة زمنية عن قيمتها فى نهاية الفترة السابقة وذلك لأن قيمة الأصل المحسوب على أساسه الفائدة يتزايد هو الآخر بإستمرار نتيجة إضافة الفائدة إليه فى نهاية كل فترة زمنية.

(١-٣) معادلة الجملة بفائدة مركبة

من الواضح أن الطريقة الحسابية السابقة لحساب الفائدة المركبة، ومن ثم حساب الجملة بفائدة مركبة تتطلب مجهوداً كبيراً وعمليات حسابية ضخمة وخاصة لمدد الإستثمار أو الإقتراض طويلة الأجل والتى قد تمتد لعشرات السنين، أو فى حالة معدلات الفائدة المرتفعة والتى قد تكون ١٨٪ أو ٢٥٪ مثلاً.

بإفتراض أن:

أ ترمز إلى أصل المبلغ المقترض أو المستثمر،

ع ترمز إلى معدل الفائدة المركبة السنوى،

ن ترمز إلى معدل الإقتراض أو الإستثمار،

$ج_١$ ترمز إلى جملة الأصل فى نهاية السنة الأولى،

$ج_٢$ ترمز إلى جملة الأصل فى نهاية السنة الثانية،

⋮

$ج_ن$ ترمز إلى جملة الأصل فى نهاية السنة الأخيرة.

فيمكن الوصول إلى معادلة الجملة على أساس الفائدة المركبة إذا تتبعنا حركة المبلغ المقترض أو المستثمر خلال ن من السنوات كالآتى:

السنة الأولى:

الأصل أول السنة = أ

الفائدة فى نهاية السنة = أ × ع × ١ = أع

الجملة فى نهاية السنة، $ج_١$ = أ + أع

= أ (١ + ع)

وتمثل هذه الجملة الأصل فى بداية السنة الثانية.

السنة الثانية:

الأصل أول السنة = أ (١ + ع)

الفائدة فى نهاية السنة = أ (١ + ع) × ع = أع (١ + ع).

الجملة فى نهاية السنة، $ج_٢$ = أ (١ + ع) + أع (١ + ع)

= أ (١ + ع) (١ + ع)

= أ $(١ + ع)^{٢}$

وتمثل هذه الجملة الأصل فى بداية السنة الثالثة.

السنة الثالثة:

الأصل أول السنة $= أ(١ + ع)^٢$

الفائدة فى نهاية السنة $= أ(١ + ع)^٢ \times ع = أع(١ + ع)^٢$

الجملة فى نهاية السنة، $جـ_٣ = أ(١ + ع)^٢ + أع(١ + ع)^٢$

$= أ(١ + ع)^٢ (١ + ع)$

$= أ(١ + ع)^٣$

لذلك يمكن أن نستنتج بسهولة، مثلاً، أن:

جملة الأصل فى نهاية السنة الثامنة، $جـ_٨ = أ(١ + ع)^٨$

وأن

جملة الأصل فى نهاية السنة العشرين، $جـ_{٢٠} = أ(١ + ع)^{٢٠}$

وبصفة عامة فإن:

الجملة فى نهاية السنة رقم ن $= جـ_ن = أ(١ + ع)^ن$

وعلى ذلك فإن القانون الأساسى للجملة على أساس فائدة مركبة لعدد ن من السنوات هو: (*)

$جـ_ن = جـ = أ(١ + ع)^ن$

ويلاحظ أن $(١ + ع)^ن$ يمثل جملة الجنيه الواحد بفائدة مركبة بمعدل ع فى نهاية ن من وحدات الزمن. لذلك فإن الجملة فى نهاية عدد ن من السنوات عبارة عن حاصل ضرب المبلغ الأصلى المقترض أو المستثمر، أ، فى جملة الجنيه الواحد لعدد ن من السنوات وهو $(١ + ع)^ن$.

(*) سوف نسقط الدليل ن عند التعبير عن الجملة ونكتب جـ بدلاً من $جـ_ن$ على سبيل الإختصار.

معادلة الفائدة المركبة

إذا طرحنا من هذه الجملة قيمة الجنيه الواحد (أى الأصل) فإننا نحصل على الفائدة المركبة للجنيه الواحد، وبالتالى فإن:

الفائدة المركبة للجنيه الواحد بمعدل ع وفى نهاية ن من وحدات الزمن

$= (١ + ع)^{ن} - ١$

فإذا ضربنا الفائدة المركبة للجنيه الواحد فى المبلغ الأصلى نحصل على الفائدة المركبة للمبلغ الأصلى، أى أن:

الفائدة المركبة = ف = أ $[(١ + ع)^{ن} - ١]$.

عود سريع إلى الجملة على أساس فائدة مركبة

رأينا أن القانون الأساسى لحساب الجملة المركبة هو:

جـ = أ $(١ + ع)^{ن}$

وكما سبق أن رأينا فى الفائدة البسيطة، فإن القانون الأساسى لحساب الجملة على أساس الفائدة المركبة يحتوى على أربعة مجاهيل هى: جـ ، أ ، ع ، ن ، فلو علمت أية ثلاثة مجاهيل منها أمكن تقدير المجهول الرابع. ولكن من حيث المعالجة الرياضية تنشأ صعوبة حسابية بالغة فى إيجاد القيمة $(١ + ع)^{ن}$، وهناك عدة طرق لإيجاد قيمتها وهى:

١- إستخدام طريقة الضرب المتكرر.

٢- إستخدام نظرية ذات الحدين.

٣- إستخدام اللوغاريتمات.

٤- إستخدام جداول الفائدة المركبة.

والأمثلة الآتية توضح كيفية إستخدام كل من هذه الطرق الأربعة.

طريقة الضرب المتكرر

مثال (١-١)

احسب جملة مبلغ ٨٠٠٠ جنيه مستثمر بأحد البنوك بمعدل فائدة مركبة ٦٪ سنوياً لمدة خمس سنوات بإستخدام طريقة الضرب المتكرر.

الحل

جـ = أ(١ + ع)^{ن}

= ٨٠٠٠ (١ + ٠,٠٦)^{٥}

= ٨٠٠٠ (١,٠٦)^{٥}

= ٨٠٠٠ (١,٠٦) (١,٠٦) (١,٠٦) (١,٠٦) (١,٠٦)

= ٨٠٠٠ × ١,٣٣٨٢٢٥٦ = ١٠٧٠٥,٨٠٥ جنيهاً.

نظرية ذات الحدين

مثال (١-٢)

اقترض شخص مبلغ ٣٠٠٠٠ جنيه من أحد البنوك بمعدل فائدة مركبة ٥٪ سنوياً. احسب جملة ما يسدده للبنك بعد مضى أربع سنوات من تاريخ الإقتراض بإستخدام نظرية ذات الحدين.

الحـل

جـ = أ(١ + ع)^{ن}

= ٣٠٠٠٠ (١ + ٠,٠٥)^{٤}

ويمكن إيجاد قيمة (١ + ٠,٠٥)^{٤} بإستخدام نظرية ذات الحدين كالآتى:

(١ + ٠,٠٥)^{٤} = ١ + ^{٤}ق$_{١}$(٠,٠٥) + ^{٤}ق$_{٢}$(٠,٠٥)^{٢} + ^{٤}ق$_{٣}$(٠,٠٥)^{٣}

+ ^{٤}ق$_{٤}$ (٠,٠٥)^{٤}

= ١ + ٤(٠,٠٥) + $\frac{٤ \times ٣}{٢ \times ١}$ (٠,٠٥)^{٢}

+ $\frac{٤ \times ٣ \times ٢}{٣ \times ٢ \times ١}$ (٠,٠٥)^{٣} + (٠,٠٥)^{٤}.

= ١ + ٠,٢٠ + ٠,٠١٥٠ + ٠,٠٠٠٥٠٠

+ ٠,٠٠٠٠٠٦٢ = ١,٢١٥٥٠٦٢٥

جملة ما يسدده المدين للبنك = جـ = ٣٠٠٠٠ × ١,٢١٥٥٠٦٢٥

= ٣٦٤٦٥,١٨٨ جنيهاً.

جداول اللوغاريتمات

مثال (١-٣)

اقترض تاجر مبلغ ٥٠٠٠ جنيه من أحد البنوك بمعدل فائدة مركبة ١٪ شهرياً. احسب جملة ما يدفعه التاجر للبنك فى نهاية ٥ سنوات وذلك بإستخدام اللوغاريتمات.

الحــل

حيث أن معدل الفائدة المركبة شهرى، فهذا يعنى أن الفائدة تضاف إلى الأصل فى نهاية كل شهر، ولذلك يجب تحويل مدة القرض إلى شهور، حيث نجد أن:

مدة القرض بالشهور = ن = ٥ × ١٢ = ٦٠ شهراً

جـ = أ(١ + ع)^{ن}

= ٥٠٠٠ (١ + ٠,٠١)^{٦٠}

لإيجاد قيمة (١ + ٠,٠١)^{٦٠} بإستخدام اللوغاريتمات، يتم ذلك كما يلى:

نفرض أن س = (١,٠١)^{٦٠}

لو س = لو (١,٠١)^{٦٠} = ٦٠ لو ١,٠١

= ٦٠ × ٠,٠٠٤٣ = ٠,٢٥٨٠

بالبحث فى جدول الأعداد المقابلة أمام ٠,٢٥ وتحت عمود ٨ ينتج أن:

س = ١,٨١١.

أى أن:

(١,٠١)^{٦٠} = ١,٨١١

ومن ثم فإن:

جملة ما يسدده التاجر فى نهاية المدة = ٥٠٠٠ × ١,٨١١

= ٩٠٥٥ جنيهاً.

إيجاد (١ + ع)^ن بإستخدام جداول الفائدة المركبة

من الواضح وكما رأينا فى الأمثلة الثلاث السابقة أن الطرق الثلاثة السابقة (الضرب المتكرر ومفكوك ذات الحدين واللوغاريتمات) تحتاج إلى عمليات حسابية معقدة وجهد مضنى خصوصاً إذا كانت مدد الإستثمار أو الإقتراض، ن، كبيرة بما يكفى أو بها كسور، فضلاً عن أن هذه الطرق تعطى نتائج تقريبية.

لذلك، فتسهيلاً للعمليات الحسابية عند إيجاد قيمة (١ +ع)^ن تم عمل جداول مالية سميت بجداول الفائدة المركبة حسبت فيها قيم (١ +ع)^ن لمعدلات الفائدة من ١٪ إلى ١٢٪ وللمدد من وحدة زمن واحدة حتى ٥٠ وحدة زمن ووضعت بالعمود الثانى بالجداول المرفقة بالمؤلف.

مثال (١-٤)

إستثمر شخص مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه بمكتب توفير البريد بمعدل فائدة مركبة ٥٪ سنوياً لمدة ١٥ سنة، أوجد جملة ما يستحقه الشخص فى نهاية هذه المدة.

الحل

جـ = أ(١ + ع)^ن

= ١٠٠٠٠ (١ + ٠,٠٥)^١٥

= ١٠٠٠٠ (١,٠٥)^١٥

لإيجاد القيمة $(١,٠٥)^{١٥}$ من جداول الفائدة المركبة نبحث فـى العمـود الثانى من جداول الفـائدة المركبـة عن جملـة وحـدة النقـود تحت المعـدل ٥٪ وأمام ن = ١٥ سنة، نجد أن:

$$(١,٠٥)^{١٥} = ٢,٠٧٨٩٢٨$$

إذن،

جملة المبلغ المستثمر = ١٠٠٠٠ × ٢,٠٧٨٩٢٨

= ٢٠٧٨٩,٢٨ جنيهاً.

مثال (١-٥)

أودع شخص مبلغاً ما فى بنك المهندس والـذى يحسـب فوائـد بمعـدل فائدة مركبـة ٦٪ تضـاف كـل ٦ شـهور، وبعـد ٨ سـنوات سـحب جملـة مالـه بـالبنك فوجدهـا تسـاوى ١٢٧٠١٧,٥٥ جنيـه. احسـب أصـل المبلـغ المـودع بالبنك.

الحـل

أ = ؟ ، ع = ٦٪ كل نصف سنة ، جـ = ١٢٧٠١٧,٥٥

ن (بأنصاف السنوات) = ٨ × ٢ = ١٦ نصف سنة.

$$جـ = أ(١ + ع)^{ن}$$

$$١٢٧٠١٧,٥٥ = أ(١ + ٠,٠٦)^{١٦}$$

بالبحث فى العمود الثانى من جداول الفائدة المركبة تحت المعـدل ٦٪ وأمام ن = ١٦ ، فإن:

$$(١,٠٦)^{١٦} = ٢,٥٤٠٣٥١$$

إذن:

١٢٧٠١٧,٥٥ = ٢,٥٤٠٣٥١ أ

أ = $\frac{١٢٧٠١٧,٥٥}{٢,٥٤٠٣٥١}$ = ٥٠٠٠٠ جنيهاً.

مثال (١-٦)

اقترض تاجر من أحد البنوك مبلغ ٣٠٠٠٠ جنيه بمعدل فائدة مركبة لمدة ٧ سنوات، وفى نهاية المدة بلغت جملة ما سدده التاجر مبلغ ٦٢٢٨٤,٨ جنيه. احسب معدل الفائدة المركبة الذى استخدمه البنك.

الحل

جـ = أ(١ + ع)^ن

٦٢٢٨٤,٨ = ٣٠٠٠٠ (١ + ع)^٧

(١ + ع)^٧ = $\frac{٦٢٢٨٤,٨}{٣٠٠٠٠}$ = ٢,٠٧٦١٦

ويعنى ذلك أن جملة الجنيه الواحد بفائدة مركبة فى نهاية ٧ سنوات وبمعدل مجهول هى ٢,٠٧٦١٦.

وبالبحث فى العمود الثانى من جداول الفائدة المركبة والخاص بجملة الجنيه أمام ن = ٧ وتحت المعدلات المختلفة نجد أن جملة الجنيه السابقة تقع تحت المعدل ١١٪ حيث نجد أن:

(١,١١)^٧ = ٢,٠٧٦١٦

ويكون معدل الفائدة المركبة الذى إستخدمه البنك هو ١١٪ سنوياً.

إلا أنه فى كثير من الأحيان يكون المطلوب هو معرفة جملة مبلغ معين بفائدة مركبة لمعدلات أو لمدد غير موجودة بجداول الفائدة المركبة، كما هو الحال عند حساب الجملة لمبلغ معين بمعدل فائدة مركبة ٨,٢٥٪ أو لمدة ٧٥ سنة......الخ.

وفى مثل هذه الحالات سوف نستخدم بعض الطرق والنظريات الرياضية مثل طريقة التناسب أو نظرية الأسس لإيجاد الجملة المطلوبة كما يتضح من التحليل التالى.

حالات خاصة: إذا كانت ن أو ع غير موجودة بالجدول

سوف نبين كيفية معالجة هذه الحالات من خلال الأمثلة التالية:

مثال (١-٧)

ما هى المدة التى يؤول فى نهايتها مبلغ ٣٠٠٠جنيه إلى ٦٠٠٠ جنيه إذا كان هذا المبلغ مستثمر بمعدل فائدة مركبة ٦٪ سنوياً؟

الحل

$$ج = أ (١ + ع)^{ن}$$

$$٦٠٠٠ = ٣٠٠٠ (١ + ٠,٠٦)^{ن}$$

$$= ٣٠٠٠ (١,٠٦)^{ن}$$

$$(١,٠٦)^{ن} = \frac{٦٠٠٠}{٣٠٠٠} = ٢$$

بالبحث فى العمود الثانى من جداول الفائدة المركبـة والخـاص بجملـة الجنيه تحت المعدل ٦٪ عن المدة التى تصير بعدها جملة الجنيه الواحد ٢جنيه، نجد أن هذه المدة تقع بين ١١ ، ١٢ سنة حيث:

$(١,٠٦)^{١٢} = ٢,٠١٢١٩٦$

$(١,٠٦)^{١١} = ١,٨٩٨٢٩٩$

فرق الجملة الناتج عن وحدة زمن = ٠,١١٣٨٩٧

كذلك فإن:

$(١,٠٦)^{١١+س} = ٢,٠٠٠٠٠٠٠$

$(١,٠٦)^{١١} = ١,٨٩٨٢٩٩$

فرق الجملة الناتج عن س وحدة زمن = ٠,١٠١٧٠١

$$\text{قيمة س} = \frac{\text{فرق الجملة لمدة س من وحدة الزمن}}{\text{فرق الجملة لمدة وحدة الزمن}}$$

$$= \frac{٠,١٠١٧٠١}{٠,١١٣٨٩٧} = ٠,٨٩٣$$

مدة الإستثمار = ١١ + س

= ١١ + ٠,٨٩٣ = ١١,٨٩٣ سنة

= ١١ سنة ، ١٠ شهور ، ٢٢ يوماً تقريباً.

مثال (١-٨)

أوجد جملة مبلغ ٦٠٠٠٠ جنيه مستثمر بمعدل فائدة مركبة ٩٪ تضاف كل ربع سنة ولمدة ٢٤ سنة.

الحـل

حيث أن المعدل ٩٪ كل ربع سنة، لذلك يجب تحويـل مـدة الإسـتثمار إلى أرباع سنوات.

أى أن:

ن = ٢٤ × ٤ = ٦٩ ربع سنة

جـ = أ $(١ + ع)^{ن}$

= ٦٠٠٠٠ $(١ + ٠,٠٩)^{٩٦}$

= ٦٠٠٠٠ $(١,٠٩)^{٩٦}$

وللحصول على القيمة $(١,٠٩)^{٩٦}$ نجد أن أقصــى قيمـة لــ ن بجـداول الفائدة المركبة هى ٥٠ وحدة زمنية، لذلك نحصل على جملة الجنيه لمـدة ٥٠ وحدة زمن ونضربها فى جملة الجنيه لمدة ٤٦ وحدة زمن كالآتى:

$(١,٠٩)^{٩٦}$ = $(١,٠٩)^{٥٠}$ $(١,٠٩)^{٤٦}$

= ٧٤,٣٥٧٥٢ × ٥٢,٦٧٦٧٤ = ٣٩١٦,٩١١٧

أى أن:

جملة المبلغ فى نهاية ٢٤ سنة = جملة المبلغ فى نهاية ٩٦ ربع سنة

= ٦٠٠٠٠ × ٣٩١٦,٩١١٧ = ٢٣٥٠١٤٧٠٢ جنيهاً.

مثال (١-٩)

أودع شخص مبلغ ٤٠٠٠٠ جنيه فى أحد البنـوك لإستثماره فـى أول يناير عام ١٩٨٩، أوجد جملة ما يستحقه هذا الشـخص فـى أول أبريـل عـام ١٩٩٩ إذا كان معدل الفائدة المركبة ٧٪ سنوياً.

الحــل

المدة من أول يناير عام ١٩٨٩ حتــى أول أبريـل عـام ١٩٩٩ عبـارة عن ١٠ سنوات وثلاثة شهور، أى أن ن = ١٠,٢٥ سنة.

جـ = أ (١ + ع)^ن

= ٤٠٠٠٠ (١ + ٠,٠٧)^١٠,٢٥

= ٤٠٠٠٠ (١,٠٧)^١٠,٢٥

وحيث أنــه لا يوجـد فـى جـداول الفـائدة المركبـة عـادة الجملـة الربـع سنوية لذلك تستخدم طريقة التناسب لإيجاد القيمة (١,٠٧)^١٠,٢٥ كما يلى:

حيث أن المدة ١٠,٢٥ تقع بين المدتين ١٠ ، ١١، لذلك فإن:

(١,٠٧)^١١ = ٢,١٠٤٨٥٢

(١,٠٧)^١٠ = ١,٩٦٧١٥١

الفرق بينهما = ٠,١٣٧٧٠١ وهو يعادل الزيادة لمدة سنة

ويكون الفرق الذى يعادل ٠,٢٥ من السنة هو:

٠,١٣٧٧٠١ × ٠,٢٥ = ٠,٠٣٤٤٢٥٢

ثم نضيف هذا الفرق إلى جملة الجنيه (١,٠٧)^١٠ نحصل على جملـة الجنيه (١,٠٧)^١٠,٢٥ ، أى أن:

(١,٠٧)^١٠,٢٥ = ١,٩٦٧١٥١ + ٠,٠٣٤٤٢٥٢ = ٢,٠٠١٥٧٦٢

جملة ما يستحقه الشخص فى نهاية المدة المطلوبة

= ٤٠٠٠٠× ٢,٠٠١٥٧٦٢ = ٨٠٠٦٣,٠٤٨ جنيهاً.

مثال (١-١٠)

اقترض أحد المستثمرين مبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه من بنك مصر فرع الزقازيق لمدة ٩ سنوات بمعدل فائدة مركبة ٧,٣٪ سنوياً. أوجد جملة ما يسدده المستثمر فى نهاية المدة.

الحل

جملة ما يسدده المستثمر فى نهاية المدة هو جـ ، حيث:

جـ = أ (١ + ع)^{ن}

جـ = ٥٠٠٠٠ (١ + ٧,٣٪)^{٩}

وحيث أنه لا يوجد فى جداول الفائدة المركبة المعدل ٧,٣٪ لذلك نستخدم طريقة التناسب لإيجاد القيمة (١,٠٧٣)^{٩} كما يلى:

حيث أن المعدل ٧,٣٪ يقع بين المعدلين ٧٪ ، ٨٪، فإن:

(١,٠٨)^{٩} = ١,٩٩٩٠٠٥

(١,٠٧)^{٩} = ١,٨٣٨٤٥٩

الفرق بينهما = ٠,١٦٠٥٤٦ وهو يعادل الزيادة عن ١٪ لمدة ٩ سنوات.

الفرق الذى يعادل ٠,٣٪ لمدة ٩ سنوات هو:

٠,١٦٠٥٤٦ × ٠,٣ = ٠,٠٤٨١٦٣٨

ثم نضيف هذا الفرق إلى جملة الجنيه (١,٠٧)^{٩} نحصل على جملة الجنيه (١,٠٧٣)^{٩}

(١,٠٧٣)^{٩} = ١,٨٣٨٤٥٩ + ٠,٠٤٨١٦٣٨ = ١,٨٨٦٦٢٢٨

جملة ما يسدده المستثمر = ٥٠٠٠٠ × ١,٨٨٦٦٢٢٨

= ٩٤٣٣١,١٤ جنيهاً.

مثال (١-١١)

اقترض شخص مبلغ ١٠٠٠٠٠ جنيه من أحد البنوك فبلغت جملته المركبة فى نهاية ٥ سنوات ١٧٩٠٨٤,٨ جنيه. ما هو معدل الفائدة المركبة الذى إستخدمه البنك إذا علمت أن الفائدة تحسب عن القرض كل ٦ شهور؟

الحل

حيث أن الفائدة المركبة تضاف كل ٦ شهور، لذلك يجب تحويل مدة القرض إلى أنصاف سنوات، حيث:

ن = ٥ × ٢ = ١٠ أنصاف سنوات

جـ = أ (١ + ع)^{ن}

١٧٩٠٨٤,٨ = ١٠٠٠٠٠ (١ + ع)^{١٠}

$$(١ + ع)^{١٠} = \frac{١٧٩٠٨٤,٨}{١٠٠٠٠٠} = ١,٧٩٠٨٤٨$$

بالبحث فى العمود الثانى من جداول الفائدة المركبة والخاص بجملة الجنيه أمام ن = ١٠ وتحت المعدلات المختلفة نجد أن جملة الجنيه السابقة تقع تحت المعدل ٦٪، حيث نجد أن:

$$(١ + ٠,٠٦)^{١٠} = ١,٧٩٠٨٤٨$$

فيكون معدل الفائدة المركبة الذى أستخدمه البنك هو ٦٪ تضاف كل ٦ شهور.

أمثلة متنوعة

مثال (١-١٣)

أوجد الجملة المركبة لمبلغ ٣٠٠٠٠ جنيه تم ايداعه بالبنك الأهلى لإستثماره لمدة ٥ سنوات بمعدل فائدة مركبة ٦٪ تضاف كل نصف سنة، وبفرض أن المودع أضاف إلى رصيده آخر المدة مبلغ ١٦٢٧٤,٥٦ جنيه وأصبح سعر الفائدة ٤٪ تضاف كل ربع سنة. ما هى جملة إستثماراته بعد مرور ٥ سنوات أخرى؟

الحل

جـ = أ (١ + ع)^ن

حيث أن المعدل ٦٪ كل نصف سنة فى مدة الإستثمار الأولى وهى خمس سنوات، لذلك يلزم تحويل هذه المدة إلى أنصاف سنوات، إذن:

ن = ٥ × ٢ = ١٠ أنصاف سنوات

الجملة الأولى = جـ١ = ٣٠٠٠٠ (١ + ٠,٠٦)^١٠

= ٣٠٠٠٠ (١,٠٦)^١٠

= ٣٠٠٠٠ × ١,٧٩٠٨٤٨ = ٥٣٧٧٢٥,٤٤ جنيهاً

الجملة بعد إضافة المبلغ = ٥٣٧٢٥,٤٤ + ١٦٢٧٤,٥٦

= ٧٠٠٠٠,٠٠ جنيهاً.

فى مدة الإستثمار الثانية والبالغة ٥ سنوات، حيث أن المعدل المستخدم هو ٤٪ كل ربع سنة، لذلك يجب تحويل المدة إلى أرباع سنوات، حيث:

ن = ٥ × ٤ = ٢٠ ربع سنة

جملة الإستثمارات = الجملة الثانية

= ٧٠٠٠٠ $(١,٠٤)^{٢٠}$

= ٧٠٠٠٠ × ٢,١٩١١٢٣ = ١٥٣٣٧٨,٦١ جنيهاً .

مثال (١-١٣)

أستثمر أحد الأشخاص مبلغين لمدة ١٠ سنوات، الأول بمعدل فائدة مركبة ٤٪ سنوياً، والثانى بمعدل فائدة مركبة ٦٪ سنوياً، وكانت جملة المبلغين ٥٠٦١٩,٤ جنيه. فإذا أستثمر الشخص المبلغ الأول بمعدل فائدة مركبة ٦٪ سنوياً والمبلغ الثانى بمعدل فائدة مركبة ٤٪ سنوياً، فإن جملة المبلغين تقل بمقدار ٣١٠٦,١ جنيه. أوجد مقدار كل من المبلغين المستثمرين.

الحل

نفرض أن المبلغ المستثمر الأول س جنيه

والمبلغ المستثمر الثانى ص جنيه

الحالة الأولى:

جـ = $جـ_{١}$ + $جـ_{٢}$

= س $(١,٠٤)^{١٠}$ + ص $(١,٠٦)^{١٠}$ = ٥٠٦١٩,٤ (١)

الحالة الثانية:

جـ = $جـ_{٣}$ + $جـ_{٤}$

= س $(١,٠٦)^{١٠}$ + ص $(١,٠٤)^{١٠}$ = ٥٠٦١٩,٤ - ٣١٠٦,١

= ٤٧٥١٣,٣ (٢)

بضرب المعادلة (١) فى (١,٠٤)^{١٠} ، المعادلة (٢) فى (١,٠٦)^{١٠} نحصل، بالترتيب، على:

س (١,٠٤)^{٢٠} + ص (١,٠٦)^{١٠} (١,٠٤)^{١٠} = ٥٠٦١٩,٤ (١,٠٤)^{١٠}

= ٥٠٦١٩,٤ × ١,٤٨٠٢٤٤

= ٧٤٩٣٨,٩٨٥ (٣)

س (١,٠٦)^{٢٠} + ص (١,٠٤)^{١٠} (١,٠٦)^{١٠} = ٤٧٥١٣,٣ (١,٠٦)^{١٠}

= ٤٧٥١٣,٣ × ١,٧٢٠٨٤٨

= ٨٥٠٨٩,٠٩٨ (٤)

بطرح المعادلة (٣) من المعادلة (٤) ينتج أن:

س (١,٠٦)^{٢٠} – س (١,٠٤)^{٢٠} = ٨٥٠٨٩,٩٨ – ٧٤٩٣٨,٩٨٥

= ١٠١٥٠,١١٣

س (٣,٢٠٧١٣٥ – ٢,١٩١١٢٣) = ١٠١٥٠,١١٣

١,٠١٦٠١٢س = ١٠١٥٠,١١٣

س = $\frac{١٠١٥٠,١١٣}{١,٠١٦٠١٢}$ = ٩٩٩٠,١٥٠٧ جنيهاً.

بالتعويض فى المعادلة (١) عن قيمة س نجد أن:

٩٩٩٠,١٥٠٧ × ١,٤٨٠٢٤٤ + ١,٧٩٠٨٤٨ ص = ٥٠٦١٩,٤

١٤٧٨٧,٨٦١ + ١,٧٩٠٨٤٨ ص = ٥٠٦١٩,٤

١,٧٩٠٨٤٨ ص = ٣٥٨٣١,٥٣٩

ص = $\frac{٣٥٨٣١,٥٣٩}{١,٧٩٠٨٤٨}$ = ٢٠٠٠٨,١٤١ جنيهاً.

فيكون المبلغان المستثمران هما: ٩٩٩٠,١٥١ ، ٢٠٠٠٨,١٤١ جنيهاً.

مثال (١-١٤)

مبلغان أحدهما ضعف الآخر مستثمران لمدة ٨ سنوات وبمعدل فائدة مركبة، فإذا علمت أن المبلغ الأصغر مستثمر بمعدل فائدة ٦٪ سنويا وأن المبلغ الأكبر مستثمر بمعدل فائدة ٥٪ سنوياً. وفى النهاية وجد أن جملة المستثمر يساوى ٢٢٧٤٣,٧٩ جنيه. احسب كلاً من أصل المبلغين المستثمرين.

الحل

نفرض أن المبلغ الأصغر هو س جنيه، فيكون المبلغ الأكبر هو ٢ س جنيه.

جملة المبلغ الأصغر = س $(١,٠٦)^{٨}$

= ١.٠٥٩٣٨٤٨ س

جملة المبلغ الأكبر = ٢س $(١,٠٥)^{٨}$

= ٢س × ١,٤٧٧٤٥٥

= ٢,٩٥٤٩١ س

إذن:

١,٥٩٣٨٤٨ س + ٢,٩٥٤٩١ س = ٢٢٧٤٣,٧٩

٤,٥٤٨٧٥٨ س = ٢٢٧٤٣,٧٩

$$أ = \frac{٢٢٧٤٣,٧٩}{٤,٥٤٨٧٥٨} = ٥٠٠٠$$

المبلغ المستثمر الأول = ٥٠٠٠ جنيها

المبلغ المستثمر الثانى = ١٠٠٠٠ جنيهاً.

(١-٣) المعدل الأسمى والمعدل الحقيقى للفائدة

يتضح مما سبق أن معدل الفائدة المركبة تتغير قيمته الحقيقية بتغير عدد مرات إضافة الفائدة إلى الأصل خلال وحدة الزمن وذلك خلافاً لما هو حادث فى حالة إستخدام الفائدة البسيطة.

فالمعدل الأسمى السنوى هو حاصل ضرب المعدل الجزئى للفترة الزمنية التى تقل عن سنة × عدد مرات تكراره فى السنة. فمثلاً، المعدل الربع سنوى ٢٪ يعادل المعدل الأسمى السنوى = ٢٪ × ٤ = ٨٪ وتضاف الفائدة أربع مرات فى السنة.

أما المعدل الحقيقى السنوى للفائدة فهو عبارة عن معدل الزيادة الفعلية لكل وحدة من وحدات النقود المستثمرة أو المقترضة عن سنة كاملة، فإذا كان عدد مرات تعلية الفوائد إلى الأصل أكثر من مرة فى السنة فإن المعدل الحقيقى للفائدة سوف يكون أكبر من المعدل الأسمى السنوى، أما إذا كانت الفائدة تعلى على الأصل فى نهاية كل سنة، فإن المعدل الحقيقى للفائدة سوف يكون مساوياً للمعدل الأسمى السنوى.

فمثلاً، إذا كان معدل الفائدة الأسمى السنوى ١٢٪ فإن قيمته الحقيقية سوف تختلف من حالة إلى أخرى كما يلى:

أ- إذا أضيفت بمقتضاه الفائدة إلى الأصل آخر كل سنة، فإن حقيقته هى ١٢٪ سنوياً.

ب- إما إذا كانت الفائدة تضاف بمقتضاه إلى الأصل مرتين فى السنة، أى تعلى الفائدة إلى الأصل كل نصف سنة، ففى هذه الحالة نلاحظ ما يلى:

عدد مرات التعلية فى السنة = ٢

معدل الفائدة النصف سنوى = $\frac{١٢٪}{٢}$ = ٦٪

جملة الجنيه فى نهاية السنة = $(١,٠٦)^{٢}$ = ١,١٢٣٦

ويعنى ذلك أن جملة الفوائد المستحقة على الجنيه الواحد فى نهاية السنة = ١,١٢٣٦ - ١ = ٠,١٢٣٦ جنيه،

إذن:

المعدل الحقيقى السنوى للفائدة = ١٢,٣٦٪

والسبب فى هذا الإختلاف راجع من الناحية الرياضية إلى أن:

$(١,١٢) \neq (١,٠٦)^{٢}$

وترجع أهمية المعدل الحقيقى السنوى للفائدة فى أنه يفيد فى حالة المقارنة بين شروط الإقتراض لإختيار أقلها تكلفة أو للمقارنة بين الفرص الإستثمارية البديلة المتاحة لإختيار أفضلها، إذ يتطلب الأمر حينئذ تحويل جميع المعدلات الأسمية السنوية إلى المعدل الحقيقى للفائدة حتى يسهل إجراء عمليات المقارنة.

فإذا فرضنا أن المعدل حقيقى السنوى هو ع

وأن المعدل الأسمى السنوى هو $ع_{(م)}$

وأن عدد مرات تعلية الفوائد فى السنة هو م

فيمكن إستنتاج العلاقة بين ع ، $ع_{(م)}$ كما يلى:

معدل الفائدة الأسمى فى السنة = $ع_{(م)}$

معدل الفائدة الحقيقى عن $\frac{١}{م}$ من السنة = $\frac{ع_{(م)}}{م}$

جملة الجنيه الواحد فى نهاية السنة = $١ \times (١ + \frac{ع_{(م)}}{م})^{م}$

$= (١ + \frac{ع_{(م)}}{م})^{م}$

وإذا كان المعدل حقيقى سنوى فإن جملة الجنيه الواحد فى نهاية السنة تكون مساوية للقيمة ١ (١ + ع) = (١ + ع)

إذن:

$$(١ + ع) = (١ + \frac{ع_{(م)}}{م})^{م}$$

$$ع = (١ + \frac{ع_{(م)}}{م})^{م} - ١$$

أى أن:

المعدل الحقيقى السنوى، $ع = (١ + \frac{ع_{(م)}}{م})^{م} - ١$

وتستخدم هذه المعادلة فى إيجاد قيمة المعدل الحقيقى السنوى المنـاظر لمعدل أسمى سنوى معلوم.

أما إذا كان المطلوب هو إيجاد قيمة المعدل الأسمى السنوى بمعلومية المعدل الحقيقى السنوى فيتم ذلك من المعادلة السابقة كما يلى:

$$(١ + ع) = (١ + \frac{ع_{(م)}}{م})^{م}$$

$$(١ + ع)^{\frac{١}{م}} = (١ + \frac{ع_{(م)}}{م})$$

$$\frac{ع_{(م)}}{م} = (١ + ع)^{\frac{١}{م}} - ١$$

$$ع_{(م)} = م [(١ + ع)^{\frac{١}{م}} - ١]$$

أى أن:

المعدل الأسمى السنوى ، $ع_{(م)} = م [(١ + ع)^{\frac{١}{م}} - ١]$.

مثال (١-١٥)

أوجد المعدل الحقيقى السنوى الـذى يقـابل معـدل أسـمى سـنوى ١٥٪ علماً بأن الفائدة تعلى على الأصل مرة كل أربعة شهور.

الحـل

عدد مرات التعلية = م = $\frac{١٢}{٣}$ = ٤ مرات

المعدل الأسمىالسنوى = $ع_{(م)}$ = ١٥٪

المعدل الحقيقى السنوى = ع = $(١ + \frac{ع_{(م)}}{م})^{م} - ١$

$= (١ + \frac{١٥٪}{٣})^{٣} - ١$

$= (١ + ٥٪)^{٣} - ١$

$= (١,٠٥)^{٣} - ١$

$= ١,١٥٧٦٢٥ - ١ = ٠,١٥٧٦٢٥$

إذن:

المعدل الحقيقى السنوى للفائدة = ١٥,٢٦٢٥٪ هو الذى يعادل معدل أسمى سنوى ١٥٪ علماً بأن الفائدة تضاف ٣ مرات فى السنة.

مثال (١-١٦)

أوجد المعدل الأسمى السنوى الذى بمقتضاه تضاف الفائدة كل ربع سنة إذا علمت أن المعدل الحقيقى السنوى هو ٦٪.

الحل

ع = ٦٪ ، م = ٤

المعدل الأسمى السنوى = ع$_{(م)}$ = م [(١ + ع)$^{\frac{١}{م}}$ − ١]

= ٤ [(١,٠٦)$^{\frac{١}{٤}}$ − ١]

بإستخدام اللوغاريتمات نجد أن القيمة (١,٠٦)$^{\frac{١}{٤}}$ = ١,٠١٣

المعدل الأسمى السنوى = ع$_{(م)}$ = ٤ (١,٠١٣ − ١) = ٠,٠٥٢

= ٥,٢٪ .

مثال (١-١٧)

أيهما أفضل بالنسبة للمستثمر:

معدل أسمى سنوى ١٢٪ تضاف الفائدة إلى الأصل كل ٣ شهور،

أو معدل أسمى سنوى ١٢,٧٥٪ تضاف الفائدة مرة واحدة فى السنة؟

الحـــل

لكى نقارن بين الحالتين نحسب المعدل الحقيقى السنوى للفائدة، ع، فى كل حالة:

الحالة الأولى:

المعدل الأسمى السنوى = $ع_{(م)}$ = ١٢٪

عدد مرات التعلية = م = $\frac{١٢}{٣}$ = ٤ مرات

$$ع = (١ + \frac{ع_{(م)}}{م})^{م} - ١$$

$$= (١ + \frac{١٢٪}{٤})^{٤} - ١$$

$$= (١ + ٣٪)^{٤} - ١$$

$$= (١,٠٣)^{٤} - ١$$

$$= ١,١٢٢٥ - ١ = ٠,١٢٢٥$$

أى أن:

المعدل الحقيقى السنوى = ع = ١٢,٥٥٪.

الحالة الثانية:

بما أن المعدل الأسمى السنوى = $ع_{(م)}$ = ١٢,٧٥٪، وحيث أن الفائدة تضاف إلى الأصل مرة واحدة فى السنة فيكون المعدل الأسمى السنوى، $ع_{(م)}$، هو نفسه المعدل الحقيقى السنوى، ع، أى أن:

المعدل الحقيقى السنوى = ع = ١٢,٧٥٪

نستنتج من ذلك أن الحالة الثانية أفضل للمستثمر من الحالة الأولى لأن معدل الفائدة الحقيقى فيها أكبر.

مثال (١-١٨)

اقترض شخص مبلغاً من المال بمعدل فائدة شهرى ١,٥٪. احسب المعدل الحقيقى السنوى الذى اقترض هذا الشخص على أساسه.

الحل

المعدل الأسمى الشهرى = ١,٥٪

المعدل الأسمى السنوى = $ع_{(م)}$ = ١,٥٪ × ١٢ = ١٨٪

عدد مرات التعلية = م = ١٢ مرة

المعدل الحقيقى السنوى = ع $= (1 + \frac{ع_{(م)}}{م})^{م} - 1$

$= (1 + \frac{18\%}{12})^{12} - 1$

$= (1 + 1,5\%)^{12} - 1$

$= (1,015)^{12} - 1$

بإستخدام اللوغاريتمات نجد أن القيمة $(1,015)^{12}$ = ١,١٩٥٦١٨٢

وبالتالى فإن:

ع = ١,١٩٥٦٢ - ١ = ٠,١٩٥٦٢

إذن:

المعدل الحقيقى السنوى = ع = ١٩,٥٦٢٪.

مثال (١-١٩)

أوجد جملة مبلغ ١٥٠٠٠ جنيـه إذا تـم إسـتثماره بمعـدل فـائدة أسـمى سنوى ٨٪ يدفع ٤ مرات فى السنة وذلك لمدة ١٠ سنوات.

الحــل

يمكن إيجاد جملة المبلغ المستحق فى هذه الحالة بطريقتين:

الطريقة الأولى:

يتم إستخدام المعدل الأسمى السنوى مباشرة

بما أن المعدل الأسمى السنوى = ٨٪ يدفع ٤ مرات فى السنة

المعدل الربع سنوى = $\frac{٨٪}{٤}$ = ٢٪

مدة الإستثمار بالربع سنة = ١٠ × ٤ = ٤٠ ربع سنة

جملة المبلغ المستثمر = جـ = أ $(١ + ع)^{ن}$

= ١٥٠٠٠ $(١ + ٠,٠٢)^{٤٠}$

= ١٥٠٠٠ $(١,٠٢)^{٤٠}$

= ١٥٠٠٠ × ٢٠,٢٠٨٠٤٠

= ٣٣١٢٠,٦ جنيهاً.

الطريقة الثانية:

إيجاد المعدل الحقيقى السنوى للفائدة وإستخدامه فى إيجاد الجملة

عدد مرات التعلية = م = ٤ مرات

المعدل الأسمى السنوى = $ع_{(م)}$ = ٨٪

المعدل الحقيقى السنوى = ع = $(1 + \frac{ع_{(م)}}{م})^{م} - 1$

$= (1 + \frac{٨٪}{٤})^{٤} - 1$

$= (1 + ٢٪)^{٤} - 1$

= ١,٠٨٢٤٣٢ - ١ = ٠,٠٨٢٤٣٢

إذن:

المعدل الحقيقى السنوى للفائدة = ٨,٢٤٣٢٪

جملة المبلغ المستثمر = جـ = $أ (1 + ع)^{ن}$

= $١٥٠٠٠ (١ + ٨,٢٤٣٢٪)^{١٠}$

لإيجاد القيمة $(١,٠٨٢٤٣٢)^{١٠}$ نستخدم طريقة التناسب كما يلى:

$(١,٠٩)^{١٠}$ = ٢,٣٦٧٣٦٤

$(١,٠٨)^{١٠}$ = ٢,١٥٨٩٢٥

الفرق بينهما = ٠,٢٠٨٤٣٩ وهو يعادل الزيادة عن ١٪ لمدة ١٠سنوات

الفرق الذى يعادل ٠,٢٤٣٢٪ لمدة ١٠ سنوات

= ٠,٢٠٨٤٣٩ × ٠,٢٤٣٢ = ٠,٠٥٠٦٩٢٣

$(١,٠٨٢٤٣٢)^{١٠}$= ٢,١٥٨٩٢٥ + ٠,٠٥٠٦٩٢٣ = ٢,٢٠٩٦١٧٣

جملة المبلغ المستثمر = ١٥٠٠٠ × ٢,٢٠٩٦١٧٣

= ٣٣١٤٤,٢٦ جنيهاً.

وجدير بالذكر أن الفرق بين النتيجتين راجع إلى عمليات التقريب التى تنشأ عند حساب القيمة $(١,٠٨٢٤٣٢)^{١٠}$ بإستخدام طريقة التناسب.

مثال (١-٣٠)

أستثمر أحد الأشخاص مبلغاً معيناً بأحد البنوك بمعدل فائدة مركبة أسمى سنوى ١٨٪ يدفع ٦ مرات فى السنة (أى كل شهرين).

احسب المدة التى تصبح بعدها الفائدة المستحقة ضعف أصل المبلغ المستثمر.

الحل

نفرض أن المبلغ المستثمر هو أ، فلكى تصبح الفائدة ضعف المبلغ الأصلى، فإن:

الفائدة = ٢ أ

ومن ثم فإن:

الجملة = جـ = المبلغ الأصلى + الفائدة = أ + ٢ أ = ٣ أ

معدل الفائدة عن كل شهرين = $\frac{١٨٪}{٦}$ = ٣٪

نفرض أن المدة التى تصبح بعدها الفائدة المستحقة ضعف المبلغ الأصلى هى ن وحدة زمن، حيث وحدة الزمن هنا هى شهرين أو $\frac{١}{٦}$ سنة

جـ = أ (١ + ع)^{ن}

٣ أ = أ (١ + ٣٪)^{ن}

(١,٠٣)^{ن} = ٣

بالبحث فى العمود الثانى من جداول الفائدة المركبة والخاص بجملة الجنيه تحت المعدل ٣٪ عن المدة التى تصير بعدها جملة الجنيه ٣ جنيهات نجد أن هذه المدة تقع بين ٣٧ ، ٣٨ ، حيث:

$(١,٠٣)^{٣٨}$ = ٣,٠٧٤٧٨٣

$(١,٠٣)^{٣٧}$ = ٢,٩٨٥٢٢٧

فرق الجملة الناتج عن وحدة زمن = ٠,٠٨٩٥٥٦

كذلك فإن:

$(١,٠٣)^{٣٧+س}$ = ٣

$(١,٠٣)^{٣٧}$ = ٢,٩٨٥٢٢٧

فرق الجملة الناتج عن س وحدة زمن = ٠,٠١٤٧٧٣

قيمة س = فرق الجملة لمدة س من وحدة الزمن / فرق الجملة لمدة وحدة زمن واحدة

= ٠,٠١٤٧٧٣ / ٠,٠٨٩٥٥٦ = ٠,١٦٤٩٥٨٢

≅ ٠,١٦٥ وحدة زمن.

المـدة المطلوبـة = ٣٧ + س = ٣٧ + ٠,١٦٥ = ٣٧,١٦٥ سـدس سنة.

أى أن:

المـدة التـى تصبـح بعدهـا الفـائدة المركبـة ضعـف المبلـغ الأصلـى بالسنوات = ٣٧,١٦٥ ÷ ٦ = ٦,١٩٤ سنوات

أى حوالى ٦ سنوات ، شهرين ، ١٠ أيام.

الباب الثانى

القيمة الحالية وخصم الديون بفائدة مركبة

بالمثل، وكما رأينا عند دراستنا للخصم والقيمة الحالية للديون قصيرة الأجل بفائدة بسيطة، فإنه فى حالة الخصم والقيمة الحالية للديون طويلة الأجل بفائدة مركبة نجد أن القيمة المحددة (المقترضة أو المستثمرة) التى تستحق فى نهاية مدة معينة تسمى "بالقيمة الأسمية" وهى تطابق تماماً جملة المبلغ (المقترض أو المستثمر)، بينما يطلق على المبلغ المقابل لأصل القرض أو لأصل المبلغ المستثمر أسم "القيمة الحالية"، أما الفرق بين القيمتين الأسمية والحالية فيطلق عليه أسم "الخصم المركب" وهو يقابل الفائدة المركبة ولكنه يختلف عنها من حيث طريقة حساب كل منهما كما سنرى فيما بعد.

وأوضحنا أنه فى حالة خصم الديون قصيرة الأجل بفائد بسيطة يحسب الخصم على أساس الخصم التجارى (الحطيطة الخارجية) أو الخصم الصحيح (الحطيطة الداخلية)، إلا أنه فى حالة خصم الديون طويلة الأجل بفائدة مركبة فإنه غالباً ما يستخدم الخصم الصحيح لعدالته ولأن الخصم التجارى قد يتجاوز القيمة الأسمية للدين فى حالة إرتفاع معدل الخصم وطوله مدته، أما فى حالة إستخدام الخصم الصحيح فإن القيمة الأسمية للمبلغ المقترض أو المستثمر تمثل الجملة المركبة للقيمة الحالية.

وللتدليل على ذلك، نفرض أننا نود حساب الخصم التجارى الواجب خصمه من دين تبلغ قيمته الأسمية ١٠٠٠٠ جنيه يستحق الدفع بعد ١٠ سنوات وبمعدل فائدة مركبة ٨٪ سنوياً.

فى هذه الحالة نجد أن:

الخصم التجارى = ١٠٠٠٠ [(١,٠٨)^{١٠} - ١]

= ١٠٠٠٠ (٢,١٥٨٩٢٥ - ١)

= ١١٥٨٩,٢٥ جنيهاً.

ومعنى هذا أن قيمة الخصم التجارى الواجب خصمه من الدين قد تجاوز القيمة الأسمية للدين وهذا أمر لا يمكن تصوره.

لذلك فيجب إستخدام الخصم الصحيح عند حساب الخصم بمعدل فائدة مركبة. فمثلاً، إذا أردنا معرفة القيمة الحالية لدين قيمته الأسمية ١٠٠٠٠ جنيه يستحق السداد بعد ١٠ سنوات بمعدل فائدة مركبة ٨٪ سنوياً.

فللإجابة على ذلك فإن:

١٠٠٠٠ = القيمة الحالية (١,٠٨)^{١٠}

١٠٠٠٠ = القيمة الحالية × ٢,١٥٨٩٢٥

أى أن:

القيمة الحالية = $\frac{١٠٠٠٠}{٢,١٥٨٩٢٥}$ = ٤٦٣١,٩٣٥ جنيهاً

ويكون:

الخصم الصحيح = ١٠٠٠٠ - ٤٦٣١,٩٣٥ = ٥٣٦٨,٠٦٥ جنيهاً.

(٢-١) الخصم المركب

سبق أن أسلفنا أن الفائدة البسيطة والفائدة المركبة تتفقان فى أن كلاً منهما تعتمد على معدل فائدة معلوم يضاف فى نهاية كل فترة زمنية التى على أساسها يتحدد معدل الفائدة المعلوم، ولكن تختلف الفائدة البسيطة عن الفائدة المركبة فيما يأتى: فبينما تحسب الفائدة البسيطة المستحقة فى نهاية كل فترة زمنية بمعدل الفائدة المعلوم على أصل المبلغ المقترض أو المستثمر فى أول المدة، فإن الفائدة المركبة تحسب فى نهاية كل فترة زمنية بمعدل الفائدة المعلوم على أصل المبلغ مضافاً إليه الفوائد التى أستحقت عن الفترات السابقة لهذه الفترة. كذلك نجد أن الخصم البسيط والخصم المركب يتفقان فى أن كلاً منهما يعتمد على معدل خصم معلوم يخصم من المبلغ المستحق عن كل فترة زمنية والتى على أساسها يتحدد معدل الخصم المعلوم، ولكن يختلف الخصم البسيط عن الخصم المركب فيما يأتى: فبينما يحسب الخصم البسيط عند أول كل فترة زمنية سابقة لتاريخ إستحقاق المبلغ المعلوم والمحدد تاريخ إستحقاقه بمعدل الخصم المعلوم، فإن الخصم المركب يحسب عند أول كل فترة زمنية سابقة لتاريخ إستحقاق المبلغ المعلوم بمعدل الخصم المعلوم على المبلغ المستحق (أى القيمة الأسمية) والخصم الذى تم فى فترات لاحقة لهذه الفترة.

فإذا رمزنا للقيمة الأسمية للمبلغ المقترض أو المستثمر بالرمز جـ، وللقيمة الحالية له بالرمز أ أو قح، ولمعدل الخصم المركب بالرمز ع/، ولقيمة الخصم المركب بالرمز ص، ولمعدل الفائدة المركبة بالرمز ع.

وإذا اعتبرنا أن القيمة الأسمية، جـ، عبارة عن وحدة النقود (أى جنيهاً واحداً)، وأن الخصم الواجب الحصول عليه فى وقت سابق للإستحقاق بفترة زمنية واحدة هو ص، فيكون المبلغ الواجب آداؤه فى هذا التاريخ هو القيمة الحالية، ح، حيث:

$$ح = ١ - ص$$

والشكل التالى يوضح هذه العلاقة:

المبلغ الواجب آداؤه أو القيمة الحالية	معدل الخصم $ع^{/}$	المبلغ المستحق أو القيمة الأسمية
$= ١ - ع^{/}$	فترة زمنية واحدة	= جنيهاً واحداً

أما القيمة الحالية الواجب آداؤها لوحدة النقود فى وقت سابق لتاريخ الإستحقاق بفترتين زمنيتين هى:

$$ح^{٢} = (١-ع^{/})\ (١-ع^{/}) = (١-ع^{/})^{٢}$$

وتكون القيمة الحالية الواجب آداؤها لوحدة النقود فى وقت سابق لتاريخ الإستحقاق بثلاث فترات زمنية هى:

$$ح^{٣} = (١-ع^{/})^{٣}$$

$$\vdots$$

وبصفة عامة، فإن القيمة الحالية الواجب آداؤها لوحدة النقود التى تستحق السداد بعد ن من الفترات الزمنية هى:

$$ح^{ن} = (١ - ع^{/})^{ن}$$

وتأسيساً على ذلك فإن:

القيمة الحالية لدين قيمته الأسمية جـ جنيهاً يستحق السداد بعد ن من الفترات الزمنية بمعدل خصم مركب ع/ هى:

$ق_ح = جـ (١ - ع/)^{ن}$.

مثال (٣-١)

احسب القيمة الحالية لمبلغ ١٠٠٠٠ جنيه يستحق السداد بعد مضى ٤ سنوات من الآن، إذا كان معدل الخصم المركب ٨٪ سنوياً.

الحل

القيمة الأسمية = جـ = ١٠٠٠٠ ، ن = ٤ ، ع/ = ٨٪

القيمة الحالية = $ق_ح = جـ (١ - ع/)^{ن}$

$= ١٠٠٠٠ (١ - ٠,٠٨)^{٤}$

$= ١٠٠٠٠ (٠,٩٢)^{٤}$

= ١٠٠٠٠ × ٠,٧١٦٣٩٢٩ = ٧١٦٣,٩٢٩ جنيهاً.

(٣-٣) العلاقة بين معدل الخصم المركب ومعدل الفائدة المركبة

إذا كان هناك مبلغاً ما كقيمة أسمية، جـ، يستحق السداد بعد ن من الفترات الزمنية فإنه:

وفقاً لمعدل الخصم المركب، ع/، نجد أن:

القيمة الحالية للمبلغ = $ق_ح = جـ (١ - ع/)^{ن}$ (١)

وفقاً لمعدل الفائدة المركبة، ع، نجد أن:

الجملة = المبلغ $(١ + ع)^{ن}$

أى أن:

$$جـ = أ\,(١ + ع)^{ن}$$

وحيث أن $أ = ق_{ح}$ ، فإن:

$$جـ = ق_{ح}\,(١ + ع)^{ن}$$

وبالتالى فإن:

$$ق_{ح} = \frac{جـ}{(١ + ع)^{ن}} = جـ\,(١ + ع)^{-ن} \qquad (٢)$$

من المعادلتين (١) ، (٢) نستنتج أن:

$$(١ - ع')^{ن} = (١ + ع)^{-ن}$$

أى أن:

$$(١ - ع') = (١ + ع)^{-١} = \frac{١}{(١ + ع)}$$

ومن ثم فإن:

$$(١ - ع')\,(١ + ع) = ١$$

$$١ - ع' + ع - ع'\,ع = ١$$

$$ع - ع' = ع'\,ع$$

$$ع = ع'\,ع + ع' = ع'\,(١ + ع)$$

$$ع' = \frac{ع}{١ + ع}$$

كذلك فإن:

$$ع' = ع - ع'\,ع = ع\,(١ - ع')$$

$$ع = \frac{ع^/}{١ - ع^/}$$

فكأن معدل الفـائدة، ع، هـو النسـبة بيـن الفـائدة المسـتحقة أثنـاء فـترة زمنية واحدة وأصل المبلغ فى بداية هذه الفترة، أمـا معـدل الخصـم، ع/، فهـو النسبة بين الخصم المستحق لفترة زمنية واحدة والمبلغ المستحق فى نهاية هذه الفترة، كما يتضح من الشكل التالى:

١ (جنيه واحد)	معدل الفائدة ع ــــــــــ فترة زمنية واحدة	١ + ع

حيث نلاحظ من الشكل أن:

المبلغ الأصلى فى بداية الفترة = ١ جنيه

الجملة المستحقة فى نهاية الفترة الزمنية الواحدة = (١ + ع)

الخصم المستحق = ع

معدل الخصم = $ع^/ = \frac{ع}{١ + ع}$.

(١ - ع/)	معدل الخصم ع/ ــــــــــ فترة زمنية واحدة	١ (جنيه واحد)

حيث نلاحظ من الشكل أن:

الأصل فى أول الفترة الزمنية = ١ - ع/

الجملة فى نهاية الفترة الزمنية الواحدة = ١ أى جنيهاً واحداً

الفائدة المستحقة = ع/

معدل الفائدة = $ع = \frac{ع^/}{١ - ع^/}$.

مثال (٣-٣)

إذا كان معدل الفائدة المركبة هو ١٠٪ سنوياً. أوجد القيمة الحالية لوحدة النقود، ح، التى تستحق بعد مضى سنة واحدة، وأوجد معدل الخصم المركب المقابل.

الحل

القيمة الحالية لوحدة النقود التى تستحق بعد وحدة زمن واحدة هى ح

حيث:

$$ح = \frac{١}{١ + ع} = \frac{١}{١ + ٠,١} = ٠,٩٠٩٠٩٠٩$$

$$\text{معدل الخصم المركب} = ع/ = \frac{ع}{١ + ع} = \frac{٠,١٠}{١ + ٠,١٠}$$

$$= ٠,٠٩٠٩٠٩$$

وبالتالى فإن:

معدل الخصم المركب السنوى الذى يناظر معدل فائدة مركبة سنوية ١٠٪ هو ٩,٠٩٠٩٪.

مثال (٣-٣)

إذا كان معدل الخصم المركب ٨٪ سنوياً، أوجد القيمة الحالية لوحدة النقود التى تستحق السداد بعد سنة واحدة من الآن. وما هو معدل الفائدة المركبة المقابل؟

الحل

القيمة الحالية لوحدة النقود التى تستحق بعد سنة واحدة من الآن

$= ح = ١ - ع^{/} = ١ - ٠,٠٨ = ٠,٩٢$

$$\text{معدل الفائدة المركبة} = ع = \frac{ع^{/}}{١ - ع^{/}} = \frac{٠,٠٨}{١ - ٠,٠٨}$$

$= ٠,٠٨٦٩٥٦٥$

وبالتالى فإن:

معدل الفائدة المركبة السنوية الذى يناظر معدل خصم سنوى ٨٪ هو ٨,٦٩٥٦٥٪.

(٢-٣) معادلتا الخصم المركب والقيمة الحالية بإستخدام معدل الفائدة المركبة

(٢-٣-١) معادلة الخصم المركب

الخصم المركب بفائدة مركبة = جملة المبلغ - أصل المبلغ

أى أن:

ص = جـ - أ

وحيث أن جملة المبلغ، جـ ، على أساس معدل الفائدة المركبة، ع، هى:

$$جـ = أ\ (١ + ع)^{ن}$$

وبالتالى فإن:

$$ص = جـ - \frac{جـ}{(١ + ع)^{ن}} = جـ\ [١ - \frac{١}{(١ + ع)^{ن}}]$$

والكمية بين القوسين فى الطرف الأيسر من العلاقة السابقة هى فى الواقع الخصم المركب لوحدة النقود (أى للجنيه الواحد)، إذ أنها عبارة عن جنيه واحد كقيمة أسمية مطروحاً منها القيمة الحالية للجنيه.

ويمكن أن تستخدم هذه الصيغة مباشرة لإيجاد قيمة الخصم المركب بمعلومية معدل الفائدة المركبة، حيث يمكن إيجاد القيمة $(١ + ع)^{ن}$ من العمود الثانى من جداول الفائدة المركبة، إلا أن الحصول على قيمة الكسر $\frac{١}{(١+ع)^{ن}}$ يتطلب إجراء عملية قسمة تحتاج إلى وقت وجهد كبيرين.

فإذا إعتبرنا أن:

$$ح = \frac{١}{(١ + ع)}$$

وهى عبارة عن القيمة الحالية للجنيه الواحد الذى يستحق السداد بعد فترة زمنية واحدة، فإن:

$$ح^{ن} = \frac{١}{(١ + ع)^{ن}}$$

فهى تمثل القيمة الحالية للجنيه الواحد الذى يستحق السداد بعد ن من الفترات الزمنية.

لذلك فقد تم حساب القيمة $ح^{ن}$ لجميع قيم ن من ١ إلى ٥٠ وحدة زمن وللمعدلات من ١٪ إلى ١٢٪ ووضعت بالعمود الثالث من جداول الفائدة المركبة.

وتكون بالتالى معادلة الخصم المركب هى:

$$ص = جـ (١ - ح^{ن})$$

(٢-٣-٢) معادلة القيمة الحالية

أوضحنا سلفاً أن:

القيمة الحالية = القيمة الأسمية – الخصم المركب

أى أن:

$ق_ح = جـ - ص$

بالتعويض عن قيمة ص بما تساويه فى معادلة الخصم المركب ينتج أن:

$ق_ح = جـ - جـ (١ - ح^ن)$

$= جـ [١ - (١ - ح^ن)]$

$= جـ \times ح^ن$ بمعدل ع

وعلى ذلك، فإن القيمة الحالية للدين تساوى حاصل ضرب القيمة الأسمية لهذا الدين فى القيمة الحالية للجنيه الواحد الذى يستحق السداد بعد ن من السنوات بمعدل فائدة مركبة ع.

وتستخدم هذه المعادلة فى إيجاد القيمة الحالية للمبلغ مباشرة دون الحاجة إلى حساب الخصم المركب.

مثال (٣-٤)

كمبيالة قيمتها الأسمية ٥٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد مضى ٤ سنوات من الآن. أوجد مقدار الخصم المركب عن هذه الكمبيالة إذا كان معدل الفائدة المركبة المستخدم هو ٦٪ سنوياً.

الحـل

الخصم المركب = ص = جـ (١ - $ح^{ن}$)

= ٥٠٠٠٠ (١ - $ح^{٤}$) بمعدل ٦٪

بالبحث فى العمود الثالث من جداول الفائدة المركبة والخـاص بالقيمـة الحالية للجنيه تحت المعدل ٦٪ وأمام ن = ٤ نجد أن:

$ح^{٤}$ بمعدل ٦٪ = ٠,٧٩٢٠٩٣

وبالتالى فإن:

ص = ٥٠٠٠٠ (١ - ٠,٧٩٢٠٩٣)

= ١٠٣٩٥,٣٥ جنيهاً.

مثال (٢-٥)

دين قيمته الأسمية ١٠٠٠٠ جنيـه يستحق السداد بعد ١٢ سـنة مـن الآن، فإذا أراد المدين سداد هذا الدين حالياً. احسـب المبلـغ الواجـب دفعـة إذا كان معدل الفائدة المركبة هو ٥٪ سنوياً.

الحـل

مبلغ الدين الواجب دفعة الآن يمثل القيمة الحالية للدين، $ق_{ح}$.

القيمة الحالية للدين = $ق_{ح}$ = جـ × $ح^{ن}$ بمعدل ع

= ١٠٠٠٠ × $ح^{١٢}$ بمعدل ٥٪

من العمـود الثـالث مـن جـداول الفـائدة المركبـة نحصـل علـى القيمـة الحالية للجنيه بمعدل ٥٪ ولمدة ١٢ سنة، حيث نجد أن:

$ح^{١٢}$ بمعدل ٥٪ = ٠,٥٥٦٨٣٧

أى أن:

المبلغ الواجب دفعه الآن = $ق_ح$ = ١٠٠٠٠ × ٠,٥٥٦٨٣٧

= ٥٥٦٨,٣٧ جنيهاً.

مثال (٢-٦)

ما هى القيمة الأسمية لدين بلغت قيمته الحالية ١٥٧٥٤,٢٥ جنيه على أساس معدل فائدة مركبة ٨٪ سنوياً، إذا كان الدين يستحق الدفع بعد ٦ سنوات من الآن:

الحل

$ق_ح$ = جـ × $ح^ن$ بمعدل ع

١٥٧٥٤,٢٥ = جـ × $ح^٦$ بمعدل ٨٪

١٥٧٥٤,٢٥ = جـ × ٠,٦٣٠١٧٠

جـ = $\frac{١٥٧٥٤,٢٥}{٠,٦٣٠١٧٠}$ = ٢٥٠٠٠

القيمة الأسمية للدين = جـ = ٢٥٠٠٠ جنيهاً.

مثال (٢-٧)

كمبيالة قيمتها الأسمية ٤٠٠٠ جنيه وجد أن قيمتها الحالية ٣٠٣٩,٦٦٨ جنيه، فإذا كان معدل الفائدة المركبة الذى خصمت على أساسه الكمبيالة هو ٤٪ سنوياً. فما هى المدة التى تستحق بعدها هذه الكمبيالة؟

الحـل

قح = جـ × $ح^{ن}$ بمعدل ع

٣٠٣٩,٦٦٨ = ٤٠٠٠ × $ح^{ن}$ بمعدل ٤٪ سنوياً

$ح^{ن}$ بمعدل ٤٪ سنوياً = $\frac{٣٠٣٩,٦٦٨}{٤٠٠٠}$ = ٠,٧٥٩٩١٧

بالبحث في العمود الثالث من جداول الفائدة المركبة والخاص بالقيمة الحالية للجنيه تحت المعدل ٤٪ عن القيمة الحالية السابقة والتى تساوى ٠,٧٥٩٩١٧ نجد أنها تقع أمام ن = ٧ ، وبالتالى فإن:

المدة التى تستحق بعدها الكمبيالة = ٧ سنوات.

مثال (٣-٨)

أوجد القيمة الحالية لكمبيالة قيمتها الأسمية ٢٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٨ سنوات و٦ شهور من الآن على أساس معدل فائدة مركبة أسمى سنوى ٦٪ يدفع مرتين فى السنة.

الحـل

حيث أن معدل الفائدة المركبة الأسمى السنوى ٦٪ يدفع مرتين فى السنة، لذلك يجب تحويل مدة خصم الكمبيالة إلى أنصاف سنوات.

مدة خصم الكمبيالة = ٨,٥ × ٢ = ١٧ نصف سنة

قح = جـ × $ح^{ن}$ بمعدل ع

= ٢٠٠٠٠ × $ح^{١٧}$ بمعدل ٦٪ كل نصف سنة

= ٢٠٠٠٠ × ٠,٣٧١٣٦٤ = ٧٤٢٧,٢٨

وتكون القيمة الحالية للكمبيالة = ٧٤٢٧,٢٨ جنيهاً.

مثال (٣-٩)

كمبيالة قيمتها الأسمية ٣٠٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٥ سنوات من الآن تم خصمها الآن لدى بنك مصر، فإذا كان معدل الفائدة المركبة الذى إستخدمه البنك فى خصم الكمبيالة هو ١٠٪ سنوياً ، وعمولة ١٪، ومصاريف تحصيل ٠,٤٪ بحد أدنى ١٥ جنيه. أوجد صافى المستحق لصاحب الكمبيالة.

الحـل

القيمة الحالية للكمبيالة = $ق_ح$ = جـ × $ح^ن$ بمعدل ع

= ٣٠٠٠٠٠ × $ح^٥$ بمعدل ١٠٪ سنوياً

= ٣٠٠٠٠٠ × ٠,٦٢٠٩٢١ = ١٨٦٢٧٦,٣ جنيهاً

العمولة = ٣٠٠٠٠٠ × $\frac{١}{١٠٠}$ = ٣٠٠٠ جنيهاً

مصاريف التحصيل = ٣٠٠٠٠٠ × $\frac{٤}{١٠٠٠}$ = ١٢٠٠ جنيهاً

العمولة ومصاريف التحصيل = ٣٠٠٠ + ١٢٠٠ = ٤٢٠٠ جنيهاً

الصافى المستحق لصاحب الكمبيالة = ١٨٦٢٧٦,٣ - ٤٢٠٠

= ١٨٢٠٧٦,٣ جنيهاً.

مثال (٣-١٠)

مستثمر أمامه العرضين التاليين لشراء مجموعة من الآلات:

العرض الأول:

أن يشترى الآلات بمبلغ ١٠٠٠٠٠ جنيه فوراً.

العرض الثانى:

أن يشترى الآلات بأن يدفع مبلغ ٤٠٠٠٠ جنيه فوراً علـى أن يحـرر بالباقى سنداً أذنياً بمبلغ ٨٠٠٠٠ جنيه يستحق السداد بعد ٣ سنوات.

فـإذا كـان معـدل الفـائدة المركبـة وقـت الشـراء هـو ٧٪ سـنوياً، فـأى العرضين أفضل بالنسبة للمستثمر؟ وما هى قيمة الفرق بين العرضين؟

الحـل

بخصوص العرض الأول:

ثمن الآلات = ١٠٠٠٠٠ جنيهاً.

بخصوص العرض الثانى:

القيمة الحالية للسند الأذنى = ٨٠٠٠٠ × $ح^{٣}$ بمعدل ٧٪ سنوياً

= ٨٠٠٠٠ × ٠,٨١٦٢٩٨ = ٦٥٣٠٣,٨٤ جنيهاً

ثمن الآلات = ٤٠٠٠٠ + ٦٥٣٠٣,٨٤ = ١٠٥٣٠٣,٨٤ جنيهاً.

وكما هو واضح فإن العرض الأول هو الأفضل بالنسبة للمستثمر.

الفرق بين العرضـين = ١٠٥٣٠٣,٨٤ – ١٠٠٠٠٠

= ٥٣٠٣,٨٤ جنيهاً.

حالات خاصة:

إذا كانت المدة (ن) أو المعدل (ع) غير موجودة بالجدول

قد يكون المطلوب أحياناً هو معرفة مدة الخصم أو معدل الفائدة المركبة المستخدم في حالة عدم وجود أي منهما، ويمكن إستخدام جدول القيمة الحالية للجنيه في الحالات التي يذكر فيها كسر مدة أو كسر معدل غير موجود في الجدول بإستعمال طريقة التناسب والتي تنطوي على نسبة ضئيلة من التقريب في النتائج، كما يتضح من الأمثلة التالية:

مثال (٢-١١)

دين قيمته الأسمية ٦٠٠٠٠ جنيه يستحق السداد بعد ٥ سنوات وثلاثة شهور. فإذا كان معدل الفائدة المركبة المستخدم هو ٧٪ سنوياً. أوجد القيمة الحالية لهذا الدين.

الحل

ن = ٥,٢٥ سنة

القيمة الحالية = $ق_ح$ = جـ × $ح^{ن}$ بمعدل ع

= ٦٠٠٠٠ × $ح^{٥,٢٥}$ بمعدل ٧٪ سنوياً

ويتم الحصول على القيمة $ح^{٥,٢٥}$ بمعدل ٧٪ كالآتي:

$ح^{٥}$ بمعدل ٧٪ سنوياً = ٠,٧١٢٩٨٦

$ح^{٦}$ بمعدل ٧٪ سنوياً = ٠,٦٦٦٣٤٢

الفرق المقابل للفرق في سنة = ٠,٠٤٦٦٤٤

الفرق المقابل للفرق في ٠,٢٥ من السنة = ٠,٠٤٦٦٤٤ × ٠,٢٥

= ٠,٠١١٦٦١

$ح^{٥,٢٥} = ح^{٥} - ح^{٠,٢٥}$

وذلك لأن القيمة الحالية تقل بزيادة مدة الخصم

$ح^{٥,٢٥}$ = ٠,٧١٢٩٨٦ - ٠,٠١١٦٦١ = ٠,٧٠١٣٢٥

القيمة الحالية للدين = $ق_ح$ = ٦٠٠٠٠ × ٠,٧٠١٣٢٥

= ٤٢٠٧٩,٥ جنيهاً.

مثال (٢-١٣)

كمبيالة قيمتها الأسمية ٥٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ١٠ سنوات من الآن، تم خصمها لدى بنك الإسكندرية فكانت قيمتها الحالية هي ٢٩٨٤١,١٥ جنيه. احسب معدل الفائدة المركبة الذى إستخدمه البنك فى خصم هذه الكمبيالة.

الحل

القيمة الحالية = $ق_ح$ = جـ × $ح^{ن}$ بمعدل ع

٢٩٨٤١,١٥ = ٥٠٠٠٠ × $ح^{١٠}$ بمعدل ع

$$ح^{١٠} \text{ بمعدل ع} = \frac{٢٩٨٤١,١٥}{٥٠٠٠٠} = ٠,٥٩٦٨٢٣$$

بالبحث فى العمود الثالث من جداول الفائدة المركبة والخاص بالقيمة الحالية للجنيه أمام ١٠ سنوات نجد أن هذا الرقم يقع بين المعدلين ٥٪ ، ٦٪ سنوياً.

فيكون المعدل المطلوب هو ع = (٥ + س)٪، حيث س كسر أقل من الواحد الصحيح. ويتم حساب س كالآتى:

$ح^{-١٠}$ بمعدل ٥٪ من الجدول = ٠,٦١٣٩١٣ (١)

$ح^{-١٠}$ بمعدل (٥ + س)٪ من التمرين = ٠,٥٩٦٨٢٣ (٢)

$ح^{-١٠}$ بمعدل ٦٪ من الجدول = ٠,٥٥٨٣٩٥ (٣)

الفرق فى القيمة الحالية بين (١) ، (٣) = ٠,٠٥٥٥١٨ وهو ناتج عن تغير قدره ١٪ سنوياً

الفرق فى القيمة الحالية بين (١) ، (٢) = ٠,٠١٧٠٩٠ وهو ناتج عن تغير قدره س٪ سنوياً

$$\text{قيمة س} = \frac{\text{فرق القيمة الحالية الذى يعادل س٪ سنوياً}}{\text{فرق القيمة الحالية الذى يعادل ١٪ سنوياً}}$$

$$= \frac{٠,٠١٧٠٩٠}{٠,٠٥٥٥١٨} = ٠,٣٠٧٨٢٨$$

معدل الفائدة المركبة الذى إستخدمه البنك = ٥ + ٠,٣٠٧٨٢٨

= ٥,٣٠٧٨٢٨

≃ ٥,٣٠٧٨٪ سنوياً.

مثال (٢-١٣)

إذا كانت القيمة الحالية لمبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه قد وجدت أنها تساوى ١٢٠٠٠ جنيه على أساس معدل فائدة مركبة ٧٪ سنوياً. فما هى مدة خصم هذا المبلغ؟

الحـل

$ق_ح$ = جـ × $ح^ن$ بمعدل ع

١٢٠٠٠ = ٢٠٠٠٠ × $ح^ن$ بمعدل ٧٪ سنوياً

$ح^ن$ بمعدل ٧٪ سنوياً = $\frac{١٢٠٠٠}{٢٠٠٠٠}$ = ٠,٦٠

بالبحث فى العمود الثالث من جداول الفائدة المركبة والخـاص بالقيمـة الحالية للجنيه تحت المعدل ٧٪ عـن المـدة التـى تصبـح بعدهـا القيمـة الحاليـة للجنيه ٠,٦٠، نجد أن هذه المدة تنحصر بين ٨ ، ٩ سنوات، حيث:

$ح^٨$ بمعدل ٧٪ سنوياً = ٠,٦٢٧٤١٢

$ح^٩$ بمعدل ٧٪ سنوياً = ٠,٥٩١٨٩٨

فرق القيمة الحالية عن سنة = ٠,٠٣٥٥١٤

مدة الخصم أكبر من ٨ سنوات وأقل من ٩ سنوات، إذن:

مدة الخصم ، ن = ٨ + س

$ح^{٨+س}$ = ٠,٦

فرق القيمة الحالية عن س سنة = $ح^٨$ − $ح^{٨+س}$

= ٠,٦٢٧٤١٢ − ٠,٦

= ٠,٠٢٧٤١٢

قيمة س = $\frac{\text{فرق القيمة الحالية عن س سنة}}{\text{فرق القيمة الحالية عن سنة واحدة}}$

= $\frac{٠,٠٢٧٤١٢}{٠,٠٣٥٥١٤}$ = ٠,٧٧١٨٦٤٦

وبالتالى فإن:

مدة خصم المبلغ = ٨ + ٠,٧٧١٨٦٤٦ = ٨,٧٧١٨٦٤٦ سنوات

وهى تعادل ٨ سنوات، ٩ شهور، ٨ أيام تقريباً.

مثال (٣-١٤)

إحدى الشركات مدينة لأحد الموردين بمبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه يستحق السداد بعد ٨ سنوات، ٤ شهور، ١٠ أيام من الآن. فإذا رغبت الشركة فى سداد ما عليها للمورد مرة واحدة الآن، فما هو المبلغ الواجب دفعه للمورد إذا كان معدل الفائدة المركبة الآن هو ٦٪ سنوياً؟

الحل

مدة خصم الدين هى ٨ سنوات، ٤ شهور، ١٠ أيام ويلزم تحويلها أولاً إلى سنوات، حيث نجد أن:

$$\text{٤ شهور} = \frac{\text{٤}}{\text{١٢}} = \text{٠,٣٣٣٣٣٣٣ سنة}$$

$$\text{١٠ أيام} = \frac{\text{٣}}{\text{٣٦٥}} = \text{٠,٠٢٧٣٩٧٢ سنة}$$

المدة الإجمالية بالسنوات = ٨,٣٦٠٧٣٠٢ سنوات

$ق_ح = جـ \times ح^{ن}$ بمعدل ٦٪ سنوياً

$= ٥٠٠٠٠ \times ح^{٨,٣٦٠٧٣٠٢}$ بمعدل ٦٪ سنوياً

لإيجاد القيمة الحالية $ح^{٨,٣٦٠٧٣٠٢}$ بمعدل ٦٪ سنوياً بطريقة التناسب

نجد أن المدة ، ن = ٨,٣٦٠٧٣٠٢ سنوات تقع بين ٨ ، ٩ سنوات

$ح^{٨}$ بمعدل ٦٪ = ٠,٦٢٧٤١٢

$ح^{٩}$ بمعدل ٦٪ = ٠,٥٩١٨٩٨

فرق القيمة الحالية عن سنة واحدة = ٠,٠٣٥٥١٤

فرق القيمة الحالية عن ٠,٣٦٠٧٣٠٢ من السنة = $ح^{٠,٣٦٠٧٣٠٢}$

= ٠,٠٣٥٥١٤ × ٠,٣٦٠٧٣٠٢ = ٠,٠١٢٨١٠٩

$ح^{٨,٣٦٠٧٣٠٢} = ح^{٨} - ح^{٠,٣٦٠٧٣٠٢}$

= ٠,٦٢٧٤١٢ − ٠,٠١٢٨١٠٩

= ٠,٦١٤٦٠١١

ما تدفعه الشركة للمورد الآن = القيمة الحالية لمبلغ الدين

= ٥٠٠٠٠ × ٠,٦١٤٦٠١١

= ٣٠٧٣٠,٠٥٥ جنيهاً.

الباب الثالث

تسوية وإستبدال الديون

الأصل أن يقوم المدين بسداد المستحق عليه من ديون فى تاريخ الإستحقاق المتفق عليه، ولكن فى كثير من الأحوال يجد المدين نفسه عاجزاً عن الوفاء بالتزاماته المالية لدائنيه فى تواريخ إستحقاقاتها المحددة لعدم توافر السيولة النقدية لديه نتيجة حدوث ظروف طارئة فى السوق وما قد يترتب على ذلك من آثار ضارة بسمعته المالية قد تؤدى إلى إشهار إفلاسه.

وبالعكس، قد يحدث أن يتوافر لدي المدين أموالاً حاضرة ويرغب فى سداد كل أو بعض ديونه قبل تاريخ إستحقاقها. ففى مثل هذه الحالات يتفق المدين والدائن على إستبدال كل الديون القديمة أو جزء منها بأخرى جديدة تستحق الدفع بعد مدد أخرى مختلفة يتوفر عندها للمدين نقدية سائلة تمكنه من الوفاء بالتزاماته.

فيقصد بتسوية أو إستبدال الديون تغيير قيم الديون أو تواريخ إستحقاقها أو عددها أو بعض هذه العمليات أو كلها فى نفس الوقت. ومن الطبيعى فى عملية التسوية أو التعديل فإن التأجيل يستلزم إضافة فائدة تأخير إلى قيمة الدين، بينما التعجيل بالسداد يستلزم إستنزال مقدار خصم التعجيل من قيمة الدين.

فإذا رغب المدين أن يؤجل سداد دينه أو ديونه عدة سنوات، فمن المنطقى أن المبلغ المستحق فى نهاية المدة سيكون أكبر من المبلغ الأصلى.

والعكس صحيح، إذا رغب المدين أن يعجل موعد السداد فإن المبلغ المسدد سيكون أقل بالطبع من المبلغ الأصلى. فإذا كان هناك مبلغاً ما وليكن ١٠٠٠ جنيه وأن هذا المبلغ يستحق الدفع أو قد دفع فعلاً فى تاريخ معين، فإن قيمة هذا المبلغ لا تساوى ١٠٠٠ جنيه إلا فى تاريخ إستحقاقه أو دفعه، فهى أقل من ١٠٠٠ جنيه قبل ذلك التاريخ، وأكبر من ١٠٠٠ جنيه بعد ذلك التاريخ.

ولقد أوضحنا أيضاً أنه إذا تم الوفاء بالدين قبل ميعاد إستحقاقه بفترة وجيزة فى حدود سنة أو عدد من الشهور فإنه يمكن تسوية هذه الديون بإستخدام الخصم التجارى أو الخصم الصحيح، أما إذا تم الوفاء بالدين قبل ميعاد إستحقاقه بمدة طويلة قد تمتد إلى عدد من السنوات فيتم تسوية الديون بإستخدام الخصم الصحيح فقط.

والمبدأ الأساسى الذى يحكم عملية التسوية أو جدولة الديون هو ألا يضار كلاً من الدائن والمدين نتيجة لهذه العملية. والقاعدة الأساسية التى تضمن تحقيق هذا المبدأ يطلق عليها "معادلة القيمة" والتى بمقتضاها تتساوى قيمة الديون الأصلية فى تاريخ معين مع قيمة الديون الجديدة (المعدلة) فى نفس التاريخ.

ويتوقف إستخدام قانون الجملة أو قانون القيمة الحالية فى معادلة القيمة على تاريخ التسوية، ويواجهنا هنا إحدى ثلاث حالات وهى:

الحالة الأولى: إذا كان تاريخ التسوية هو تاريخ أطول دين أو آخر تاريخ إستحقاق.

في هذه الحالة فإن معادلة القيمة تعتمد على معادلة الجملة في إيجاد قيم الديون القديمة والجديدة، أى يستخدم قانون الجملة، حيث:

جملة الديون القديمة = جملة الديون الجديدة

أو

جملة الديون قبل التسوية = جملة الديون بعد التسوية

الحالة الثانية: إذا كان تاريخ التسوية هو نفسه يوم التسوية أو أول تاريخ إستحقاق أى مبلغ.

في هذه الحالة تعتمد معادلة القيمة على معادلة القيمة الحالية في إيجاد قيم الديون القديمة والجديدة، أى يستخدم قانون القيمة الحالية، حيث:

القيمة الحالية للديون القديمة = القيمة الحالية للديون الجديدة

أو

القيمة الحالية للديون قبل التسوية = القيمة الحالية للديون بعد التسوية

الحالة الثالثة: إذا كان تاريخ التسوية هو تاريخ متوسط بين أول وآخر تاريخ إستحقاق.

في هذه الحالة فإن معادلة القيمة تستخدم كل من معادلتى الجملة والقيمة الحالية حسب التواريخ المختلفة للديون القديمة والجديدة.

وبعد حساب القيم الحالية للديون القديمة يخصم من مجموعها ما قد يسدده المدين للدائن نقداً وأيضاً القيم الحالية للكمبيالات المظهرة لصالح الدائن، والباقى بعد ذلك يعتبر قيمة حالية للديون الجديدة تحسب بعد ذلك قيمتها الأسمية بالشروط الجديدة المتفق عليها.

مثال (٣-١)

مستثمر مدين لأحد البنوك بالمبالغ الآتية:

٢٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٤ سنوات من الآن

٣٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٦ سنوات ونصف من الآن

٥٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٨ سنوات من الآن.

فإذا أراد المستثمر أن يسدد للبنك هذه الديون مرة واحدة الآن. احسب المبلغ الواجب دفعه الآن، إذا كان معدل الفائدة المركبة ٦٪ كل نصف سنة.

الحل

حيث أن معدل الفائدة المركبة ٦٪ كل نصف سنة، لذا يلزم تحويل مدد الخصم إلى أنصاف سنوات، فتكون المدد بالنسبة للديون الثلاث هى على الترتيب: ٨ ، ١٣ ، ١٦

المبلغ الواجب دفعه الآن = مجموع القيم الحالية للديون القديمة

= ٢٠٠٠٠ × ح^{٨} + ٣٠٠٠٠ × ح^{١٣} + ٥٠٠٠٠ × ح^{١٦} بمعدل ٦٪

= ٢٠٠٠٠×٠,٦٢٧٤١٢+٣٠٠٠٠×٠,٤٦٨٨٣٩+٥٠٠٠٠× ٠,٣٩٣٦٤٦

= ١٢٥٤٨,٢٤ + ١٤٠٦٥,١٧ + ١٩٦٨٢,٣ = ٤٦٢٩٥,٧١جنيهاً .

مثال (٣-٢)

صاحب شركة سياحية مدين لبنك المهندس بالمبالغ الآتية:

٢٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٣ سنوات من الآن

٣٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٥ سنوات من الآن

٦٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٨ سنوات من الآن.

فإذا رغب صاحب الشركة أن يسدد كل ديونه للبنك مرة واحدة الآن، فأوجد المبلغ الواجب دفعه إذا كان معدل الخصم المركب الذى يستخدمه البنك هو ٧,٤٠٧٤١٪ سنوياً.

الحـل

معدل الخصم المركب = ع/ = ٧,٤٠٧٤١٪

المبلغ الواجب دفعه الآن يمثـل مجمـوع القيم الحاليـة للديـون الثـلاث الأصلية.

ويوجد طريقتان لحساب القيم الحالية للديون الثلاث هما:

الطريقة الأولى:

بإستخدام معدل الخصم المركب، ع/، مباشرة. حيث نجد أن:

المبلغ الواجب دفعه الآن = القيمة الحالية للدين الأول + القيمة الحاليـة للدين الثانى + القيمة الحالية للدين الثالث.

= جـ١ (١−ع/)^{ن_١} + جـ٢ (١−ع/)^{ن_٢} + جـ٣ (١−ع/)^{ن_٣}

= ٢٠٠٠٠ (١−٠,٠٧٤٠٧٤١)^{٣} + ٣٠٠٠٠ (١−٠,٠٧٤٠٧٤١)^{٥}

+ ٦٠٠٠٠ (١− ٠,٠٧٤٠٧٤١)^{٨}

ولا يخفـى مـدى الصعوبـة التـى تواجهنـا عنـد إيجـاد الكميـات بيـن الأقواس فى الناتج السابق، لذلك يفضل فى هـذه الحالـة إتبـاع الطريقـة الثانيـة فى الحل والتى تعتمد على إستخدام معدل الفائدة المركبة، ع، بدلاً مـن معـدل الخصم المركب، ع/.

الطريقة الثانية:

يمكن إيجاد قيمة معدل الفائدة المركبة، ع، بمعلومية قيمة معدل الخصم المركب، ع/، فمن المعلوم أن:

$$\text{ع} = \frac{\text{ع}/}{\text{١}-\text{ع}/} = \frac{\text{٠,٠٧٤٠٧٤١}}{\text{١}-\text{٠,٠٧٤٠٧٤١}}$$

$$= \frac{\text{٠,٠٧٤٠٧٤١}}{\text{٠,٩٢٥٩٢٥٩}} = \text{٠,٠٨}$$

أى أن معدل الخصم المركب ٧,٤٠٧٤١٪ سنوياً يناظر معدل فائدة مركبة ٨٪ سنوياً، ويمكن ببساطة إستخدام معدل الفائدة المركبة ٨٪ فى إيجاد القيم الحالية للديون الأصلية، حيث نجد أن:

المبلغ الواجب آداؤه الآن = القيمة الحالية للدين الأول + القيمة الحالية للدين الثانى + القيمة الحالية للدين الثالث

$$= \text{جـ}_{1} \times \text{ح}^{\text{ن}_{1}} + \text{جـ}_{2} \times \text{ح}^{\text{ن}_{2}} + \text{جـ}_{3} \times \text{ح}^{\text{ن}_{3}} \quad \text{بمعدل فائدة مركبة ع}$$

$$= \text{٢٠٠٠٠} \times \text{ح}^{3} + \text{٣٠٠٠٠} \times \text{ح}^{5} + \text{٦٠٠٠٠} \times \text{ح}^{8} \quad \text{بمعدل ٨٪}$$

= ٢٠٠٠٠ × ٠,٧٩٣٨٣٢ + ٣٠٠٠٠ × ٠,٦٨٠٥٨٣

+ ٦٠٠٠٠ × ٠,٥٤٠٢٦٩

= ١٥٨٧٦,٦٤ + ٢٠٤١٧,٤٩ + ٣٢٤١٦,١٤

= ٦٨٧١٠,٢٧ جنيهاً.

مثال (٣-٣)

شخص مدين لآخر بالمبالغ الآتية:

٢٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٣ سنوات من الآن

٤٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٥ سنوات من الآن

٩٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٦ سنوات من الآن.

فإذا أراد المدين أن يسدد للدائن الآن نقداً مبلغ ٣٠١٢٩,١٩ جنيه ويحرر له بالباقى سنداً أذنياً يستحق السداد بعد ٨ سنوات من الآن. احسب القيمة الأسمية للسند الأذنى إذا كان معدل الفائدة المركبة المستخدم ٨٪ سنوياً.

الحل

حيث أن تاريخ التسوية هو الآن، لذلك فإن:

القيمة الحالية للديون القديمة = القيمة الحالية للدين الجديد

القيمة الحالية للديون القديمة

= ٢٠٠٠٠ × $ح^{٣}$+ ٤٠٠٠٠ × $ح^{٥}$+ ٩٠٠٠٠ × $ح^{٦}$ بمعدل ٨٪

= ٢٠٠٠٠ × ٠,٧٩٣٨٣٢ + ٤٠٠٠٠ × ٠,٦٨٠٥٨٣

+ ٩٠٠٠٠ × ٠,٦٣٠١٧٠

= ١٥٨٧٦,٦٤ + ٢٧٢٢٣,٣٢+ ٥٦٧١٥,٣ = ٩٩٨١٥,٢٦ جنيهاً.

القيمة الحالية للديون القديمة (بعد السداد النقدى)

= ٩٩٨١٥,٢٦ - ١٩٨١٥,٢٦ = ٨٠٠٠٠ جنيهاً.

نفرض أن القيمة الأسمية للسند الأذنى = س جنيه

القيمة الحالية للسند الأذنى = س × $ح^{٨}$ بمعدل ٨٪ سنوياً

إذن:

٨٠٠٠٠ = س × $ح^{٨}$ بمعدل ٨٪ سنوياً

٨٠٠٠٠ = س × ٠,٥٤٠٢٦٩

$$س = \frac{٨٠٠٠٠}{٠,٥٤٠٢٦٩} = ١٤٨٠٧٤,٣٩$$

فتكون القيمة الأسمية للسند الأذنى = ١٤٨٠٧٤,٣٩ جنيهاً.

مثال (٣-٤)

مصنع مدين لمورد مواد خام بموجب السندات الآتية:

الأول قيمته الأسمية ٥٠٠٠٠ جنيه ويستحق الدفع أول يناير عام ١٩٩٥

الثانى قيمته الأسمية ٦٠٠٠٠ جنيه ويستحق الدفع أول يناير عام ١٩٩٩

الثالث قيمته الأسمية ٨٠٠٠٠ جنيه ويستحق الدفع أول يناير عام ٢٠٠١

فإذا علمت أن مدير المصنع لم يتمكن من سداد السند الأول فى ميعاده، وفى تاريخ إستحقاق السند الثانى أتفق مع المورد على الآتى:

١- أن يدفع للمورد نقداً مبلغ ٧٧٥٨١,٠٢ جنيهاً.

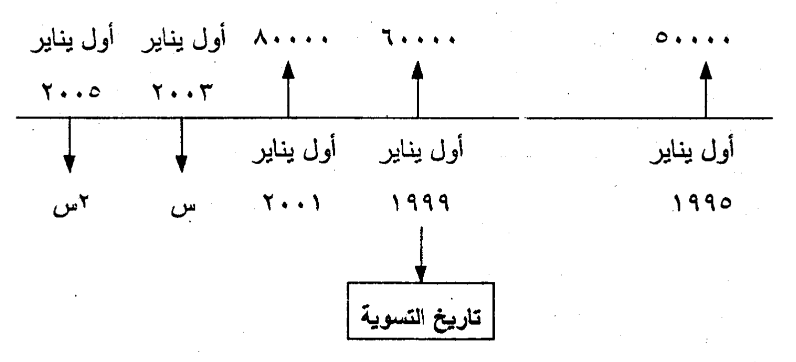
٢- أن يحرر له بالباقى كمبيالتين القيمة الأسمية للكمبيالة الأولى نصف القيمة الأسمية للكمبيالة الثانية، وتستحق الكمبيالة الأولى بعد ٤ سنوات، والكمبيالة الثانية بعد ٦ سنوات (من تاريخ التسوية). احسب القيمة الأسمية لكل كمبيالة إذا كان معدل الفائدة المركبة السائد وقت التسوية هو ٥٪ سنوياً.

الحل

نفرض أن القيمة الأسمية للكمبيالة الأولى س جنيه

فتكون القيمة الأسمية للكمبيالة الثانية ٢س جنيه.

يمكن تمثيل الديون الثلاث القديمة والدينين الجديدين بالشكل التوضيحى التالى:



بالنسبة للديون القديمة:

السند الأول لم يسدد فى تاريخ إستحقاقه (أول يناير ١٩٩٥)، لذلك نقوم بحساب الجملة بالنسبة له عن مدة التأخير وهى ٤ سنوات.

أما السند الثانى فيستحق فى نفس يوم التسوية، لذلك فإن قيمته الأسمية هى نفسها قيمته الحالية.

أما السند الثالث فلم يحل ميعاد إستحقاقه بعد، لذلك تحسب قيمته الحالية عن مدة التعجيل وقدرها سنتين.

ففى تاريخ التسوية وهو أول يناير ١٩٩٩، نجد أن:

قيمة الديون القديمة = جملة السند الأول + القيمة الأسمية للسند الثانى

+ القيمة الحالية للسند الثالث

= ٥٠٠٠٠ (١+٠,٠٥)^{٤} + ٦٠٠٠٠ + ٨٠٠٠٠ × ح^{٢} بمعدل ٥٪

= ٥٠٠٠٠ × ١,٢١٥٥٠٦ + ٦٠٠٠٠ + ٨٠٠٠٠ × ٠,٩٠٧٠٢٩

= ٦٠٧٧٥,٣ + ٦٠٠٠٠ + ٧٢٥٦٢,٣٢

= ١٩٣٣٣٧,٦٢ جنيهاً.

قيمة الديون القديمة بعد السداد النقدى

= ١٩٣٣٣٧,٦٢ - ٧٧٥٨١,٠٢ = ١١٥٧٥٦,٦ جنيهاً. (١)

بالنسبة للديون الجديدة:

القيمة الحالية للديون الجديدة = س× ح^{٤} +٢س×ح^{٦} بمعدل ٥٪ سنوياً

=س × ٠,٨٢٢٧٠٢+ ٢س × ٠,٧٤٦٢١٥ = ٢,٣١٥١٣٢س (٢)

بمساواة (١) ، (٢) ينتج أن:

٢,٣١٥١٣٢ س = ١١٥٧٥٦,٦

$$س = \frac{١١٥٧٥٦,٦}{٢,٣١٥١٣٢} = ٥٠٠٠٠$$

وبالتالى فإن:

القيمة الأسمية للكمبيالة الأولى = ٥٠٠٠٠ جنيهاً

القيمة الأسمية للكمبيالة الثانية = ١٠٠٠٠٠ جنيهاً.

مثال (٣-٥)

اقترض أحد المستثمرين المبالغ الآتية من بنك القاهرة:

٣٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٣ سنوات من الآن

٤٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد٥ سنوات من الآن

٦٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٨ سنوات من الآن.

فإذا علمت أنه فى تاريخ إستحقاق المبلغ الأول أتفق المستثمر مع البنك على إستبدال هذه الديون الثلاث بسندين أذنيين جديدين قيمتهما الأسمية متساوية ويستحق الأول بعد ٦ سنوات ويستحق الثانى بعد ١٠ سنوات من الآن، فإذا كان المعدل الأسمى السنوى للفائدة المركبة هو ٨٪ وتضاف الفائدة ٤ مرات فى السنة. فأوجد القيمة الأسمية لكل سند.

الحل

المعدل الربع سنوى = $\frac{٨٪}{٤}$ = ٢٪

ويلزم تحويل المدد إلى مدد ربع سنوية، حيث يلاحظ أن:

المدد الربع سنوية للثلاثة ديون القديمة هى: ١٢، ٢٠، ٣٢ ربع سنة

المدد الربع سنوية للدينين الجديدين هما: ٢٤ ، ٤٠ ربع سنة

نفرض أن القيمة الأسمية للسند الأول = القيمة الأسمية للسند الثانى

= س جنيه

حيث أن تاريخ التسوية هو تاريخ إستحقاق الدين الأول أى بعد ١٢ ربع سنة، فإن معادلة القيمة تكون كما يلى:

القيمة الحالية للديون القديمة (بعد ١٢ ربع سنة) = القيمة الحالية للديون الجديدة (فى نفس التاريخ).

إذن:

$$٢٠٠٠٠ + ٤٠٠٠٠ \times ح^{٨} + ٦٠٠٠٠ \times ح^{٢٠}$$

$$= س \times ح^{١٢} + س \times ح^{٢٨} \quad \text{بمعدل ٢٪}$$

$$٢٠٠٠٠ + ٤٠٠٠٠ \times ٠,٨٥٣٤٩٠ + ٦٠٠٠٠ \times ٠,٦٧٢٩٧١$$

$$= س \times ٠,٧٨٨٤٩٣ + س \times ٠,٥٧٤٣٧٤$$

$$٩٤٥١٧,٨٦ = ١,٣٦٢٨٦٧ \text{ س}$$

$$س = \frac{٩٤٥١٧,٨٦}{١,٣٦٢٨٦٧} = ٦٩٣٥٢,٢٢$$

أى أن:

القيمة الأسمية للسند الأول = القيمة الأسمية للسند الثانى

= ٦٩٣٥٢,٢٢ جنيهاً.

مثال (٣-٦)

ما هى المدة التى يمكن فى نهايتها سداد الدينين الآتيين بمبلغ ٣٨٧٣٧,٤٠٥ جنيه، إذا كان معدل الفائدة المركبة ٧٪ سنوياً:

١٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى نهاية ٥ سنوات

٣٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى نهاية ٧ سنوات؟

الحل

نفرض أن المدة التى يتم السداد فى نهايتها هى ن سنة

القيمة الحالية للديون القديمة = القيمة الحالية للمبلغ الواجب دفعه فى

نهاية ن سنة

= ١٠٠٠٠ × $ح^{٥}$ + ٣٠٠٠٠ × $ح^{٧}$

= ٣٨٧٣٧,٤٠٥ × $ح^{ن}$ بمعدل ٧٪ سنوياً

١٠٠٠٠ × ٠,٧١٢٩٨٦ + ٣٠٠٠٠ × ٠,٦٢٢٧٥٠

= ٣٨٧٣٧,٤٠٥ × $ح^{ن}$ بمعدل ٧٪ سنوياً

٧١٢٩,٨٦ + ١٨٦٨٢,٥ = ٣٨٧٣٧,٤٠٥ × $ح^{ن}$ بمعدل ٧٪ سنوياً

٢٥٨١٢,٣٦ = ٣٨٧٣٧,٤٠٥ × $ح^{ن}$ بمعدل ٧٪ سنوياً

$$ح^{ن} \text{ بمعدل ٧٪ سنوياً} = \frac{٢٥٨١٢,٣٦}{٣٨٧٣٧,٤٠٥} = ٠,٦٦٦٣٤٢$$

بالبحث فى العمود الثالث من جداول الفائدة المركبة وتحت المعدل ٧٪ نجد أن القيمة الحالية للجنيه وهى ٠,٦٦٦٣٤٢ تقع أمام ن = ٦

إذن، المدة التى يمكن فى نهايتها سداد الدينين الأصليين هى ٦ سنوات.

مثال (٣-٧)

شخص مدين لأحد البنوك بالمبالغ الآتية:

٤٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى آخر ديسمبر عام ١٩٩٥

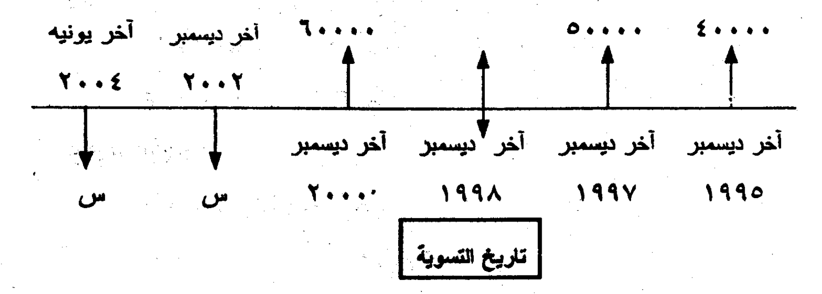
٥٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى آخر ديسمبر عام ١٩٩٧

٦٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى آخر ديسمبر عام ٢٠٠٠

وفى آخر ديسمبر عام ١٩٩٨ أراد المدين الإستعاضة عن هذه الديون بدينين جديدين متساويين فى قيمتهما الأسمية يستحق أحدهما فى آخر ديسمبر عام ٢٠٠٢ ويستحق الآخر فى آخر يونيه عام ٢٠٠٤. أوجد القيمة الأسمية لكل من هذين الدينين، إذا كان معدل الفائدة المركبة المستخدم هو ٨٪ سنوياً.

الحل

نفرض أن القيمة الأسمية لكل دين من الدينين الجديدين = س جنيهاً، فيمكن تمثيل الديون الثلاثة الأصلية والدينين الجديدين بالشكل التوضيحى التالى:



بالنسبة للديون القديمة:

الدين الأول لم يسدد فى تاريخ إستحقاقه (آخر ديسمبر ١٩٩٥)، لذلك نقوم بحساب الجملة بالنسبة له عن مدة التأخير وهى ٣ سنوات (الفرق بين تاريخ التسوية وتاريخ الإستحقاق).

الدين الثانى لم يسدد أيضاً فى تاريخ إستحقاقه (آخر ديسمبر عام ١٩٩٧)، لذلك تحسب له الجملة عن مدة التأخير وهى سنة واحدة (الفرق بين تاريخ التسوية وتاريخ الإستحقاق).

الدين الثالث فلم يحل ميعاد إستحقاقه بعد، لذلك تحسب قيمته الحالية عن مدة التعجيل وهى سنتين (الفرق بين تاريخ الإستحقاق وتاريخ التسوية).

بالنسبة للديون الجديدة:

الدين الأول تحسب قيمته الحالية عن مدة التعجيل وقدرها ٤ سنوات (الفرق بين تاريخ الإستحقاق وتاريخ التسوية).

الدين الثانى تحسب قيمته الحالية عن مدة التعجيل وقدرها ٦ سنوات ونصف السنة (الفرق بين تاريخ الإستحقاق وتاريخ التسوية).

وتكون معادلة القيمة التى تحكم عملية التسوية هى:

قيمة الديون القديمة = قيمة الديون الجديدة

الطرف الأيمن:

قيمة الديون القديمة = جملة الدين الأول + جملة الدين الثانى + القيمة الحالية للدين الثالث.

= ٤٠٠٠٠ (١ + ٠,٠٨)^{٣} + ٥٠٠٠٠ (١+٠,٠٨)

+ ٦٠٠٠٠ × ح^{٢} بمعدل ٨٪ سنوياً

= ٤٠٠٠٠ × ١,٢٥٩٧١٢ + ٥٠٠٠٠ × ١,٠٨

+ ٦٠٠٠٠ × ٠,٨٥٧٣٣٩ = ١٥٥٨٢٨,٨٢ جنيهاً.

الطرف الأيسر:

قيمة الديون الجديدة = القيمة الحالية للدين الأول + القيمة الحالية للدين الثانى

= س × $ح^{٤}$ + س × $ح^{٦,٥}$ بمعدل ٨٪ سنوياً.

لإيجاد القيمة الحالية للجنيه لمدة ٦ سنوات ونصف السنة عند المعدل ٨٪، فإن:

$ح^{٦}$ بمعدل ٨٪ = ٠,٦٣٠١٧٠

$ح^{٧}$ بمعدل ٨٪ = ٠,٥٨٣٤٩٠

الفرق المقابل للفرق فى سنة = ٠,٠٤٦٦٨

الفرق المقابل للفرق فى ٠,٥ سنة = ٠,٠٤٦٦٨×٠,٥ = ٠,٠٢٣٣٤

إذن:

$ح^{٦,٥}$ = $ح^{٦}$ − $ح^{٠,٥}$

= ٠,٦٣٠١٧٠ − ٠,٠٢٣٣٤ = ٠,٦٠٦٨٣

القيمة الحالية للديون الجديدة = س× ٠,٧٣٥٠٣٠+ س× ٠,٦٠٦٨٣

= ١,٣٤١٨٦ س

بمساواة الطرفين الأيمن والأيسر من معادلة القيمة ينتج أن:

١,٣٤١٨٦ س = ١٥٥٨٢٨,٨٢

$$س = \frac{١٥٥٨٢٨,٨٢}{١,٣٤١٨٦} = ١١٦١٢٨,٩٧$$

أى أن:

القيمة الأسمية لكل دين من الدينين الجديدين = ١١٦١٢٨,٩٧ جنيهاً.

مثال (٣-٨)

إحدى الجمعيات التعاونية مدينة لبنك التنمية والإئتمان الزراعى بمبلـغ ١٥٠٠٠ جنيه يستحق السداد بعد ٤ سنوات من الآن ومبلغاً ما يستحق السـداد بعد ٧ سنوات من الآن. فـإذا إتفقـت الجمعيـة مـع البنـك علـى إسـتبدال هذيـن الدينين بثلاثة ديون قيمتها الأسمية هى على الترتيب ١٠٠٠٠ جنيــه ، ٨٠٠٠ جنيه، ٢٢٦٣٦,٣٤٦جنيه تستحق السداد بعد ٣ سنوات، ٥ سنوات، ٨ سنوات من الآن، على الترتيب. فإذا كان معدل الفائدة المركبة المستخدم وقت التسوية هو ٨٪ سنوياً. أوجد مقدار الدين الأصلى الثانى.

الحــل

حيث أن تاريخ التسوية هـو الآن، فتكـون معادلـة القيمـة التـى تحكـم عملية التسوية هى:

القيمة الحالية للديون القديمة = القيمة الحالية للديون الجديدة

بالنسبة للطرف الأيمن:

نفرض أن القيمة الأسمية للدين الأصلى الثانى = س جنيهاً

القيمة الحالية للديون القديمة =١٥٠٠٠ × ح^{٤}+ س × ح^{٧} بمعدل ٨٪

= ١٥٠٠٠ × ٠,٧٣٥٠٣٠ + س × ٠,٨٣٤٩٠

= ١١٠٢٥,٤٥ + ٠,٥٨٣٤٩٠ س

بالنسبة للطرف الأيسر:

القيمة الحالية للديون الجديدة = ١٠٠٠٠ × $ح^{٣}$ + ٨٠٠٠ × $ح^{٥}$

+ ٢٢٦٣٦,٣٤٦ × $ح^{٨}$ بمعدل ٨٪ سنوياً

= ١٠٠٠٠ × ٠,٧٩٣٨٣٢ + ٨٠٠٠ × ٠,٦٨٠٥٨٣

+ ٢٢٦٣٦,٣٤٦ × ٠,٥٤٠٢٦٩ = ٢٥٦١٢,٧

بمساواة الطرفين الأيمن والأيسر ينتج أن:

١١٠٢٥,٤٥ + ٠,٥٨٣٤٩ س = ٢٥٦١٢,٧

٠,٥٨٣٤٩ س = ٢٥٦١٢,٧ – ١١٠٢٥,٤٥

٠,٥٨٣٤٩ س = ١٤٥٨٧,٢٥

$$س = \frac{١٤٥٨٧,٢٥}{٠,٥٨٣٤٩} = ٢٥٠٠٠$$

فتكون القيمة الأسمية للدين الأصلى الثانى هى ٢٥٠٠٠ جنيهاً.

مثال (٣-٩)

اقترض أحد المستثمرين من بنك مصر المبالغ الآتية بمعدل فائدة مركبة ٥٪ تضاف كل ستة شهور:

٤٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٣ سنوات من الآن

٥٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٥ سنوات من الآن

٨٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٧ سنوات من الآن .

فإذا أتفق المستثمر مع البنك الآن على أن يسدد له نقداً مبلغ ٣٠٣٤٩,٧١ جنيه ويحرر له بالباقى كمبيالتين: القيمة الأسمية للكمبيالة

الأولى نصف القيمة الأسمية للكمبيالة الثانية بحيث أن الكمبيالة الأولى تستحق السداد بعد سنة والكمبيالة الثانيـة تستحق السداد بعد سنة ونصف من الآن بمعدل فائدة بسيطة ١٢٪ سنوياً. والمطلوب إيجاد القيمة الأسمية لكـل كمبيالـة من الكمبيالتين.

الحـل

حيث أن معدل الفائدة المركبة بالنسبة للمبالغ المقترضة هو ٥٪ تضاف كل ٦ شهور، فيلزم تحويل مدد هذه المبالغ إلى أنصاف سنوات، وتكون مدد المبالغ الثلاث المقترضة بأنصاف السنوات هى على الترتيب ٦ ، ١٠ ، ١٤.

وحيث أن تاريخ التسوية هو الآن، فإن معادلة القيمة التى تحكم عملية التسوية هى:

القيمة الحالية للديون القديمة = القيمة الحالية للديون الجديدة

الطرف الأيمن:

القيمة الحالية للديون القديمة (بفائدة مركبة)

= ٤٠٠٠٠ × $ح^{٦}$ + ٥٠٠٠٠ × $ح^{١٠}$ + ٨٠٠٠٠ × $ح^{١٤}$

بمعدل فائدة ٥٪ كل نصف سنة

= ٤٠٠٠٠ × ٠,٧٤٦٢١٥٤ + ٥٠٠٠٠ × ٠,٦١٣١١٣٢

+ ٨٠٠٠٠ × ٠,٥٠٥٠٦٧٩ = ١٠٠٩٠٩,٧١ جنيهاً.

القيمة الحالية للديون القديمة بعد السداد النقدى

= ١٠٠٩٠٩,٧١ - ٣٠٣٤٩,٧١ = ٧٠٥٦٠ جنيهاً.

الطرف الأيسر:

نفرض أن القيمة الأسمية للكمبيالة الأولى = س جنيهاً، فتكون القيمة الأسمية للكمبيالة الثانية = ٢س جنيهاً

القيمة الحالية للديون الجديدة (بفائدة بسيطة)

$$= (س - س \times \frac{١٢}{١٠٠} \times ١) + (٢س - ٢س \times \frac{١٢}{١٠٠} \times ١,٥)$$

$$= (س - ٠,١٢ س) + (٢س - ٠,٣٦ س)$$

$$= ٢,٥٢ س$$

بمساواة الطرفين الأيمن والأيسر ينتج أن:

$$٢,٥٢ س = ٧٠٥٦٠$$

$$س = \frac{٧٠٥٦٠}{٢,٥٢} = ٢٨٠٠٠$$

وبالتالى فإن:

القيمة الأسمية للكمبيالة الأولى = س = ٢٨٠٠٠ جنيهاً

القيمة الأسمية للكمبيالة الثانية = ٢س = ٥٦٠٠٠ جنيهاً.

مثال (٣-١٠)

تاجر مدين لأحد الموردين بالمبالغ الآتية:

١٠٠٠٠ جنيه تستحق فى نهاية ديسمبر عام ١٩٩٦

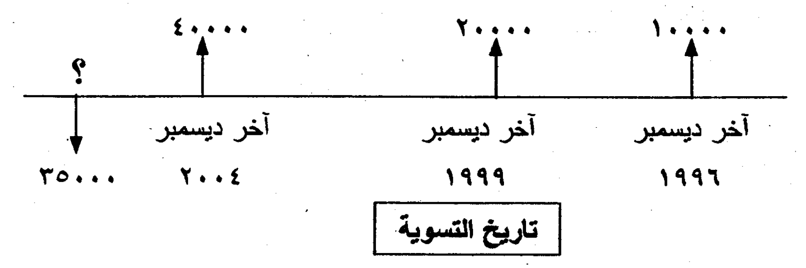
٢٠٠٠٠ جنيه تستحق فى نهاية ديسمبر عام ١٩٩٩

٤٠٠٠٠ جنيه تستحق فى نهاية ديسمبر عام ٢٠٠٤.

وفى آخر ديسمبر عام ١٩٩٩ أراد تسوية هذه الديون فدفع نقداً مبلغ ٣٤٠٩٤,٣٩ جنيه وحرر بالباقى كمبيالة قيمتها الأسمية ٣٥٠٠٠ جنيه. احسب تاريخ إستحقاق هذه الكمبيالة إذا كان معدل الفائدة المركبة المستخدم فىجميع الحالات هو ٨٪ سنوياً.

الحل

يفضل تمثيل الديون الثلاثة الأصلية والدين الجديد بالشكل التوضيحى التالى:



بالنسبة للديون القديمة:

الدين الأول لم يسدد فى تاريخ إستحقاقه (آخر ديسمبر ١٩٩٦)، لذلك تحسب الجملة بالنسبة له عن مدة التأخير وهى ٣ سنوات.

الدين الثانى فيستحق فى تاريخ التسوية (آخر ديسمبر ١٩٩٩) ، لذلك فإن قيمته الأسمية تكون هى نفسها قيمته الحالية.

الدين الثالث فلم يحل بعد ميعاد إستحقاقه، لذلك تحسب قيمته الحالية عن مدة التعجيل وقدرها ٥ سنوات.

بالنسبة للدين الجديد:

فكما هو واضح فإن الكمبيالة الجديدة سوف تستحق فى تاريخ لاحق لتاريخ التسوية والذى هو آخر ديسمبر ١٩٩٩، لذلك تحسب قيمتها الحالية عن مدة التعجيل والتى نفرض أنها ن سنة.

وتكون معادلة القيمة التى تحكم عملية التسوية هى:

قيمة الديون القديمة = القيمة الحالية للدين الجديد

الطرف الأيمن:

قيمة الديون القديمة = جملة الدين الأول + القيمة الأسمية للدين الثانى + القيمة الحالية للدين الثالث.

= ١٠٠٠٠(١+٠,٠٨)^{٣}+ ٢٠٠٠٠+ ٤٠٠٠٠×ح^{٥} بمعدل ٨٪ سنوياً

= ١٠٠٠٠ × ١,٢٥٩٧١٢ + ٢٠٠٠٠ + ٤٠٠٠٠ × ٠,٦٨٠٥٨٣

= ١٢٥٩٧,١٢ + ٢٠٠٠٠ + ٢٧٢٢٣,٣٢ = ٥٩٨٢٠,٤٤ جنيهاً.

قيمة الديون القديمة بعد السداد النقدى

= ٥٩٨٢٠,٤٤ – ٣٤٠٩٤٠,٣٩ = ٢٥٧٢٦,٠٥ جنيهاً .

الطرف الأيسر:

القيمة الحالية للكمبيالة = ٣٥٠٠٠ × ح^{ن} بمعدل ٨٪ سنوياً

بمساواة الطرفين الأيمن والأيسر ينتج أن:

٣٥٠٠٠ × ح^{ن} بمعدل ٨٪ سنوياً = ٢٥٧٢٦,٠٥

ح^{ن} بمعدل ٨٪ سنوياً = $\frac{٢٥٧٢٦,٠٥}{٣٥٠٠٠}$ = ٠,٧٣٥٠٣

بالبحث فى العمود الثالث من جداول الفائدة المركبة والخاص بالقيمة الحالية للجنيه تحت المعدل ٨٪ عن القيمة الحالية وهى ٠,٧٣٥٠٣ نجد أنها تقع أمام ن = ٤ ، وبالتالى فإن:

الكمبيالة الجديدة والتى قيمتها الأسمية تساوى ٣٥٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد مضى أربع سنوات من تاريخ التسوية، اى تستحق السداد آخر ديسمبر عام ٢٠٠٣.

الباب الرابع

الدفعات المتساوية بفائدة مركبة

الدفعات المتساوية عبارة عن مبالغ متساوية القيمة تدفع بصفة دورية منتظمة كأن تكون سنوية أو نصف سنوية أو ربع سنوية أو شهرية أو أى فترة زمنية أخرى يتفق عليها.

ويمكن تقسيم الدفعات المتساوية إلى عدة أقسام على النحو التالى:

أولاً: حسب تاريخ سداد كل دفعة، تنقسم الدفعات إلى نوعين هما:

١- الدفعات العادية

وهى الدفعات التى يسدد مبلغ كل منها فى نهاية كل وحدة زمن خلال المدة المتفق عليها، وتسمى أحياناً دفعات السداد.

٢- الدفعات الفورية

وهى الدفعات التى يسدد مبلغ كل منها فى بداية كل وحدة زمن خلال المدة المتفق عليها، وتسمى أحياناً دفعات الإستثمار.

ثانياً: حسب عدد المبالغ المسددة، تنقسم الدفعات إلى نوعين هما:

١- الدفعات المؤقتة

وهى الدفعات التى يستمر دفعها أو سدادها لمدد سداد محدودة ومعلومة وبالتالى يكون عدد الدفعات محدوداً ومعروفاً مقدماً.

٢- الدفعات الدائمة

وهى الدفعات التى يستمر دفعها أو سدادها دون توقف، مهما كانت الظروف، لفترة زمنية لا نهائية وبالتالى يكون عدد الدفعات غير محدد، مثل ريع قطعة أرض زراعية أو إيرادات العقارات التى توقف لصالح الأعمال الخيرية.

ثالثاً: حسب إحتمال دفع الدفعة، تنقسم الدفعات إلى نوعين هما:

١- دفعات مؤكدة

وهى دفعات متساوية لا يتوقف دفع أو سداد أو إستحقاق قيمتها على وقوع أو عدم وقوع أحداث معينة فى المستقبل، مثال ذلك تسديد ثمن قطعة أرض بالتقسيط.

٢- دفعات إحتمالية

وهى المبالغ الدورية المتساوية التى يتوقف دفع أو سداد قيمتها على تحقق حدث معين، وبالتالى فإن عدد مبالغها ينتهى ولكن غير معلوم وقت إنتهائه. مثل دفعات التأمين على الحياة أو المعاش وهى دفعات تدفع للشخص طالما ظل هذا الشخص على قيد الحياة ويتوقف دفعها بوفاته.

رابعاً: حسب تاريخ بدء الدفع، تنقسم الدفعات المؤكدة إلى نوعين هما:

١- دفعات عاجلة

وهى الدفعات التى يتم سداد الدفعة الأولى منها خلال الوحدة الزمنية الأولى، فإذا كانت الدفعات عادية وسنوية فيبدأ دفع الدفعة الأولى مباشرة فى

نهاية السنة الأولى، أمـا إذا كـانت الدفعات فوريـة وسـنوية فيبـدأ دفـع الدفعـة الأولى فى أول السنة الأولى مباشرة.

٢ – دفعات مؤجلة

وهى الدفعات التى يبدأ دفع الدفعة الأولى منها بعد فترة زمنية معينـة تمضى بدون دفعات مستحقة تسمى فترة التأجيل ويكون تاريخ إستحقاق الدفعة الأولى هو خلال وحدة الزمن الأولى التى تلى مدة التأجيل.

فإذا استمرت عملية دفع الدفعات المتساوية بعد إنقضاء فـترة التـأجيل وذلك لفترة محدودة أخرى، فتعرف الدفعات فى هذه الحالة بالدفعات المؤجلـة المؤقتـة، أمـا إذا أسـتمرت عمليـة دفـع الدفعـات المتسـاوية بعد إنقضـاء فـترة التأجيل وذلك إلى أجل غير مسمى فتعرف الدفعات فـى هـذه الحالـة بالدفعـات المؤجلة الدائمة.

وسويف نتناول بالتفصيل كيفية إيجاد الجملة والقيمة الحاليـة لكل مـن الدفعات العادية والفورية، المؤقتة والدائمة، العاجلة والمؤجلة.

(٤-١) جملة الدفعات المتساوية

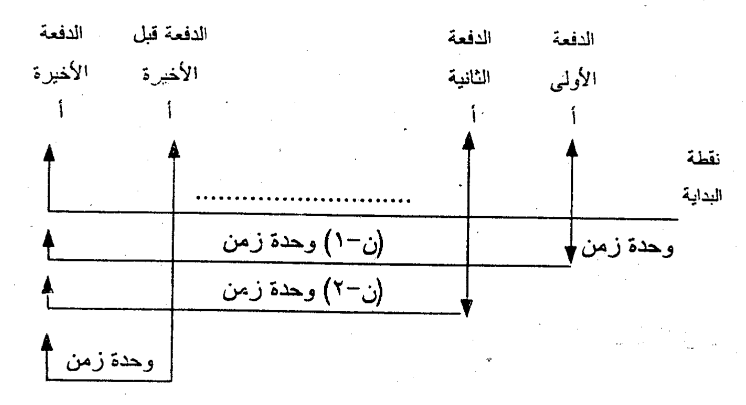
عند حساب جملة الدفعات المتساوية يمكن الحصول عليها عن طريـق حساب جملة كل دفعة على حدة فى نهايـة المـدة ثـم جمعهـا لجميـع الدفعـات، ولكن من الأفضل لحساب جملة الدفعات المتساوية مرة واحدة هـو أن تحسـب جملة الدفعات على أساس أن قيمة كل منها يساوى وحـدة النقـود، ثـم نضـرب قيمة الدفعة الواحدة فى المبلغ الناتج، أى أن:

جملـة الدفعـات المتسـاوية = قيمـة الدفعـة الواحـدة × جملـة الدفعـات المتساوية والتى قيمة كل منها وحدة النقود.

(٤-١-١) جملة الدفعات العاجلة

أولاً: جملة الدفعات العاجلة العادية

إذا أودع شخص دفعات متساوية قيمة كل منها أ فى نهاية كل وحدة زمنية بمعدل فائدة مركبة ع، فلحساب جملة المستحق له فى نهاية ن من الفترات الزمنية نلاحظ من الشكل التالى أن:



الدفعة الأولى تدفع فى نهاية وحدة الزمن الأولى حتى نهاية المدة، أى أنها تظل لمدة (ن-١) وحدة زمن، وتكون:

جملة الدفعة الأولى = أ (١ + ع)$^{ن-١}$

الدفعة الثانية تدفع فى نهاية وحدة الزمن الثانية حتى نهاية المدة، أى أنها تظل لمدة (ن-٢) وحدة زمن، وتكون:

جملة الدفعة الثانية = أ $(١+ع)^{ن-٢}$

:

:

وهكذا، إلى أن نصل إلى الدفعة الأخيرة حيث تدفع فى نهاية المدة وبالتالى لا تمكث أى مدة ولا تستحق أية فوائد، وتكون:

جملة الدفعة الأخيرة = أ

فإذا جمعنا جملة الدفعات إبتداء من آخر دفعة ينتج أن:

جملة الدفعات المتساوية العادية = أ + أ $(١+ع)$ + أ $(١+ع)^{٢}$

+ .... + أ $(١+ع)^{ن-٢}$ + أ $(١+ع)^{ن-١}$

= أ [١ + $(١+ع)$ + $(١+ع)^{٢}$ + ... + $(١+ع)^{ن-٢}$ + $(١+ع)^{ن-١}$]

ويلاحظ أن الكمية بين القوسين تمثل مجموع حدود متوالية هندسية حدها الأول = ١ ، وأساسها = $(١+ع)$ ، وعدد حدودها = ن ، وحيث أن:

$$\text{مجموع المتوالية الهندسية} = \text{الحد الأول} \times \frac{[(\text{الأساس})^{ن} - ١]}{\text{الأساس} - ١}$$

$$= أ \frac{[(١+ع)^{ن} - ١]}{(١+ع) - ١}$$

$$= أ \frac{[(١+ع)^{ن} - ١]}{ع}$$

إذن:

$$\text{جملة الدفعات المتساوية العادية} = أ \left[\frac{[(١+ع)^{ن} - ١]}{ع} \right]$$

والكمية بين القوسين تمثل فى حقيقة الأمر جملة ن من الدفعات المتساوية العادية قيمة كل منها وحدة النقود بمعدل ع، فإذا رمزنا لهذه الجملة بالرمز $جـ_{\overline{ن|}}$ ، أى أن:

$$جـ_{\overline{ن|}} = \frac{(١+ع)^{ن} - ١}{ع}$$

ومن ثم فإن:

جملة الدفعات العادية المتساوية المحدودة بفترة ن من الوحدات الزمنية = $جـ_{\overline{ن|}}$ بمعدل ع .

ويجب ملاحظة أنه يلزم تعديل معدل الفائدة السنوية، ع، ليتناسب مع طول الفترة الزمنية التى تفصل بين كل دفعتين متتاليتين.

ويمكن إيجاد قيمة $جـ_{\overline{ن|}}$ بمعدل ع إما بإستخدام جداول اللوغاريتمات أو بإستخدام جداول الفائدة المركبة والخاصة بجملة وحدة النقود وهى $(١+ع)^{ن}$. إلا أن ذلك يحتاج لعمليات حسابية معقدة خصوصاً كلما زادت قيمة ن، لذلك تم حساب قيمة $جـ_{\overline{ن|}}$ بمعدل ع لجميع قيم ن من ١ إلى ٥٠ وحدة زمن وللمعدلات من ١٪ إلى ١٢٪ لدفعة متساوية عادية قدرها وحدة النقود، وضمنت العمود الرابع بجداول الفائدة المركبة.

مثال (٤-١)

يسدد أحد الأشخاص دينه بأن يدفع مبلغ ١٠٠ جنيه آخر كل شهر لمدة ٤ سنوات، فإذا كان معدل الفائدة المركبة الشهرى هو ٣٪ فما هى جملة المبلغ المسدد فى نهاية المدة؟

الحل

حيث أن المعدل ٣٪ شهرياً فإن:

عدد الدفعات بالشهور = ٤ × ١٢ = ٤٨ شهراً.

جملة الدفعات العادية = أ × جـ $\overline{ن|}$ بمعدل ع

= ١٠٠٠ × جـ $\overline{٤٨|}$ بمعدل ٣٪

بالكشف في العمود الرابع من جداول الفائدة المركبة والخاص بجملة دفعة عادية قدرها جنيه واحد بفائدة مركبة تحت المعدل ٣٪ وأمام المدة ن = ٤٨ نجد أن:

جـ $\overline{٤٨|}$ بمعدل ٣٪ = ١٠٤,٤٠٨٣٩

أي أن:

جملة المبلغ المسدد = ١٠٠٠ × ١٠٤,٤٠٨٣٩

= ١٠٤٤٠,٨٣٩ جنيهاً.

مثال (٤-٢٣)

ما هو المبلغ الواجب دفعه آخر كل سنة لكي يكون الرصيد ٥٠٠٠٠ جنيه في نهاية ١٢ سنة بمعدل فائدة مركبة ٩٪ سنوياً؟

الحل

جملة الدفعات العادية = أ × جـ $\overline{ن|}$ بمعدل ع

٥٠٠٠٠ = أ × جـ $\overline{١٢|}$ بمعدل ٩٪

٥٠٠٠٠ = أ × ٢٠,١٤٠٧٢٠

$$أ = \frac{٥٠٠٠٠}{٢٠,١٤٠٧٢٠} = ٢٤٨٢,٥٣٣$$

ومن ثم فإن:

مبلغ الدفعة السنوية العادية = أ = ٢٤٨٢,٥٣٣ جنيهاً.

مثال (٤-٣)

يودع شخص فى أحد البنوك فى نهاية كل سنة مبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه لمدة ٤ سنوات بمعدل فائدة مركبة ٦٪ سنوياً، فإذا علمت أن هذا الشخص لم يسحب رصيده فى نهاية المدة بل تركه ليستثمر لمدة ٣ سنوات أخرى بمعدل فائدة مركبة ٨٪ سنوياً. أحسب جملة المستحق له فى نهاية السبع سنوات.

الحل

نوجد جملة ٤ دفعات عادية بمعدل ٦٪ سنوياً. هذه الجملة تم إستثمارها كمبلغ لمدة ٣ سنوات أخرى بمعدل ٨٪ سنوياً، حيث:

جملة الدفعات العادية = أ × جـ $\overline{ن|}$ بمعدل ع

= ٢٠٠٠٠ × جـ $\overline{٤|}$ بمعدل ٦٪

= ٢٠٠٠٠ × ٤,٣٧٤٦١٦

= ٨٧٤٩٢,٣٢ جنيهاً.

جملة الدفعات والتى تساوى ٨٧٤٩٢,٣٢ جنيه تعتبر أصلاً جديداً تم إستثماره لمدة ٣ سنوات بمعدل فائدة مركبة ٨٪ سنوياً، ويتم إيجاد جملة هذا الأصل كما يلى:

جـ = أ $(١ + ع)^{ن}$

= ٨٧٤٩٢,٣٢ $(١ + ٠,٠٨)^{٣}$

= ٨٧٤٩٢,٣٢ × ١,٢٥٩٧١٢ = ١١٠٢١٥,١٣ جنيهاً

إذن، جملة المستحق فى نهاية ٧ سنوات = ١١٠٢١٥,١٣ جنيهاً.

مثال (٤-٤)

احسب جملة دفعة عادية قيمتها ٥٠٠ جنيه تدفع فى نهاية كل ستة شهور لمدة ١٠ سنوات بمعدل فائدة مركبة أسمى سنوى ١٢٪ يدفع مرتين فى السنة.

الحل

حيث أن معدل الفائدة الأسمى السنوى يدفع مرتين فى السنة، إذن:

المعدل النصف سنوى = $\frac{١٢٪}{٢}$ = ٦٪

مدة الدفعات بأنصاف السنوات = ١٠ × ٢ = ٢٠ نصف سنة

جملة الدفعات العادية = أ × جـ $\overline{ن|}$ بمعدل ع

= ٥٠٠ × جـ $\overline{٢٠|}$ بمعدل ٦٪

بالكشف فى العمود الرابع من جداول الفائدة المركبة والخاص بجملة الدفعات ينتج أن:

جـ $\overline{٢٠|}$ بمعدل ٦٪ = ٣٦,٧٨٥٥٩١

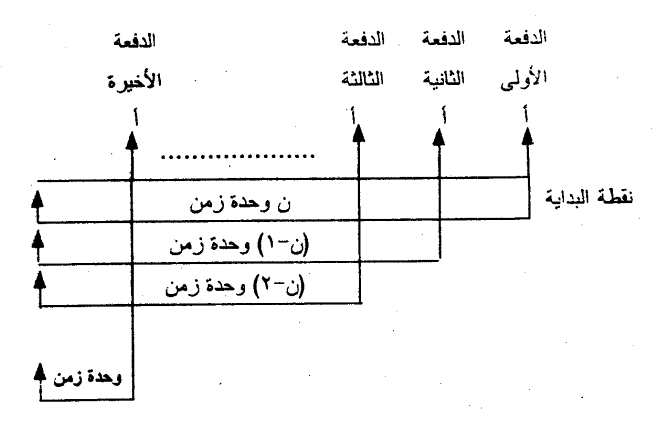
أى أن:

جملة الدفعات العادية = ٥٠٠ × ٣٦,٧٨٥٥٩١

= ١٨٣٩٢,٧٩٦ جنيهاً.

ثانياً: جملة الدفعات العاجلة الفورية

فى حالة الدفعات الفورية تدفع كل دفعة فى أول كل فترة زمنية ويمكن تمثيل ذلك بيانياً كما فى الشكل التالى:



حيث نجد أن الدفعة الأولى تدفع فى بداية وحدة الزمن الأولى حتى نهاية المدة، أى أنها تظل لمدة ن وحدة زمن، فتكون:

جملة الدفعة الأولى = أ $(١+ع)^{ن}$

الدفعة الثانية تدفع فى بداية وحدة الزمن الثانية حتى نهاية المدة، أى أنها تظل (ن-١) وحدة زمن، وبالتالى فإن:

جملة الدفعة الثانية = أ $(١+ع)^{ن-١}$

⋮

وهكذا، إلى أن نصل إلى الدفعة الأخيرة حيث تظل وحدة زمن واحدة، فتكون:

جملة الدفعة الأخيرة = أ (١+ع)

وتأسيساً على ذلك فإن:

جملة الدفعات المتساوية الفورية = أ (١+ع)+ أ $(١+ع)^{٢}$ +أ $(١+ع)^{٣}$ + ... + أ $(١+ع)^{ن-١}$ + أ $(١+ع)^{ن}$

والكمية بين القوسين تكون متوالية هندسية حدها الأول = (١+ع)
وأساسها = (١+ع)، وعدد حدودها = ن، وبتطبيق قانون مجموع المتوالية
الهندسية ينتج أن:

$$\text{جملة الدفعات المتساوية العادية} = أ\,(١+ع) \times \frac{[(١+ع)^{ن} - ١]}{(١+ع) - ١}$$

$$= أ \left[(١+ع) \times \frac{[(١+ع)^{ن} - ١]}{ع} \right]$$

والكمية $(١+ع) \times \frac{[(١+ع)^{ن} - ١]}{ع}$ تمثل جملة دفعة متساوية فورية
قيمة كل منها وحدة النقود بمعدل ع ولمدة ن وحدة زمنية، فإذا رمزنا لهذه
الجملة بالرمز $\ddot{جـ}_{\overline{ن|}}$ بمعدل ع، أى أن:

$$\ddot{جـ}_{\overline{ن|}} \text{ بمعدل ع} = (١+ع) \frac{(١+ع)^{ن} - ١}{ع}$$

$$= (١+ع) \times جـ_{\overline{ن|}} \text{ بمعدل ع}$$

ومعنى هذا أن معادلة جملة الدفعات الفورية ما هى إلا معادلة جملة
الدفعات العادية مضروبة فى (١+ع).

وتعتبر هذه الطريقة طريقة مطولة للحصول على جملة الدفعات
الفورية، إذ أنها تتطلب الحصول على القيمة $جـ_{\overline{ن|}}$ بمعدل ع من جداول

الفائدة المركبــة ثـم الضـرب فـى المقـدار (١+ع) وهـذا يتطلـب جهـداً حسـابياً إضافياً.

العلاقة بين $\text{جـ}_{\overline{ن}|}$ ، $\ddot{\text{جـ}}_{\overline{ن}|}$

$$\ddot{\text{جـ}}_{\overline{ن}|} = (\text{١}+\text{ع}) \times \left[\frac{(\text{١}+\text{ع})^{\text{ن}} - \text{١}}{\text{ع}}\right]$$

$$= \frac{(\text{١}+\text{ع})^{\text{ن}+\text{١}} - (\text{١}+\text{ع})}{\text{ع}}$$

$$= \frac{(\text{١}+\text{ع})^{\text{ن}+\text{١}} - \text{١}}{\text{ع}} - \text{١}$$

وحيث أن $\frac{(\text{١}+\text{ع})^{\text{ن}+\text{١}} - \text{١}}{\text{ع}} = \text{جـ}_{\overline{\text{ن}+\text{١}}|}$ ، إذن:

$$\ddot{\text{جـ}}_{\overline{ن}|} = \text{جـ}_{\overline{\text{ن}+\text{١}}|} - \text{١}$$

ومن هذا ينتج أن:

جملة الدفعات المتساوية الفورية = أ $(\text{جـ}_{\overline{\text{ن}+\text{١}}|} - \text{١})$ بمعدل ع

وتمثل هذه الصيغــة الصيغـة المختصـرة أو المباشـرة للحصـول علـى جملة الدفعات الفورية.

وكما هو واضح فإن هناك علاقة بين جملـة الدفعـات الفوريـة وجملـة الدفعـات العاديـة، إذ يمكننـا إيجـاد جملـة الدفعـات الفوريـة بإسـتخدام الجـدول

الخاص بجملة الدفعات العادية وذلك بإضافة وحدة زمن واحدة إلى وحدات الزمن الخاصة بالدفعات الفورية، أى نكشف أمام العدد (ن +١) ثم نطرح واحد من القيمة المستخرجة من الجدول فنحصل بذلك على جملة الدفعات الفورية التى قيمة كل منها وحدة النقود.

مثال (٤-٥)

يستثمر شخص مبلغ ٥٠٠٠ جنيه أول ومنتصف كل سنة لمدة ٤ سنوات، فإذا كان معدل الفائدة المركبة هو ٦٪ تضاف كل نصف سنة. أوجد جملة المستحق لهذا الشخص فى نهاية المدة.

الحل

مدة الدفعات بأنصاف السنوات = ٤ × ٢= ٨ **أنصاف سنوات**

يمكن إيجاد جملة الدفعات الفورية بإستخدام أى من الصيغتين المطولة أو المختصرة.

أولاً: بإستخدام الصيغة المطولة:

جملة الدفعات الفورية = أ (١+ع) × جـ ن┐ بمعدل ع

= ٥٠٠٠ × (١,٠٦) × جـ ٨┐ بمعدل ٦٪

= ٥٠٠٠ × ١,٠٦ × ٩,٨٩٧٤٦٨

= ٥٢٤٥٦,٥٨ جنيهاً.

ثانياً: بإستخدام الصيغة المختصرة:

جملة الدفعات الفورية = أ (جـ $\overline{ن+١|}$ −١) بمعدل ع

= ٥٠٠٠ × (جـ $\overline{٩|}$ −١) بمعدل ٦٪

= ٥٠٠٠ × (١١,٤٩١٣١٦ − ١)

= ٥٠٠٠ (١٠,٤٩١٣١٦) = ٥٢٤٥٦,٥٨ جنيهاً.

وكما يتضح من المثال السابق، فإن الصيغة المختصرة تعد أفضل من الصيغة المطولة عند إيجاد جملة الدفعات الفورية، إذ أنها تعفينا من عملية الضرب فى المقدار (١+ع).

مثال (٤-٦)

يودع شخص فى أحد البنوك مبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه أول كل سنة ويسحب مبلغ ١٢٠٠٠ جنيه آخر كل سنة وذلك لمدة ١٠ سنوات، فإذا كان البنك يحسب فائدة مركبة بمعدل ٨٪ سنوياً على كل من الإيداعات والمسحوبات. احسب رصيد هذا الشخص فى نهاية المدة.

الحـل

بالنسبة للإيداعات: فهى تمثل دفعات فورية

جملة الإيداعات = أ (جـ $\overline{ن+١|}$ −١) بمعدل ع

= ٢٠٠٠٠ × (جـ $\overline{١١|}$ −١) بمعدل ٨٪

= ٢٠٠٠٠ (١٦,٦٤٥٤٨٧ − ١)

= ٢٠٠٠٠ (١٥,٦٤٥٤٨٧) = ٣١٢٩٠٩,٧٤ جنيهاً.

بالنسبة للمسحوبات: فهى تمثل دفعات عادية

جملة المسحوبات = أ × جـ $\overline{ن|}$ بمعدل ع

= ١٢٠٠٠ × جـ $\overline{١٠|}$ بمعدل ٨٪

= ١٢٠٠٠ × ١٤,٤٨٦٥٦٢

= ١٧٣٨٣٨,٧٤ جنيهاً.

رصيد الشخص فى نهاية المدة = جملة الإيداعات- جملة المسحوبات

= ٣١٢٩٠٩,٧٤ - ١٧٣٨٣٨,٧٤ = ١٣٩٠٧١ جنيهاً.

مثال (٤-٧)

أودع تاجر فى بنك المهندس مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه آخر كل سنة لمدة ٤ سنوات ولم يسحب ما له بالبنك بل تركه ليعاد إستثماره، ثم أودع مبلغ ٨٠٠٠ جنيه آخر كل سنة لمدة الأربع سنوات التالية. احسب جملة ما يستحقه التاجر فى نهاية الثمانى سنوات إذا كان معدل الفائدة المركبة المستخدم فى هذه الفترة هو ٧٪ سنوياً.

الحل

جملة ما يستحقه التاجر = (جملة الأربع دفعات العادية المتساوية الأولى فى نهاية الأربع سنوات الأولى) $(١+ع)^{٤}$ + جملة الأربع دفعات العادية المتساوية الثانية فى نهاية الأربع سنوات التالية

= (١٠٠٠٠ × جـ $\overline{٤|}$ بمعدل ٧٪) × (١ + ٠,٠٧)^{٤}

+ ٨٠٠٠ × جـ $\overline{٤|}$ بمعدل ٧٪

= (١٠٠٠٠ × ٤,٤٣٩٩٤٣) (١,٣١٠٧٩٦)

+ ٨٠٠٠ × ٤,٤٣٩٩٤٣

= ٥٨١٩٨,٥٩٥ + ٣٥٥١٩,٥٤٤ = ٩٣٧١٨,١٣٩ جنيهاً.

مثال (٤-٨)

يودع شخص فى مكتب توفير البريد فى أول كل سنة مبلغ ٦٠٠٠ جنيه ولمدة ست سنوات، ثم أخذ يسحب فى نهاية كل سنة من السنوات الأربعة التالية مبلغ ٢٠٠٠ جنيه. ما هو رصيد حساب هذا الشخص فى نهاية العشر سنوات إذا كان معدل الفائدة المركبة هو ٧٪ سنوياً؟

الحـل

بالنسبة للإيداعات:

جملة الإيداعات = جملة الدفعات المتساوية الفورية لمدة ٦ سنوات × (١+ع)^{٤}

= أ (جـ $\overline{ن+١|}$ -١) بمعدل ع × (١+ع)^{٤}

= ٦٠٠٠ × (جـ $\overline{٧|}$ -١) بمعدل ٧٪ × (١+ ٠,٠٧)^{٤}

= ٦٠٠٠(٨,٦٥٤٠٢١ -١) (١,٣١٠٧٩٦) = ٦٠١٩٧,١٦١ جنيهاً

بالنسبة للمسحوبات:

جملة المسحوبات = جملة دفعات عادية متساوية لمدة ٤ سنوات

= أ × جـ ن⌉ بمعدل ع

= ٢٠٠٠ × جـ ٤⌉ بمعدل ٧٪

= ٢٠٠٠ × ٤,٤٣٩٩٤٣ = ٨٨٧٩,٨٨٦ جنيهاً.

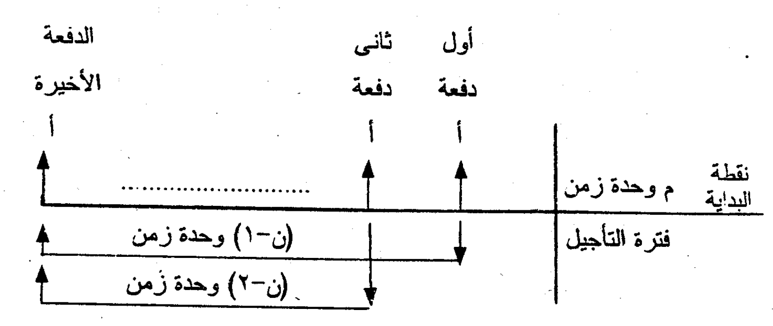
الرصيد فى نهاية العشر سنوات = جملة الإيداعات – جملة المسحوبات.

= ٦٠١٩٧,١٦١ – ٨٨٧٩,٨٨٦ = ٥١٣١٧,٢٧٥ جنيهاً.

(٤-١-٢) جملة الدفعات المؤجلة

أولاً: جملة الدفعات المؤجلة العادية

فى هذه الحالة تبدأ عملية دفع الدفعات المتساوية بعد مرور فترة زمنية معينة تسمى فترة التأجيل، إذ يتم سداد أول دفعة فى نهاية الوحدة الزمنية الأولى التى تلى فترة التأجيل مباشرة كما يتضح من الشكل التالى:



وسوف نرمز إلى جملة الدفعات العادية المؤجلة بالرمز م/ جـ ن⌉، وهى ترمز إلى جملة دفعة عادية مبلغها السنوى جنيه واحد ومدتها ن من السنوات المؤجلة لمدة م من السنوات.

ويلاحظ من الشكل السابق أن الدفعة الأولى تظل لمدة (ن-١) وحدة زمن، والدفعة الثانية تظل لمدة (ن-٢) وحدة زمن، وهكذا إلى أن نصل إلى الدفعة الأخيرة فنجد أنها لا تستثمر أية مدة على الإطلاق، وبالتالى فإن:

جملة الدفعات العادية المؤجلة (إبتداء من آخر دفعة)

$$= \text{أ} + \text{أ}\,(١+\text{ع}) + \text{أ}\,(١+\text{ع})^{٢} + \ldots\ldots + \text{أ}\,(١+\text{ع})^{\text{ن}-٢} + \text{أ}\,(١+\text{ع})^{\text{ن}-١}$$

$$= \text{أ}\,[\,١ + (١+\text{ع}) + (١+\text{ع})^{٢} + \ldots\ldots\ldots\ldots + (١+\text{ع})^{\text{ن}-١}\,]$$

والكمية بين القوسين تمثل مجموع حدود متوالية هندسية حدها الأول = ١، وأساسها = (١+ع) ، وعدد حدودها = ن

جملة الدفعات العادية المؤجلة = $\text{أ} \times \text{م} / \text{جـ}_{\overline{\text{ن}|}}$ بمعدل ع

$$= \text{أ}\left[\frac{(١+\text{ع})^{\text{ن}} - ١}{(١+\text{ع}) - ١}\right]$$

$$= \text{أ}\left[\frac{(١+\text{ع})^{\text{ن}} - ١}{\text{ع}}\right]$$

$$= \text{أ}\ \text{جـ}_{\overline{\text{ن}|}} \quad \text{بمعدل ع}$$

وهى نفس معادلة جملة الدفعات العادية الآجلة، وذلك لأن:

$$\text{جـ}_{\overline{\text{ن}|}} = \text{م} / \text{جـ}_{\overline{\text{ن}|}} \ .$$

ومعنى هذا أن مدة التأجيل لا تؤثر إطلاقاً على قيمة جملة الدفعات العادية، إنما المهم فى حساب الجملة هو مدة السداد التى تحسب فى نهايتها هذه الجملة.

ثانياً: جملة الدفعات المؤجلة الفورية

وبالطريقة نفسها يمكن إستنتاج أن جملة الدفعات الفورية المؤجلة لمدة م فترة زمنية لن تتأثر بمدة التأجيل، حيث يمكن إثبات أن:

م/جـ̈ ن⌉ = جـ̈ ن⌉

ومن ثم يكون:

جملة الدفعات المؤجلة الفورية = أ× م/جـ̈ ن⌉ = أ×جـ̈ ن⌉ بمعدل ع

= أ (١+ع)× جـ ن⌉ بمعدل ع = أ (جـ ن+١⌉ −١) بمعدل ع .

مثال (٤-٩)

أتفق أحد المستثمرين مع بنك الأسكندرية أن يودع فيه بعد مضى ٤ سنوات من الآن مبلغ ٦٠٠٠٠ جنيه أول كل سنة إبتداء من أول السنة الخامسة ولمدة ١٠ سنوات، فإذا كان معدل الفائدة المركبة المستخدم خلال هذه المدة هو ١٢٪ سنوياً احسب جملة المستحق لهذا المستثمر فى نهاية الأربع عشرة سنة من الآن.

الحل

قيمة الدفعة السنوية الفورية = ٦٠٠٠٠ جنيهاً

عدد الدفعات = ١٠ دفعات

مدة التأجيل = ٤ سنوات

وحيث أن جملة الدفعات لا تتأثر بمدة التأجيل، فينتج أن:

جملة الدفعات المؤجلة الفورية = أ × م/جـ̈ ن⌉ بمعدل ع

= أ (جـ $\overline{|ن+١}$ -١) بمعدل ع

= ٦٠٠٠٠ (جـ $\overline{|١١}$ -١) بمعدل ١٢٪

= ٦٠٠٠٠.(٢٠,٦٥٤٥٨ -١) = ١١٧٩٢٧٤,٨ جنيهاً.

ثالثاً: جملة الدفعات المؤجلة الدائمة

الدفعات الدائمة سواء كانت دفعات عادية أم فورية، كما سبق أن عرفناها، هى الدفعات أن تدفع خلال مدة لا نهائية، وبالتالى فإن عددها يكون لا نهائياً، وعلى ذلك فإن جملة الدفعات الدائمة ليس لها نهاية ولا يمكن حسابها، حيث نجد أن:

جملة الدفعات العادية الدائمة = أ × جـ $\overline{|\infty}$ بمعدل ع

= أ × جـ $\overline{|ن}$ عندما ن ← ∞ بمعدل ع

$$= \lim_{ن \to \infty} أ \frac{[(١+ع)^{ن} -١]}{ع} = \infty .$$

بالمثل، فإن:

جملة الدفعات الفورية الدائمة = أ × جـ̈ $\overline{|\infty}$ بمعدل ع

= أ × جـ̈ $\overline{|ن}$ عندما ن ← ∞ بمعدل ع

$$= \lim_{ن \to \infty} أ (١+ع) \frac{[(١+ع)^{ن} -١]}{ع} = \infty .$$

إيجاد المدة:

قد يكون من المرغوب فيه معرفة عدد الدفعات، العادية أو الفورية، الواجب دفعها إذا كان معلوماً قيمة الدفعة وجملة الدفعات ومعدل الفائدة المركبة المستخدم.

ففى حالة الدفعات العادية:

جملة الدفعات العادية = أ × جـ $\overline{ن|}$ بمعدل ع

$$\text{جـ}\ \overline{ن|}\ \text{بمعدل ع} = \frac{\text{جملة الدفعات}}{\text{أ}}$$

وبالبحث فى العمود الرابع من جداول الفائدة المركبة عن القيمة جـ $\overline{ن|}$ تحت المعدل المعلوم نستطيع معرفة المدة ، ن.

وفى حالة الدفعات الفورية:

جملة الدفعات الفورية = أ (جـ $\overline{ن+١|}$ -١) بمعدل ع

$$(\text{جـ}\ \overline{ن+١|} - ١)\ \text{بمعدل ع} = \frac{\text{جملة الدفعات}}{\text{أ}}$$

$$\text{جـ}\ \overline{ن+١|}\ \text{بمعدل ع} = \frac{\text{جملة الدفعات}}{\text{أ}} + ١$$

وبالبحث عن هذه القيمة فى العمود الرابع بجداول الفائدة المركبة تحت المعدل المعلوم نستطيع معرفة (ن+١) ومنها نستنتج قيمة ن.

إيجاد معدل الفائدة

قد نرغب أحياناً فى معرفة معدل الفائدة المركبة المستخدم إذا علم قيمة الدفعة وعدد الدفعات وجملة الدفعات

ففى حالة الدفعات العادية، نجد أن:

$$\text{جـ}_{\overline{ن|}} \text{ بمعدل ع } = \frac{\text{جملة الدفعات}}{\text{أ}}$$

وبالبحث فى العمود الرابع من جداول الفائدة المركبة أمام ن عن القيمة $\text{جـ}_{\overline{ن|}}$ بمعدل ع، يمكن معرفة معدل الفائدة المركبة المستخدم، ع.

وفى حالة الدفعات الفورية، نجد أن:

$$\text{جـ}_{\overline{ن+١|}} \text{ بمعدل ع } = \frac{\text{جملة الدفعات}}{\text{أ}} + ١$$

بالبحث فى العمود الرابع من جداول الفائدة المركبة أمام المدة (ن+١) عن هذه القيمة نستطيع معرفة المعدل ع.

مثال (٤-١٠)

يودع أحد المزارعين فى بنك القرية مبلغ ٢٠٠٠ جنيه أول كل سنة بمعدل فائدة مركبة ١٠٪ سنوياً. وفى نهاية المدة بلغت جملة المستحق له ١٦٩٧٤,٣٤٢ جنيه. أوجد عدد الدفعات التى دفعها المزارع.

الحل

$$\text{جملة الدفعات الفورية } = \text{أ} \left(\text{جـ}_{\overline{ن+١|}} - ١ \right) \text{ بمعدل ع}$$

$$١٦٩٧٤,٣٤٢ = ٢٠٠٠ \left(\text{جـ}_{\overline{ن+١|}} - ١ \right) \text{ بمعدل } ١٠\%$$

$$(\text{جـ}\ \overline{|ن+١} - ١)\ \text{بمعدل}\ ١٠\% = \frac{١٦٩٧٤,٣٤٢}{٢٠٠٠} = ٨,٤٨٧١٧١$$

$$\text{جـ}\ \overline{|ن+١}\ \text{بمعدل}\ ١٠\% = ٩,٤٨٧١٧١$$

بالبحث فى العمود الرابع من جداول الفائدة المركبة والخاص بجملة الدفعات، جـ $\overline{|ن}$، تحت المعدل ١٠٪ نجد أن القيمة ٩,٤٨٧١٧١ تقع أمام الرقم ٧، ومن ثم فإن:

ن + ١ = ٧ ومنها ن = ٦

ويكون عدد الدفعات التى دفعها المزارع = ٦ دفعات فورية سنوية.

مثال (٤-١١)

إذا قام شخص بإيداع مبلغ ٦٠٠٠ جنيه آخر كل سنة فى البنك الأهلى لمدة ١٠ سنوات بمعدل فائدة مركبة معين. وفى نهاية المدة بلغت جملة ماله بالبنك ٨٦٩١٩,٣٧٢ جنيه. فما هو معدل الفائدة السنوى الذى استخدمه البنك؟

الحل

أ = ٦٠٠٠ ، ن = ١٠ ، جملة الدفعات = ٨٦٩١٩,٣٧٢

جملة الدفعات = أ × جـ $\overline{|ن}$ بمعدل ع

٨٦٩١٩,٣٧٢ = ٦٠٠٠ × جـ $\overline{|١٠}$ بمعدل ع

$$\text{جـ}\ \overline{|١٠}\ \text{بمعدل ع} = \frac{٨٦٩١٩,٣٧٢}{٦٠٠٠} = ١٤,٤٨٦٥٦٢$$

بالبحث فى العمود الرابع من جداول الفائدة المركبة والخاص بجملة الدفعات أمام ن = ١٠ فنجد أن القيمة ١٤,٤٨٦٥٦٢ تقع تحت المعدل ٨٪، إذن:

معدل الفائدة المركبة السنوى الذى إستخدمه البنك = ٨٪.

مثال (٤-١٣)

أودع شخص فى أحد البنوك فى أول ومنتصف كل سنة مبلغ ٢٠٠٠ جنيه لمدة ١٢ سنة. وقد بلغ رصيده فى نهاية المدة ١٦٧٤٠١,٧٩ جنيه. فما هو معدل الفائدة المركبة الذى إستخدمه البنك علماً بأن الفائدة تضاف كل ستة شهور؟

الحل

المدة بأنصاف السنوات = ن = ٢ × ١٢ = ٢٤ نصف سنة

جملة الدفعات الفورية = أ (جـ ن+١⌉ −١) بمعدل ع

١٦٧٤٠١,٧٩ = ٢٠٠٠ (جـ ٢٥⌉ −١) بمعدل ع

(جـ ٢٥⌉ −١) بمعدل ع = ١٦٧٤٠١,٧٩ / ٢٠٠٠ = ٨٣,٧٠٠٨٩٦

جـ ٢٥⌉ بمعدل ع = ٨٤,٧٠٠٨٩٦

بالبحث فى العمود الرابع والخاص بجملة الدفعات أمام ن = ٢٥ نجد أن القيمة ٨٤,٧٠٠٨٩٦ تقع تحت المعدل ٩٪.

فيكون معدل الفائدة المركبة الذى إستخدمه البنك هو ٩٪ يضاف كل ستة شهور.

(٤-٢) القيمة الحالية للدفعات المتساوية

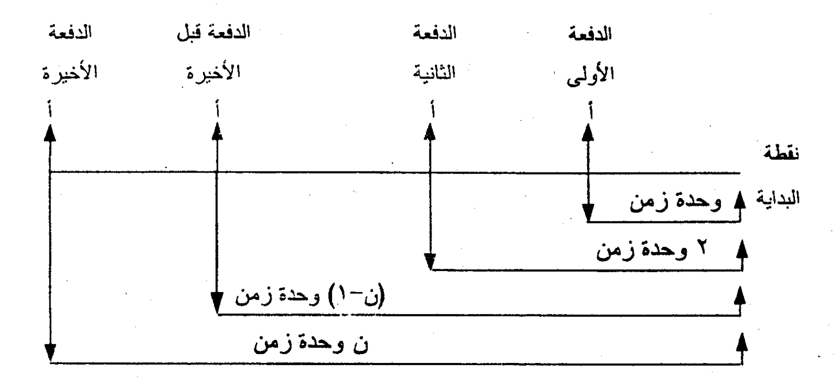
سبق أن بينا أن جملة الدفعات المتساوية هى مجموع الجمل المركبة للدفعات فى نهاية المدة، وبالتالى فإن القيمة الحالية للدفعات المتساوية معناه مجموع القيم الحالية للدفعات فى بداية المدة، ويمكن الحصول على القيمة الحالية للدفعات المتساوية عن طريق إيجاد القيمة الحالية لكل دفعة على حدة فى بداية المدة ثم جمعها. ولكن من الأفضل حسابياً هو إيجاد القيمة الحالية للدفعات المتساوية مرة واحدة وذلك بأن تحسب القيمة الحالية للدفعات على أساس أن قيمة كل منها تساوى وحدة النقود، ثم نضرب قيمة الدفعة الواحدة فى المبلغ الناتج، أى أن:

القيمة الحالية للدفعات المتساوية = قيمة الدفعة الواحدة × القيمة الحالية للدفعات المتساوية التى قيمة كل منها وحدة النقود.

(٤-٢-١) القيمة الحالية للدفعات العاجلة

أولاً: القيمة الحالية للدفعات العاجلة العادية

بالتعريف، نجد أن الدفعات العادية يدفع مبلغ كل دفعة منها فى نهاية كل وحدة زمن خلال المدة المتفق عليها كما يتضح من الشكل التالى:



حيث نلاحظ ما يلى:

الدفعة الأولى تستحق الدفع فى آخر وحدة الزمن الأولى، إذن

مدة خصم الدفعة الأولى = وحدة زمن واحدة

أى أن:

القيمة الحالية للدفعة الأولى = أ $(١+ع)^{-١}$ = أ × ح

حيث ح = $\frac{١}{(١+ع)}$ = $(١+ع)^{-١}$

الدفعة الثانية تستحق الدفع فى نهاية وحدة الزمن الثانية، إذن:

مدة خصم الدفعة الثانية = ٢ وحدة زمن

أى أن:

القيمة الحالية للدفعة الثانية = أ $(١+ع)^{-٢}$ = أ × $ح^{٢}$

⋮

وهكذا، إلى أن نصل إلى آخر دفعة فتستحق الدفع فى نهاية وحدة الزمن الأخيرة، إذن:

مدة خصم الدفعة الأخيرة = ن وحدة زمن

أى أن:

القيمة الحالية للدفعة الأخيرة = أ $(١+ع)^{-ن}$ = أ × $ح^{ن}$

وبالتالى فإن:

القيمة الحالية للدفعات = أ ح + أ $ح^{٢}$ + أ $ح^{٣}$ + ... + أ $ح^{ن}$

= أ (ح + $ح^{٢}$ + ... + $ح^{ن}$)

ونلاحظ أن الكمية بين القوسين تمثل مجموع متوالية هندسية حدها الأول = ح، وأساسها = ح، وعدد حدودها = ن. وبإستخدام قانون الجملة فى المتوالية الهندسية ينتج أن:

$$\text{القيمة الحالية للدفعات} = أ \times ح \left(\frac{١ - ح^{ن}}{١ - ح}\right)$$

حيث ح = $\frac{١}{(١+ع)}$ وهى أصغر من الواحد الصحيح.

$$\text{القيمة الحالية للدفعات} = أ \times \frac{١}{(١+ع)} \left(\frac{١ - ح^{ن}}{١ - \frac{١}{١+ع}}\right)$$

$$= أ \times \frac{١}{(١+ع)} \left(\frac{١ - ح^{ن}}{\frac{ع}{١+ع}}\right)$$

$$= أ \times \frac{١}{(١+ع)} (١+ ع) \left(\frac{١ - ح^{ن}}{ع}\right)$$

$$= أ \left(\frac{١ - ح^{ن}}{ع}\right) \qquad (١)$$

والقيمة $\frac{١ - ح^{ن}}{ع}$ تمثل القيمة الحالية لدفعة عادية قدرها وحدة النقود لمدة ن بمعدل ع، وسوف نرمز لها بالرمز د $\overline{ن|}$ بمعدل ع

أى أن:

$$د_{\overline{ن|}} \text{ بمعدل ع} = \frac{١ - ح^{ن}}{ع}$$

وبالتالى فإن:

القيمة الحالية للدفعات العادية = أ × د $\overline{ن|}$ بمعدل ع (٢)

وتعد الصيغة (١) صيغة مطولة لإيجاد القيمة الحالية للدفعات العادية، حيث يتم إستخدام جداول القيمة الحالية للجنيه وما يصاحبها من عمليات حسابية عند إجراء عمليات الطرح والقسمة.

لذلك، وتسهيلاً للعمليات الحسابية، فيفضل إستخدام الصيغة (٢) عند إيجاد القيم الحالية للدفعات والتى تعد صيغة مختصرة، حيث تم حساب قيم د $\overline{ن|}$ لمدد من ١ إلى ٥٠ وحدة زمن ولمعدلات الفائدة من ١٪ حتى ١٢٪، ووضعت ضمن جداول الفائدة المركبة بالعمود الخامس، وسمى هذا الجدول بجدول القيمة الحالية لدفعة عادية قدرها جنيه بفائدة مركبة.

مثال (٤-١٣)

أوجد القيمة الحالية لدفعة متساوية قيمتها ٥٠٠٠ جنيه تدفع فى نهاية كل ستة شهور ولمدة ١٥ سنة، إذا كان معدل الفائدة المركبة ٧٪ كل نصف سنة.

الحل

حيث أن المعدل هو ٧٪ كل نصف سنة، فإن:

المدة بأنصاف السنوات = ١٥ × ٢ = ٣٠ نصف سنة

يمكن إيجاد القيمة الحالية للدفعات بإستخدام أى من الصيغتين السابقتين: المطولة أو المختصرة.

١- بإستخدام الصيغة المطولة:

$$\text{القيمة الحالية للدفعات} = أ \left(\frac{١ - ح^{ن}}{ع}\right) \quad \text{بمعدل ع}$$

$$= ٥٠٠٠ \left(\frac{١ - ح^{٣٠}}{٠,٠٧}\right) \quad \text{بمعدل ٧٪}$$

بالبحث فى العمود الثالث من جداول الفائدة المركبة والخاص بالقيمة الحالية للجنيه تحت المعدل ٧٪ وأمام ن = ٣٠، نجد أن:

$$ح^{٣٠} \quad \text{بمعدل ٧٪} = ٠,١٣١٣٦٧$$

إذن:

$$\text{القيمة الحالية للدفعات} = ٥٠٠٠ \left(\frac{١ - ٠,١٣١٣٦٧}{٠,٠٧}\right)$$

$$= ٥٠٠٠ \times \frac{٠,٨٦٨٦٣٣}{٠,٠٧} = ٦٢٠٤٥,٢١٤ \text{ جنيهاً}$$

٢- بإستخدام الصيغة المختصرة:

القيمة الحالية للدفعات العادية = أ × د $\overline{ن|}$ بمعدل ع

= ٥٠٠٠ × د $\overline{٣٠|}$ بمعدل ٧٪

بالبحث فى العمود الخامس من جداول الفائدة المركبة والخاص بالقيمة الحالية للدفعات تحت المعدل ٧٪ وأمام ن = ٣٠، نجد أن:

د $\overline{٣٠|}$ بمعدل ٧٪ = ١٢,٤٠٩٠٤١

أى أن:

القيمة الحالية للدفعات = ٥٠٠٠ × ١٢,٤٠٩٠٤١

= ٦٢٠٤٥,٢٠٥ جنيهاً.

وكما هو واضح من المثال السابق، فإن الصيغة المختصرة تعد أفضل من الصيغة المطولة فى إيجاد القيمة الحالية للدفعات، إذ أنها تعطينا الناتج مباشرة دونما الحاجة إلى عمليات طرح أو قسمة.

مثال (٤-١٤)

أحد معارض بيع السيارات يبيع السيارة نقداً بمبلغ ٧٢٠٠٠ جنيه، أما بالتقسيط فيدفع المشترى مبلغ ٢٢٠٠٠ جنيه مقدماً على أن يسدد الباقى على ٨ دفعات سنوية متساوية تسدد فى نهاية كل سنة من تاريخ التعاقد. احسب مقدار الدفعة السنوية إذا كان معدل الفائدة المركبة هو ٩٪ سنوياً.

الحل

الباقى من الثمن بعد دفع المقدم = ٧٢٠٠٠ - ٢٢٠٠٠

= ٥٠٠٠٠ جنيه

ويعتبر هذا المبلغ قيمة حالية للدفعات المتساوية العادية

القيمة الحالية للدفعات العادية = أ × د $\overline{ن|}$ بمعدل ع

٥٠٠٠٠ = أ × د $\overline{٨|}$ بمعدل ٩٪

بالبحث فى العمود الخامس من جداول الفائدة المركبة تحت المعدل ٩٪ أمام ن = ٨، نجد أن:

د $\overline{٨|}$ بمعدل ٩٪ = ٥,٥٣٤٨١٩

إذن:

٥٠٠٠٠ = أ × ٥,٥٣٤٨١٩

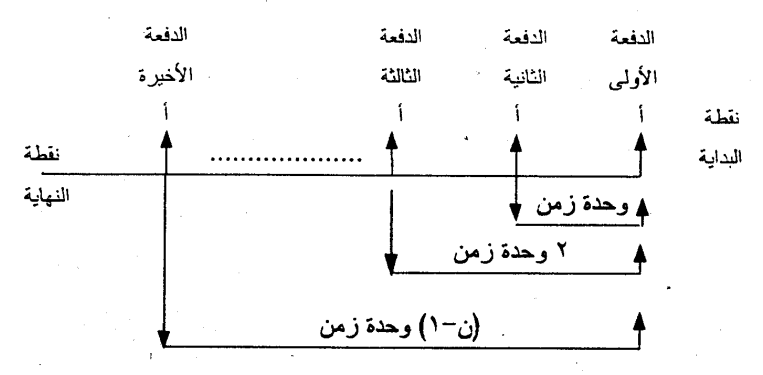
$$أ = \frac{٥٠٠٠٠}{٥,٥٣٤٨١٩} = ٩٠٣٣,٧١٩$$

أى أن:

قيمة الدفعة التى تدفع فى نهاية كل سنة = ٩٠٣٣,٧١٩ جنيهاً.

ثانياً: القيمة الحالية للدفعات العاجلة الفورية:

كما سبق أن أسلفنا فإن الدفعات الفورية (أو دفعات الإستثمار) تمثل مبالغ متساوية تدفع فى أول كل فترة زمنية، حيث تستحق الدفعة الأولى فوراً، أما الدفعة الأخيرة فتستحق فى بداية وحدة الزمن الأخيرة، كما يتضح من الشكل التالى:



نلاحظ من الشكل السابق ما يلى:

الدفعة الأولى تستحق الدفع فى بداية وحدة الزمن الأولى، فهى بذلك لا تستحق أى خصم، أى أن:

القيمة الحالية للدفعة الأولى = القيمة الأسمية لها = أ

الدفعة الثانية تستحق الدفع فى بداية وحدة الزمن الثانية، إذن:

مدة خصم الدفعة الثانية = وحدة زمن

أى أن:

القيمة الحالية للدفعة الثانية = أ $(1 + ع)^{-1}$ = أ × ح

الدفعة الثالثة تستحق الدفع فى بداية وحدة الزمن الثالثة، إذن:

مدة خصم الدفعة الثالثة = ٢ وحدة زمن

أى أن:

القيمة الحالية للدفعة الثالثة = أ $(1 + ع)^{-2}$ = أ × $ح^{2}$

⋮

وهكذا، إلى أن نصل إلى آخر دفعة فتستحق الدفع فى بداية وحدة الزمن الأخيرة، إذن:

مدة خصم الدفعة الأخيرة = (ن-١) وحدة زمن

أى أن:

القيمة الحالية للدفعة الأخيرة = أ $(1+\text{ع})^{\text{ن}-1}$ = أ × $\text{ح}^{\text{ن}-1}$

ومن ثم نصل إلى:

القيمة الحالية للدفعات = أ + أ ح + أ ح^{2} + ... + أ $\text{ح}^{\text{ن}-1}$

= أ $(1 + \text{ح} + \text{ح}^{2} + \ldots\ldots\ldots\ldots + \text{ح}^{\text{ن}-1})$

والكمية بين القوسين عبارة عن مجموع حدود متوالية هندسية حدها الأول = ١، وأساسها = ح ، وعدد حدودها = ن. وبتطبيق قانون مجموع المتوالية الهندسية ينتج أن:

القيمة الحالية للدفعات الفورية = أ $\left(\frac{1-\text{ح}^{\text{ن}}}{1-\text{ح}}\right)$ بمعدل ع

والكمية $\left(\frac{1-\text{ح}^{\text{ن}}}{1-\text{ح}}\right)$ تمثل مجموع القيم الحالية لعدد ن من الدفعات المتساوية الفورية قيمة كل منها وحدة النقود بمعدل فائدة مركبة قدره ع، فإذا رمزنا لهذه الكمية بالرمز $\ddot{\text{د}}_{\overline{\text{ن}|}}$ بمعدل ع، أى أن.

$$\ddot{\text{د}}_{\overline{\text{ن}|}} \text{ بمعدل ع} = \frac{1-\text{ح}^{\text{ن}}}{1-\text{ح}}$$

ولذلك فإن:

القيمة الحالية للدفعات الفورية = أ × $\ddot{\text{د}}_{\overline{\text{ن}|}}$ بمعدل ع .

العلاقة بين $د_{\overline{ن|}}$ ، $\ddot{د}_{\overline{ن|}}$

حيث أن:

$$\ddot{د}_{\overline{ن|}} = \frac{١ - ح^{ن}}{١ - ح}$$

بالتعويض عن قيمة $ح = \frac{١}{١ + ع}$ ، ينتج أن:

$$\ddot{د}_{\overline{ن|}} = \frac{١ - ح^{ن}}{١ - \frac{١}{١ + ع}} = \frac{١ - ح^{ن}}{\frac{ع}{١ + ع}}$$

$$= (١ + ع) \left(\frac{١ - ح^{ن}}{ع}\right)$$

ولكن $د_{\overline{ن|}} = \frac{١ - ح^{ن}}{ع}$ ، لذلك فإن:

$$\ddot{د}_{\overline{ن|}} \text{ بمعدل } ع = (١+ع) \; د_{\overline{ن|}}$$

وبالتالى فإن:

القيمة الحالية للدفعات الفورية = أ $(١+ع) \times د_{\overline{ن|}}$ بمعدل ع (١)

وتعد الصيغة (١) صيغة مطولة لإيجاد القيمة الحالية للدفعات الفورية، حيث تستخدم جداول الفائدة المركبة والخاصة بـ $د_{\overline{ن|}}$ مع ضرب القيمة الناتجة فى (١+ ع).

ويمكن الوصول إلى علاقة أخرى بين المقدارين $\ddot{د}_{\overline{ن}|}$ ، $د_{\overline{ن}|}$ توفر علينا عملية الضرب فى (١+ع) على النحو التالى:

$$\ddot{د}_{\overline{ن}|} = (١+ع) \times \frac{١ - ح^{ن}}{ع}$$

وحيث أن $ح = \frac{١}{١ + ع} = (١ + ع)^{-١}$

أى أن:

$$\ddot{د}_{\overline{ن}|} = \frac{(١+ع)\,[١ - (١ + ع)^{-ن}]}{ع}$$

$$= \frac{(١+ع) - (١ + ع)^{-ن+١}}{ع}$$

$$= \frac{(١+ع) - ح^{ن-١}}{ع}$$

$$= \frac{١ - ح^{ن-١}}{ع} + \frac{ع}{ع}$$

$$= \frac{١ - ح^{ن-١}}{ع} + ١$$

وحيث أن:

$$د_{\overline{ن}|} = \frac{١ - ح^{ن}}{ع}$$

بالمثل فإن:

$$د_{\overline{ن-١|}} = \frac{١ - ح^{ن-١}}{ع}$$

أى أن:

$$\ddot{د}_{\overline{ن|}} = د_{\overline{ن-١|}} + ١$$

ونصل إلى:

القيمة الحالية للدفعات الفورية = أ ($د_{\overline{ن-١|}}$ + ١) بمعدل ع (٢)

وتمثل الصيغة (٢) الصيغة المختصرة فى إيجاد القيمة الحالية للدفعات الفورية بطريقة أيسر من الصيغة المطولة فهى تعفينا من عملية الضرب فى (١ + ع).

مثال (٤-١٥)

احسب القيمة الحالية لدفعة فورية سنوية قيمة الدفعة الواحدة ١٠٠٠ جنيه تدفع أول كل ٦ شهور لمدة ٧ سنوات ونصف، إذا كان معدل الفائدة الأسمى السنوى ١٤٪ وتدفع الفائدة مرتين فى السنة.

الحل

مدة الدفعات بأنصاف السنوات = ن = ٧,٥ × ٢ = ١٥ نصف سنة

المعدل = ع = $\frac{١٤٪}{٢}$ = ٧٪ كل نصف سنة

يمكن إيجاد القيمة الحالية للدفعات الفورية بإستخدام أى من الصيغتين المطولة أو المختصرة.

١- بإستخدام الصيغة المطولة:

القيمة الحالية للدفعات = أ × (١+ع) × د ن┐ بمعدل ع

= ١٠٠٠ (١,٠٧) × د ١٥┐ بمعدل ٧٪

بالبحث فى العمود الخامس من جداول الفائدة المركبة تحت المعدل ٧٪ وأمام ن = ١٥ ، نجد أن:

د ١٥┐ بمعدل ٧٪ = ٩,١٠٧٩١٤

أى أن:

القيمة الحالية للدفعات = ١٠٠٠ (١,٠٧)(٩,١٠٧٩١٤)

= ٩٧٤٥,٤٦٨ جنيهاً.

٢- بإستخدام الصيغة المختصرة:

القيمة الحالية للدفعات = أ (د ن-١┐ + ١) بمعدل ع

= ١٠٠٠ (د ١٤┐ + ١) بمعدل ٧٪

= ١٠٠٠ (٨,٧٤٥٤٦٨ + ١) = ٩٧٤٥,٤٦٨ جنيهاً.

مثال (٤-١٦)

طلب شخص من بنك الأسكندرية أن يدفع عنه لإحدى الجمعيات الخيرية مبلغ ٣٠٠٠ جنيه أول كل سنة لمدة ١٢ سنة قادمة. فما هو المبلغ الواجب إيداعه بالبنك مقدماً لهذا الغرض إذا كان معدل الفائدة المركبة السائد خلال هذه الفترة هو ٨٪ سنوياً؟

الحــل

قيمة الدفعة السنوية الفورية = أ = ٣٠٠٠ ، ن = ١٢ ، ع = ٨٪

المبلغ الواجب إيداعه بالبنك مقدماً يمثل القيمة الحالية للدفعات

القيمة الحالية للدفعات الفورية = أ (د $\overline{ن-١}|$ + ١) بمعدل ع

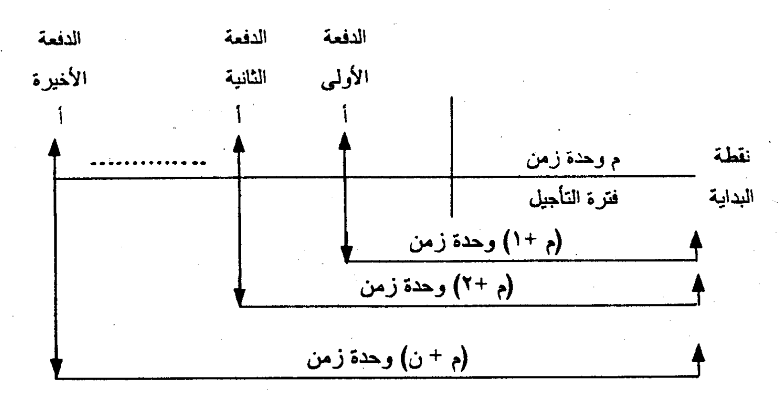
= ٣٠٠٠ (د $\overline{١١}|$ +١) بمعدل ٨٪

= ٣٠٠٠ (٧,١٣٨٩٦٤ + ١) = ٢٤٤١٦,٨٩٢ جنيهاً.

(٤-٢-٢) القيمة الحالية للدفعات المؤجلة

أولاً: القيمة الحالية للدفعات المؤجلة العادية

إذا كانت الدفعات المتساوية العادية مؤجلة لمدة م من الفترات الزمنية، فكما نلاحظ من الشكل التالى، نجد أن:



الدفعة الأولى تستحق خصم عن مدة (م +١) وحدة زمن، أى أن:

القيمة الحالية للدفعة الأولى $= \text{أ} \times \text{ح}^{\text{م}+١}$

الدفعة الثانية تستحق خصم عن مدة (م +٢) وحدة زمن، أى أن:

القيمة الحالية للدفعة الثانية $= \text{أ} \times \text{ح}^{\text{م}+٢}$

⋮

وهكذا، فإن الدفعة الأخيرة تستحق خصم عن مدة (م + ن) وحدة زمن، أى أن:

القيمة الحالية للدفعة الأخيرة $= \text{أ} \times \text{ح}^{\text{م}+\text{ن}}$

وبالتالى فإن:

القيمة الحالية للدفعات العادية المؤجلة لمدة م من الوحدات الزمنية

$$= \text{أ}\,(\text{م} / \text{د}_{\overline{\text{ن}}|}) = \text{أ} \times \text{ح}^{\text{م}+١} + \text{أ} \times \text{ح}^{\text{م}+٢} + \ldots\ldots + \text{أ} \times \text{ح}^{\text{م}+\text{ن}}$$

$$= \text{أ} \times \text{ح}^{\text{م}}\,(\text{ح} + \text{ح}^{٢} + \ldots\ldots\ldots\ldots + \text{ح}^{\text{ن}})$$

$$= \text{أ} \times \text{ح}^{\text{م}} \left(\frac{١ - \text{ح}^{\text{ن}}}{\text{ع}}\right)$$

ولكن $\text{د}_{\overline{\text{ن}}|} = \dfrac{١ - \text{ح}^{\text{ن}}}{\text{ع}}$ ، وبالتالى فإن:

القيمة الحالية للدفعات العادية المؤجلة $= \text{أ ح}^{\text{م}} \times \text{د}_{\overline{\text{ن}}|}$ بمعدل ع (١)

ولإستخدام الصيغة السابقة فى إيجاد القيمة الحالية للدفعات العادية المؤجلة يلزم إستخدام جدولين من جداول الفائدة المركبة وهما:

جدول القيمة الحالية لإيجاد $\text{ح}^{\text{ن}}$ ، وجدول القيمة الحالية للدفعات لإيجاد $\text{د}_{\overline{\text{ن}}|}$.

ويمكن إشتقاق صيغة أخرى أكثر سهولة لإيجاد القيمة الحالية للدفعات العادية المؤجلة كما يلى:

$$م / د_{\overline{ن|}} \text{ بمعدل ع} = ح^{م+١} + ح^{م+٢} + \ldots\ldots + ح^{م+ن}$$

$$= ح^{م} \left(\frac{١ - ح^{ن}}{ع} \right) \text{ بمعدل ع}$$

$$= \frac{ح^{م} - ح^{ن+م}}{ع} \text{ بمعدل ع}$$

$$= \frac{١ - ١ + ح^{م} - ح^{ن+م}}{ع} \text{ بمعدل ع}$$

$$= \frac{(١ - ح^{ن+م}) - (١ - ح^{م})}{ع} \text{ بمعدل ع}$$

$$= \frac{١ - ح^{ن+م}}{ع} - \frac{١ - ح^{م}}{ع} \text{ بمعدل ع}$$

$$= \left(د_{\overline{ن+م|}} - د_{\overline{م|}} \right) \text{ بمعدل ع}$$

وبالتالى فإن:

القيمة الحالية للدفعات العادية المؤجلة لمدة م من الوحدات الزمنية

$$= أ \left(م / د_{\overline{ن|}} \right) = أ \left(د_{\overline{ن+م|}} - د_{\overline{م|}} \right) \text{ بمعدل ع} \qquad (٢)$$

والكمية بين القوسين تمثل القيمة الحالية لدفعة عادية قيمتها جنيه واحد لمدة ن من الوحدات الزمنية والمؤجلة لمدة م من الوحدات الزمنية،

وهى عبارة عن الفرق بين القيمة الحالية لدفعة عادية لمدة (م + ن) من الوحدات الزمنية والقيمة الحالية لدفعة عادية لمدة م من الوحدات الزمنية.

ومن البديهى يمكن إيجاد قيمتى د $\overline{ن + م|}$ ، د $\overline{م|}$ من العمود الخامس من جداول الفائدة المركبة.

مثال (٤-١٧)

تعاقد مستثمر مع أحد المقاولين على بناء مصنع على أن يسدد له تكاليف البناء على ١٥ دفعة سنوية عادية قيمة كل منها ٥٠٠٠٠ جنيه على أن يعطيه المقاول فترة سماح فى البداية مدتها ٥ سنوات لا يدفع خلالها المستثمر للمقاول شيئاً. احسب ثمن بناء المصنع الفورى إذا كان معدل الفائدة المركبة يوم البناء هو ٩٪ سنوياً.

الحل

ثمن بناء المصنع الفورى عبارة عن القيمة الحالية لخمسة عشر دفعة عادية قيمة كل منها ٥٠٠٠٠ جنيه ومؤجلة لمدة ٥ سنوات على أساس معدل فائدة مركبة ٩٪ سنوياً.

فإذا إستخدمنا الصيغة الأولى المطولة، فإن:

ثمن بناء المصنع الفورى = أ × $ح^{م}$ × د $\overline{ن|}$ بمعدل ع

= ٥٠٠٠٠ × $ح^{٥}$ (د $\overline{١٥|}$ بمعدل ٩٪)

= ٥٠٠٠٠× ٠,٦٤٩٩٣١ × ٨,٠٦٠٦٨٨ = ٢٦١٩٤٤,٥٥ جنيهاً.

أما إذا إستخدمنا الصيغة الثانية المختصرة، فإن:

ثمن بناء المصنع الفورى = أ $(\text{د}_{\overline{\text{ن + م}}|} - \text{د}_{\overline{\text{م}}|})$ بمعدل ع (٢)

= ٥٠٠٠٠ $(\text{د}_{\overline{٢٠}|} - \text{د}_{\overline{٥}|})$ بمعدل ٩٪

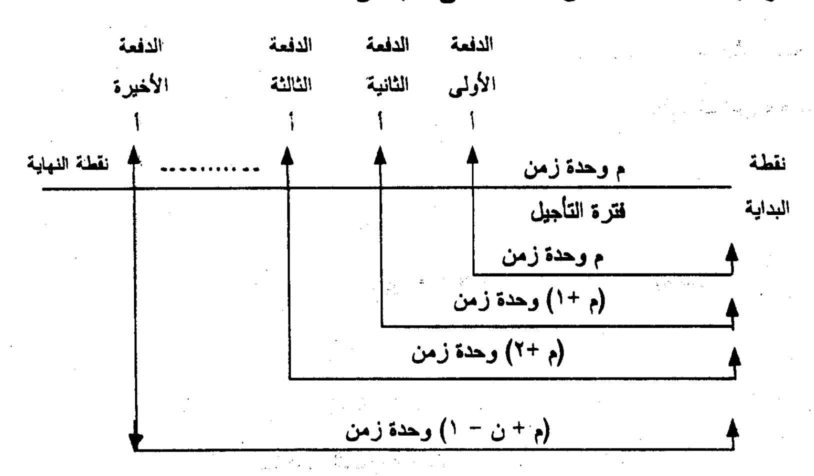
= ٥٠٠٠٠ (٩،١٢٨٥٤٦ − ٣،٨٨٩٦٥١) = ٢٦١٩٤٤،٧٥ جنيهاً.

وهى نفس النتيجة السابق الحصول عليها تقريباً.

ومن البديهى أن إستعمال الصيغة المختصرة يحقق وفراً أكبر فى العمليات الحسابية من الصيغة المطولة حيث يقتصر فقط على إستعمال جدول القيمة الحالية للدفعات فضلاً عن أن عمليات الطرح أسهل رياضياً من عمليات الضرب.

ثانياً: القيمة الحالية للدفعات المؤجلة الفورية

إذا كانت الدفعات المتساوية الفورية مؤجلة لمدة م من الوحدات الزمنية، فكما نلاحظ من الشكل التالى، نجد أن:



الدفعة الأولى تستحق خصم عن مدة م وحدة زمن، أى أن:

القيمة الحالية للدفعة الأولى = أ × $\text{ح}^{\text{م}}$

الدفعة الثانية تستحق خصم عن مدة (م +١) وحدة زمن، أى أن:

القيمة الحالية للدفعة الثانية = أ × $\text{ح}^{\text{م}+١}$

⋮

وهكذا، فإن الدفعة الأخيرة تستحق خصم عن مدة (م + ن −١) وحدة زمن، أى أن:

القيمة الحالية للدفعة الأخيرة = أ × $\text{ح}^{\text{م}+\text{ن}-١}$

ومن ثم فإن:

القيمة الحالية للدفعات الفورية المؤجلة لمدة م من الوحدات الزمنية

$$= \text{أ} \left(\text{م} / \ddot{\text{د}}_{\overline{\text{ن}}|}\right) = \text{أ} \left(\text{ح}^{\text{م}} + \text{ح}^{\text{م}+١} + \ldots\ldots + \text{ح}^{\text{م}+\text{ن}-١}\right)$$

$$= \text{أ} \times \text{ح}^{\text{م}} \left(١ + \text{ح} + \text{ح}^{٢} + \ldots\ldots + \text{ح}^{\text{ن}-١}\right)$$

$$= \text{أ} \times \text{ح}^{\text{م}} \left(\frac{١ - \text{ح}^{\text{ن}}}{١ - \text{ح}}\right)$$

$$= \text{أ} \times \text{ح}^{\text{م}} (١ + \text{ع}) \left(\frac{١ - \text{ح}^{\text{ن}}}{\text{ع}}\right)$$

$$= \text{أ} \times \text{ح}^{\text{م}} \times \ddot{\text{د}}_{\overline{\text{ن}}|} \quad \text{بمعدل ع}$$

$$= \text{أ} \times \text{ح}^{\text{م}} (١+\text{ع}) \times \text{د}_{\overline{\text{ن}}|} \quad \text{بمعدل ع} \qquad (١)$$

والصيغة (١) تعد صيغة مطولة، فبالإضافة إلى أنها تتطلب إستخدام جدول القيمة الحالية للجنيه والقيمة الحالية للدفعات فإنها تتطلب أيضاً عمليات ضرب مطولة.

ويمكن الوصول إلى علاقة أبسط يستخدم فيها جدول القيمة الحالية للدفعات فقط، وذلك على النحو التالي:

حيث أن $ح = \frac{١}{١ + ع}$ ، وبالتالى فإن $(١+ع) = ح^{-١}$

إذن:

$$ح^{م} (١+ع) \times د_{\overline{ن|}} \text{ بمعدل ع} = ح^{م} \times ح^{-١} \left(\frac{١ - ح^{ن}}{ع}\right)$$

$$= ح^{م-١} \left(\frac{١ - ح^{ن}}{ع}\right) \text{ بمعدل ع}$$

$$= \frac{ح^{م-١} - ح^{ن+م-١}}{ع} \text{ بمعدل ع}$$

$$= \frac{١ - ١ + ح^{م-١} - ح^{ن+م-١}}{ع} \text{ بمعدل ع}$$

$$= \frac{(١ - ح^{ن+م-١}) - (١ - ح^{م-١})}{ع} \text{ بمعدل ع}$$

$$= \frac{١ - ح^{ن+م-١}}{ع} - \frac{١ - ح^{م-١}}{ع} \text{ بمعدل ع}$$

$$= (د_{\overline{ن+م-١|}} - د_{\overline{م-١|}}) \text{ بمعدل ع}$$

وبالتالى فإن:

القيمة الحالية للدفعات الفورية المؤجلة لمدة م من الوحدات الزمنية

= أ (د $\overline{|ن + م - ١}$ - د $\overline{|م - ١}$) بمعدل ع (٢)

وتمثل الصيغة (٢) صيغة مختصرة لإيجاد القيمة الحالية للدفعات الفورية المؤجلة.

مثال (٤-١٨)

احسب القيمة الحالية لدفعة سنوية مبلغها ٢٠٠٠ جنيه تدفع أول كل سنة لمدة ١٢ سنة مؤجلة ٤ سنوات، إذا كان معدل الفائدة المركبة ١١٪ سنوياً.

الحل

إذا إستخدمنا الصيغة المطولة، فإن:

القيمة الحالية للدفعات الفورية المؤجلة = أ × ح م × د $\overline{|ن}$ بمعدل ع

= أ (د $\overline{|ن +م - ١}$ - د $\overline{|م - ١}$) بمعدل ع

= ٢٠٠٠ (د $\overline{|١٢+٤-١}$ - د $\overline{|٤-١}$) بمعدل ١١٪

= ٢٠٠٠ (د $\overline{|١٥}$ - د $\overline{|٣}$) بمعدل ١١٪

= ٢٠٠٠ (٧,١٩٠٨٧ - ٢,٤٤٣٧١) = ٩٤٩٤,٣٢ جنيهاً.

وكما يتضح من المثال السابق فإن إستخدام الصيغة المختصرة لحساب القيمة الحالية للدفعات الفورية المؤجلة أكثر سهولة فى العمليات الحسابية من الصيغة المطولة.

مثال (٤-١٩)

أراد شخص أن يضمن لنفسه دفعة سنوية بمبلغ معين من أول يناير عام ٢٠٠٠ لمدة ١٥ سنة، ولهذا الغرض قام بإيداع مبلغ ١٤١٦٨,٣٣١ جنيه فى بنك القاهرة فى أول يناير عام ١٩٩٤. فإذا كان معدل الفائدة المركبة الذى يستخدمه البنك هو ١٠٪ سنوياً، فما هو مقدار الدفعة السنوية التى يريد الشخص أن يضمنها لنفسه؟

الحل

هذا الشخص سيحصل على ١٥ دفعة سنوية فورية مؤجلة لمدة ٦ سنوات.

نفرض أن قيمة الدفعة السنوية التى سيضمنها الشخص لنفسه هى أ جنيه.

المبلغ الذى أودع فى البنك فى أول يناير عام ١٩٩٤ يمثل القيمة الحالية لهذه الدفعات المؤجلة، إذن:

القيمة الحالية للدفعات الفورية المؤجلة = أ (د $\overline{ن + م - ١}|$ − د $\overline{م - ١}|$) بمعدل ع

١٤١٦٨,٣٣١ = أ (د $\overline{١٥+٦-١}|$ − د $\overline{٦-١}|$) بمعدل ١٠٪

= أ (د $\overline{٢٠}|$ − د $\overline{٥}|$) بمعدل ١٠٪

= أ (٨,٥١٣٥٦٤ − ٣,٧٩٠٧٨٧)

أ = $\frac{١٤١٦٨,٣٣١}{٤,٧٢٢٧٧٧}$ = ٣٠٠٠٠

أى أن:

مقدار الدفعة السنوية الفورية = ٣٠٠٠ جنيهاً.

(٤-٢-٣) القيمة الحالية للدفعات الدائمة

أولاً: القيمة الحالية للدفعات العادية المؤجلة

رأينا أنه عند إيجاد القيمة الحالية للدفعات العادية فإن:

القيمة الحالية للدفعات العادية = أ × د $\overline{ن|}$ بمعدل ع

$$= أ \times \frac{(١ - ح^{ن})}{ع}$$

وحيث أن الدفعات دائمة، فيكون عددها لا نهائياً، فعندما ن تؤول إلى ∞ فإن $ح^{ن}$ تؤول إلى الصفر وذلك لأن ح كسر حقيقى أصغر من الواحد الصحيح، وبالتالى فإن:

القيمة الحالية للدفعات العادية الدائمة = أ × د $\overline{\infty|}$ بمعدل ع

$$= أ \times \frac{(١ - ح^{\infty})}{ع} = أ \times (\frac{(١ - صفر)}{ع}) = \frac{أ}{ع} .$$

مثال (٤-٣٠)

احسب ثمن شراء حديقة موالح تدر دخلاً سنوياً كل سنة قدره ٦٠٠٠٠ جنيه يتم الحصول عليه آخر كل سنة، إذا كان معدل الفائدة المركبة هو ٨٪ سنوياً.

الحــل

ثمن شراء الحديقة = القيمة الحالية لدخلها الدائم

= أ × د $\overline{\infty|}$ بمعدل ع

$= \frac{أ}{ع}$

$= \frac{٦٠٠٠٠}{٠,٠٨}$ = ٧٥٠٠٠٠ جنيهاً.

ثانياً: القيمة الحالية للدفعات الفورية الدائمة

سبق أن أوضحنا أن:

القيمة الحالية للدفعات الفورية = أ × $\ddot{د}\ \overline{ن|}$ بمعدل ع

= أ (١+ع) × د $\overline{ن|}$ بمعدل ع

= أ (١+ع) × $\frac{١ - ح^{ن}}{ع}$ بمعدل ع

بالتعويض عن ن = ∞ فى العلاقة السابقة ينتج أن:

القيمة الحالية للدفعات الفورية الدائمة = أ (١+ع) $\left(\frac{١ - ح^{\infty}}{ع}\right)$

= أ (١+ع) $\left(\frac{١ - صفر}{ع}\right)$

$= \frac{أ\,(١ + ع)}{ع}$

أى أن:

$$\text{القيمة الحالية للدفعات الفورية الدائمة} = \text{أ} \left(\frac{١}{\text{ع}} + ١ \right)$$

مثال (٤-٢١)

ما هو المبلغ الواجب إيداعه بالبنك لكى يدر على صاحبه دخلاً فى بداية كل سنة قدره ٥٠٠٠ جنيه، إذا كان معدل الفائدة المركبة هو ١٢٪ سنوياً؟

الحل

المبلغ الواجب إيداعه بالبنك = القيمة الحالية للدفعات الدائمة الفورية

$$= \text{أ} \left(\frac{١}{\text{ع}} + ١ \right)$$

$$= ٥٠٠٠ \left(\frac{١}{٠,١٢} + ١ \right) = ٤٦٦٦٦,٦٦٧ \text{ جنيهاً}$$

إيجاد المدة أو المعدل

قد يكون من المرغوب فيه معرفة عدد الدفعات العادية أو الفورية إذا كان معلوماً قيمة الدفعة والقيمة الحالية للدفعات ومعدل الفائدة المستخدم.

ففى حالة الدفعات العادية العاجلة مثلاً، نجد أن:

القيمة الحالية للدفعات العادية = أ × د $\overline{ن|}$ بمعدل ع

إذن:

$$د_{\overline{ن|}} \text{ بمعدل ع} = \frac{\text{القيمة الحالية للدفعات العادية}}{أ}$$

بالبحث فى العمود الخامس من جداول الفائدة المركبة عن القيمة $د_{\overline{ن|}}$ تحت معدل الفائدة المعلوم نستطيع معرفة مدة الدفعات، ن.

بالمثل، إذا كانت المدة، ن، معلومة فإننا نبحث فى ذات العمود عن القيمة $د_{\overline{ن|}}$ أمام قيمة ن فنستطيع معرفة معدل الفائدة المجهول، ع.

وفى حالة الدفعات الفورية العاجلة، نجد أن:

$$\text{القيمة الحالية للدفعات الفورية} = أ\,(د_{\overline{ن-١|}} + ١) \quad \text{بمعدل ع}$$

إذن:

$$د_{\overline{ن-١|}} + ١ \text{ بمعدل ع} = \frac{\text{القيمة الحالية للدفعات الفورية}}{أ}$$

$$د_{\overline{ن-١|}} \text{ بمعدل ع} = \frac{\text{القيمة الحالية للدفعات الفورية}}{أ} + ١$$

بالبحث فى العمود الخامس من جداول الفائدة المركبة عن القيمة $د_{\overline{ن-١|}}$ تحت المعدل المغلوم، ع، يمكن الحصول على قيمة (ن-١) ومنها قيمة ن. والعكس، بالبحث عن القيمة $د_{\overline{ن-١|}}$ أمام المدة (ن-١) يمكن الحصول على قيمة معدل الفائدة المجهول، ع.

بالمثل، يمكن إيجاد المدة، ن، أو معدل الفائدة، ع، فى حالة معلومية القيمة الحالية للدفعات المؤجلة العادية أو الفورية، وأيضاً فى حالة الدفعات

الدائمة العادية أو الفورية، فبمعلومية القيمة الحالية للدفعات يمكن إيجاد معـدل الفائدة، ع، وذلك بنفس طريقة التحليل السابقة.

مثال (٤-٢٣)

أراد شخص أن يضمن لنفسه دفعة سنوية قدرها ٢٠٠٠ جنيـه إبتـداء من أول يناير عام ٢٠٠٠ لمدة ٨ سنوات، فـأودع فـى البنـك الأهلـى فـى أول يناير عام ٢٠٠٠ لهذا الغرض مبلغ ١٢٠٦٥,٩٠٦ جنيه. أوجد معـدل الفـائدة المركبة السنوى الذى إستخدمه البنك.

الحـل

قيمة الدفعة = ٢٠٠٠ جنيه ، ن = ٨ سنوات

القيمة الحالية للدفعات الفورية = ١٢٠٦٥,٩٠٦ جنيه

حيث أن:

القيمة الحالية للدفعات الفورية = أ (د $\overline{ن-١|}$ + ١) بمعدل ع

١٢٠٦٥,٩٠٦ = ٢٠٠٠ (د $\overline{٧|}$ + ١) بمعدل ع

(د $\overline{٧|}$ + ١) بمعدل ع = $\frac{١٢٠٦٥,٩٠٦}{٢٠٠٠}$

= ٦,٠٣٢٩٥٣

د $\overline{٧|}$ بمعدل ع = ٥,٠٣٢٩٥٣

بالبحث فى العمود الخامس من جداول الفـائدة المركبـة أمـام ن = ٧ عن القيمة ٥,٠٣٢٩٥٣ نجد أنها تقع تحت المعدل ٩٪.

وبالتالى فإن:

معدل الفائدة المركبة الذى إستخدمه البنك = ٩٪ سنوياً.

مثال (٤-٢٣)

أودع شخص فـي أحـد البنـوك مبلـغ ٨٣١٢,٥٥٨ جنيـه لكـى يعطيـه البنك فى نهاية كل سـتة شـهور مبلـغ ١٠٠٠ جنيـه لمـدة ٨ سـنوات. فمـا هـو معدل الفائدة المركبة النصف سنوى الذى أستخدمه البنك؟

الحـل

مبلغ الدفعة النصف سنوية = ١٠٠٠ جنيه

عدد الدفعات النصف سنوية = ٢ × ٨ = ١٦ دفعة

القيمة الحالية للدفعات = المبلغ المودع مقدماً بالبنك

= ٨٣١٢,٥٥٨

القيمة الحالية للدفعات = أ × د $\overline{ن|}$ بمعدل ع

٨٣١٢,٥٥٨ = ١٠٠٠ × د $\overline{١٦|}$ بمعدل ع

$$د \ \overline{١٦|} \ \text{بمعدل ع} = \frac{٨٣١٢,٥٥٨}{١٠٠٠} = ٨,٣١٢٥٥٨$$

بالبحث فى العمود الخامس من جداول الفائدة المركبـة أمـام ن = ١٦ وتحت المعدلات المختلفة عن القيمة ٨,٣١٢٥٥٨ نجد أنها تقع تحـت المعدل ٩٪

وبالتالى فإن:

معدل الفائدة المركبـة الذى إسـتخدمه البنـك = ٩٪ تضـاف كـل سـتة شهور.

مثال (٤-٣٤)

إذا كانت القيمة الحالية لدفعة عادية سنوية قيمتها ٤٠٠٠ جنيه لمدة ١٠ سنوات ومؤجلة لمدة ٥ سنوات هى ١٦٦٨٤,١٤٨ جنيه. فما هو معدل الفائدة المركبة السنوى المستخدم؟

الحل

مدة الدفعات = ن = ١٠ سنوات

مدة التأجيل = م = ٥ سنوات

القيمة الحالية للدفعات العادية المؤجلة م من السنوات

= أ (د $\overline{ن + م}|$ - د $\overline{م}|$) بمعدل ع

١٦٦٨٤,١٤٨ = ٤٠٠٠ (د $\overline{١٥}|$ - د $\overline{٥}|$) بمعدل ع

(د $\overline{١٥}|$ - د $\overline{٥}|$) بمعدل ع = $\frac{١٦٦٨٤,١٤٨}{٤٠٠٠}$

= ٤,١٧١٠٣٧

بالبحث فى العمود الخامس من جداول الفائدة المركبة، حيث نوجد الفرق بين القيمتين د $\overline{١٥}|$ ، د $\overline{٥}|$ تحت المعدلات المختلفة حتى يكون هذا الفرق مساوياً للقيمة ٤,١٧١٠٣٧ حيث نجد أن:

د $\overline{١٥}|$ - د $\overline{٥}|$ تساوى ٤,١٧١٠٣٧ تحت المعدل ١٠٪ فيكون معدل الفائدة المركبة السنوى المستخدم هو ١٠٪.

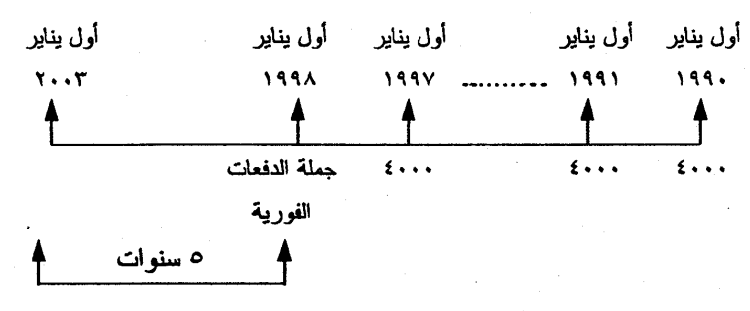
أمثلة متنوعة على جملة الدفعات المتساوية وقيمتها الحالية

مثال (٤-٣٥)

يودع شخص في بنك القاهرة مبلغ ٤٠٠٠ جنيه في أول كل سنة إبتداء من أول يناير عام ١٩٩٠ وذلك لمدة ٨ سنوات متتالية بمعدل فائدة مركبة ١٠٪ سنوياً، فإذا علمت أن هذا الشخص لم يسحب شيئاً من رصيده بالبنك بل تركه ليستثمر من جديد بمعدل فائدة مركبة ٦٪ تضاف كل ٦ شهور. أوجد رصيد الشخص في أول يناير عام ٢٠٠٣.

الحل

نوجد جملة ٨ دفعات فورية حتى أول يناير عام ١٩٩٨، هذه الجملة تم إستثمارها حتى أول يناير عام ٢٠٠٣ كما يتضح من الشكل التالي:



وحيث أن معدل الفائدة خلال مدة الإستثمار الجديدة، ٥ سنوات، هو ٦٪ تضاف كل ٦ شهور، فتكون مدة إستثمار مبلغ جملة الدفعات هي ٥ × ٢ = ١٠ أنصاف سنوات.

رصيد الشخص في أول يناير عام ٢٠٠٣

= [أ (جـ $\overline{ن_{١}+١}|$ −١) بمعدل ع$_{١}$] (١ + ع$_{٢}$)$^{ن_{٢}}$

= [٤٠٠٠ (جـ $\overline{١+٨}|$ −١) بمعدل ١٠٪] (١+ ٠,٠٦)^{١٠}

= ٤٠٠٠ (١٣,٥٧٩٤٧٧ − ١) × ١,٧٩٠٨٤٨

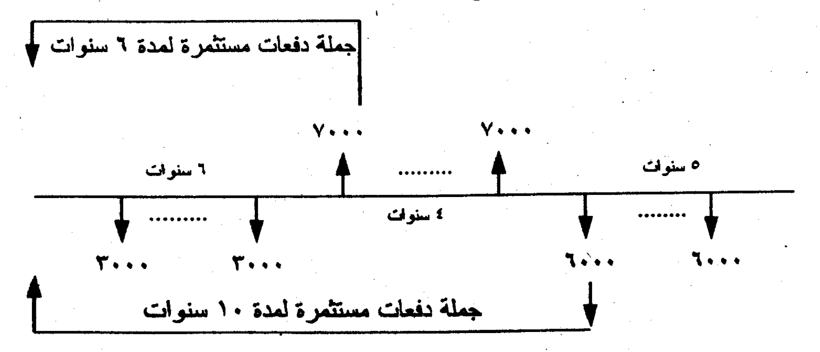
= ٩٠١١١,٧٢٥ جنيهاً.

مثال (٤-٣٦)

أودع شخص فى بنك القاهرة مبلغ ٦٠٠٠ جنيه آخر ديسمبر من كل عام لمدة ٥ سنوات، ثم أودع مبلغ ٧٠٠٠ جنيه آخر ديسمبر من كل عام خلال الأربع سنوات التالية، ثم أودع مبلغ ٣٠٠٠ جنيه آخر ديسمبر من كل عام خلال الست سنوات التالية الأخيرة. فإذا علمت أن هذا الشخص لم يسحب من أى رصيد له بالبنك طيلة هذه المدة، وكان معدل الفائدة المركبة المستخدم خلال هذه المدة هو ١١٪ سنوياً. ما هى جملة المبلغ المستحق لهذا الشخص فى نهاية الخمس عشرة سنة؟

الحل

يمكن تمثيل عمليات الدفع والإستثمار بالشكل التالى:



حيث نلاحظ أن جملة الخمس دفعات الأولى تم إستثمارها كمبلغ لمدة ١٠ سنوات، أما جملة الأربع دفعات التالية فتم إستثمارها كمبلغ لمدة ٦ سنوات، فى حين أن جملة الست دفعات الأخيرة فتستحق فى نقطة النهاية وهى آخر ديسمبر من العام الخامس عشر.

فإذا رمزنا إلى قيمة الدفعة فى الفترة الأولى بالرمز أ$_{١}$، حيث أ$_{١}$ = ٦٠٠٠

، عدد الدفعات فى الفترة الأولى بالرمز ن$_{١}$، حيث ن$_{١}$ = ٥

، **قيمة الدفعة فى الفترة الثانية بالرمز أ$_{٢}$، حيث أ$_{٢}$ = ٧٠٠٠**

، عدد الدفعات فى الفترة الثانية بالرمز ن$_{٢}$، حيث ن$_{٢}$ = ٤

، **قيمة الدفعة فى الفترة الثالثة بالرمز أ$_{٣}$، حيث أ$_{٣}$ = ٣٠٠٠**

، **عدد الدفعات فى الفترة الثالثة بالرمز ن$_{٣}$، حيث ن$_{٣}$ = ٦**

وبالتالى فإن:

جملة المبلغ المستحق = أ$_{١}$ (جـ $\overline{ن_{١}|}$ بمعدل ع) (١ + ع)$^{ن_{٢} + ن_{٣}}$

+ أ$_{٢}$ (جـ $\overline{ن_{٢}|}$ بمعدل ع) (١ + ع)$^{ن_{٣}}$ + أ$_{٣}$ (جـ $\overline{ن_{٣}|}$ بمعدل ع)

= (٦٠٠٠ × جـ $\overline{٥|}$ بمعدل ١١٪) (١+٠,١١)^{١٠}

+ (٧٠٠٠ × جـ $\overline{٤|}$ بمعدل ١١٪) (١+٠,١١)^{٦}

+ ٣٠٠٠ × جـ $\overline{٦|}$ بمعدل ١١٪

= (٦٠٠٠ × ٦,٢٢٧٨٠ × ٢,٨٣٩٤٢) + (٧٠٠٠ × ٤,٧٠٩٧٣ × ١,٨٧٠٤١) + (٣٠٠٠ × ٧,٩١٢٨٦)

= ١٠٦١٠٠,٠٤ + ٦١٦٦٣,٨٨٣ + ٢٣٧٣٨,٥٨

= ١٩١٥٠٢,٥ جنيهاً.

مثال (٤-٣٧)

ما هو المبلغ اللازم إستثماره عند بلوغ الإنسان سن الخامسة والأربعين حتى يمكن الحصول منه سنوياً على مبلغ ٦٠٠٠ جنيه آخر كل سنة لمدة ١٠ سنوات إذا أراد أن يكون تسلم أول مبلغ يوم بلوغه سن الستين إذا كان معدل الفائدة المركبة خلال المدة هو ٩٪ سنوياً؟

الحل

المبلغ اللازم إستثماره عند بلوغ الإنسان سن الخامسة والأربعين يمثل القيمة الحالية لعشر دفعات عادية، وحيث أن تسلم أول مبلغ سيكون يوم بلوغه سن الستين، فيعنى ذلك أن الدفعات العشرة مؤجلة لمدة ٥ سنوات. أى أن:

القيمة الحالية للدفعات العادية المؤجلة

= أ (د$_{\overline{ن+م}|}$ − د$_{\overline{م}|}$) بمعدل ع

= ٦٠٠٠ (د$_{\overline{١٠+٥}|}$ − د$_{\overline{٥}|}$) بمعدل ٩٪

= ٦٠٠٠ (٨,٠٦٠٦٨٨ − ٣,٨٨٩٦٥١) = ٢٥٠٢٦,٢٢٢

وعلى ذلك فإن:

المبلغ اللازم إستثماره لهذا الغرض = ٢٥٠٢٦,٢٢٢ جنيهاً.

مثال (٤-٣٨)

اشترت شركة الأمل الصناعية آلة من أحد الموردين، وعرضت على المورد أن يتم السداد بإحدى طرق السداد التالية:

١- أن تدفع الشركة فوراً مبلغ ١٠٠٠٠٠ جنيه.

٢- أن تدفع الشركة مبلغ ٣٨٠٠٠ جنيه فوراً، ٥٠٠٠٠ جنيه بعد ٥ سنوات، ٦٠٠٠٠ جنيه بعد ٨ سنوات من تاريخ الشراء.

٣- أن تدفع الشركة أول كل سنة مبلغ ١٥٠٠٠ جنيه لمدة ١٠ سنوات.

فإذا كان معدل الفائدة المركبة المستخدم هو ١٠٪ سنوياً. فأى طرق السداد الثلاثة أفضل من وجهة نظر المورد؟

الحـل

لكى يقارن المورد بين طرق السداد الثلاثة لإختيار أفضلها، عليه أن يقارن بين القيم الحالية للمبالغ المدفوعة وفقاً لكل طريقة، حيث تحسب القيم الحالية وقت الشراء (أى الآن).

وفقاً للطريقة الأولى للسداد:

القيمة الحالية للمبلغ المسدد = قيمته الأسمية = ١٠٠٠٠٠ جنيهاً.

وفقاً للطريقة الثانية للسداد:

القيمة الحالية للمبالغ المسددة = المبلغ المدفوع نقداً + القيمة الحالية لمبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه يستحق السداد بعد ٥ سنوات + القيمة الحالية لمبلغ ٦٠٠٠٠ جنيه يستحق السداد بعد ٨ سنوات

= ٣٨٠٠٠ + ٥٠٠٠٠ × $ح^{٥}$ + ٦٠٠٠٠ × $ح^{٨}$ بمعدل ١٠٪

= ٣٨٠٠٠ + ٥٠٠٠٠ × ٠,٦٢٠٩٢١ + ٦٠٠٠٠ × ٠,٤٦٦٥٠٧

= ٣٨٠٠٠ + ٣١٠٤٦,٠٥ + ٢٧٩٩٠,٤٢

= ٩٧٠٣٦,٤٧ جنيهاً.

وفقاً للطريقة الثالثة للسداد:

يوجد ١٠ دفعات فورية متساوية قيمة كل منها ١٥٠٠٠ جنيه

أى أن:

القيمة الحالية للمبالغ المسددة = القيمة الحالية للدفعات الفورية

= أ (د ن-١| + ١) بمعدل ع

= ١٥٠٠٠ (د ٩| + ١) بمعدل ١٠٪

= ١٥٠٠٠ (٥,٧٥٩٠٢٤ + ١) = ١٠١٣٨٥,٣٦ جنيهاً.

وكما هو واضح فإن الطريقة الثالثة للسداد هى الأفضل بالنسبة للمورد، حيث تحقق له عائد أكبر من العائد الذى تحققه أى من الطريقتين الأولى والثانية، فيكون الأفضل للمورد هو أن تدفع له الشركة أول كل سنة مبلغ ١٥٠٠٠ جنيه لمدة ١٠ سنوات.

مثال (٤-٣٩)

فى خلال ٨ سنوات أودع شخص مبلغ ٥٠٠٠ جنيه آخر كل سنة بمعدل فائدة مركبة ٩٪ سنوياً. أوجد جملة ما يستحقه الشخص فى آخر السنة الرابعة عشر من بداية العملية.

الحل

يمكن حل هذه المسألة بطريقتين:

الطريقة الأولى:

نوجد جملة ٨ دفعات سنوية عادية، ثم نعتبر هذه الجملة كما لو كانت مبلغ تم إستثماره لمدة ٦ سنوات تالية.

أى أن:

جملة ما يستحقه الشخص = أ (جـ $\overline{ن}|_{١}$ بمعدل ع) $(١+ع)^{ن_٢}$

= ٥٠٠٠ (جـ $\overline{٨}|$ بمعدل ٩٪) $(١+ ٠,٠٩)^{٦}$

= ٥٠٠٠ × ١١,٠٢٨٤٧٤ × ١,٦٧٧١٠٠ = ٩٢٤٧٩,٢٦٩ جنيهاً.

الطريقة الثانية:

حيث أننا نريد إيجاد جملة ٨ دفعات بعد الدفعة الأخيرة بست سنوات، فيكون المطلوب هو إيجاد جملة ٨ دفعات مؤجلة ٦ سنوات.

أى أن:

جملة ما يستحقه الشخص = أ (جـ $\overline{ن + م}|$ − جـ $\overline{م}|$) بمعدل ع

= ٥٠٠٠ (جـ $\overline{٨ + ٦}|$ − جـ $\overline{٦}|$) بمعدل ٩٪

= ٥٠٠٠ (٢٦,٠١٩١٨٩ − ٧,٥٢٣٣٣٥)

= ٥٠٠٠ × ١٨,٤٩٥٨٥٤ = ٩٢٤٧٩,٢٥٧ جنيهاً.

مثال (٤−٣٠)

مدير مصنع مدين لأحد البنوك بالمبلغين الآتيين:

٣٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٤ سنوات من الآن

٥٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٧ سنوات من الآن.

فإذا رغب مدير المصنع الآن أن يسدد للبنك مبلغ ١٥٢٤٥,٢١ جنيـه ويدفع باقى ما عليه على ١٠ دفعات تدفع أول كل سنة بحيث يدفـع أول دفعـة بعد فترة سماح سنتين من الآن، ومقدار كل دفعة فى الخمـس سـنوات الأولـى يبلغ نصف مقداره خلال الخمس سنوات التالية. أوجد مقدار كل دفعة فى كـل فترة من فترتى السداد علماً بأن التسوية تمت على أساس معـدل فـائدة مركبـة ١٠٪ سنوياً.

الحـل

معادلة القيمة التى تحكم عملية التسوية هى:

القيمة الحالية للدينين الأصليين = القيمة الحالية للدفعات الفورية المؤجلة

الطرف الأيمن:

القيمة الحالية للديون القديمة= ٣٠٠٠٠ ×ح^{٤}+ ٥٠٠٠٠ ×ح^{٧} بمعدل ١٠٪

= ٣٠٠٠٠ × ٠,٦٨٣٠١٣ + ٥٠٠٠٠ × ٠,٥١٣١٥٨

= ٢٠٤٩٠,٣٩ + ٢٥٦٥٧,٩ = ٤٦١٤٨,٢٩ جنيهاً

القيمة الحالية للديون القديمة بعد السداد النقدى

= ٤٦١٤٨,٢٩ – ١٥٢٤٥,٢١ = ٣٠٩٠٣,٠٨ جنيهاً.

الطرف الأيسر:

نفرض أن مقدار الدفعة السـنوية الفوريـة فـى خـلال الخمـس سـنوات الأولى = س جنيه، وهى دفعات فورية مؤجلة لمدة سنتين.

فيكون مقدار الدفعة السنوية الفورية فى خلال الخمس سنوات الثانية = ٢س جنيه، وهى دفعات فورية مؤجلة لمدة ٧ سنوات.

وبالتالى فإن:

القيمة الحالية للدفعات = القيمة الحالية للخمس دفعات الأولى + القيمة الحالية للخمس دفعات الثانية

= س (د ٥+٢−١| − د ٢−١|) + ٢س(د ٥+٧−١| − د ٧−١|) بمعدل ١٠٪

= س (د ٦| − د ١|) + ٢س (د ١١| − د ٦|) بمعدل ١٠٪

= س(٤,٣٥٥٢٦١ − ٠,٩٠٩٠٩١) + ٢س(٦,٤٩٥٠٦١ − ٤,٣٥٥٢٦١)

= س (٣,٤٤٦١٧٠) + ٢س (٢,١٣٩٨)

= ٣,٤٤٦١٧٠ س + ٤,٢٧٩٦ س

بمساواة الطرفين الأيمن والأيسر، ينتج أن:

٧,٧٢٥٧٧ س = ٣٠٩٠٣,٠٨

س = ٣٠٩٠٣,٠٨ / ٧,٧٢٥٧٧ = ٤٠٠٠

أى أن:

قيمة الدفعة السنوية الفورية فى الخمس سنوات الأولى = ٤٠٠٠ جنيهاً

، قيمة الدفعة السنوية الفورية فى الخمس سنوات الثانية = ٨٠٠٠ جنيهاً.

الباب الخامس

إستهلاك القروض طويلة الأجل

رأينا فى الجزء الخاص بالفائدة البسيطة كيفية إستهلاك القروض قصيرة الأجل، أى تلك القروض التى لا تتجاوز مدتها سنة، وأنها تسدد على أقساط متساوية أو غير متساوية بفائدة بسيطة.

ولكن من المعلوم أن القروض التى يعقدها الأفراد أو المؤسسات أو الدول وتستثمر لفترة طويلة من الزمن قد تصل إلى ٢٠ أو ٢٥ سنة أو يزيد، مثل القروض العقارية والزراعية والصناعية أو القروض العسكرية، سواء كانت قروض عادية أو سندية، يتحتم إستخدام الفائدة المركبة فى العمليات الخاصة بها.

والقرض العادى هو الذى يتمثل فى مبلغ أو عدة مبالغ نقدية معينة، أما القرض السندى فيتكون من سندات تصدرها الجهة الراغبة فى الإقتراض كالحكومات أو المنشآت التجارية والصناعية والمالية أو مجالس المدن إلى دائنيها، وهو غالباً ما يكون الجمهور، لآجال طويلة، حيث يمكن إعتبار أن كل سند يمثل قرضاً مستقلاً، بينما القرض الأصلى يتكون من مجموعة السندات التى أصدرتها جهة الإقتراض.

وكما أسلفنا فى الجزء الخاص بالفائدة البسيطة، فإنه يقصد بإستهلاك القروض طويلة الأجل سداد القروض وفوائدها مرة واحدة أو على دفعات متساوية أو غير متساوية، ونظراً لوجود اختلافات بين القروض العادية

والقروض السندية من حيث تقييمها وإستهلاكها لذلك سنعالج إستهلاك كل نوع منهما على حدة.

(٥-١) إستهلاك القروض العادية طويلة الأجل

هناك عدة طرق لإستهلاك أو سداد القروض العادية طويلة الأجل نذكر منها:

١- سداد القرض وفوائده المركبة مرة واحدة فى تاريخ إستحقاقه، ويمثل المبلغ المسدد فى هذه الحالة جملة القرض بالفائدة المركبة المتفق عليها. وقد سبق لنا معالجة هذه الطريقة فى الباب الأول من الجزء الخاص بالفائدة المركبة.

٢- سداد القرض وفوائده بطريقة غير منتظمة حيث يتفق المدين مع الدائن على تأجيل تاريخ السداد لقرض أو لعدة قروض أو على تعجيل السداد قبل تواريخ الإستحقاق لقرض أو لعدة قروض. وقد سبق لنا أيضاً معالجة هذه الطريقة فى الباب الثانى من الجزء الخاص بالفائدة المركبة.

٣- سداد القرض فى نهاية المدة مع دفع الفوائد على فترات دورية منتظمة خلال مدة القرض، وتطبق فى هذه الطريقة نفس القواعد التى سبق إستخدامها فى حالة الفوائد الدورية وفوائد التأخير فى الفائدة البسيطة مع مراعاة إستخدام الفائدة المركبة بدلاً من الفائدة البسيطة.

٤- سداد القرض الأصلى على أقساط متساوية مع سداد الفوائد على الرصيد المتبقى بصفة دورية مع القسط المتساوى من الأصل.

٥- سداد القرض وفوائده على أقساط متساوية من الأصل والفوائد معاً.

٦- دفع الفوائد فى مواعيد إستحقاقها مع تكوين إحتياطى مستثمر لسداد أصل القرض.

وسوف نعالج بالتفصيل الثلاث طرق الأخيرة حيث أنها تعتبر من أهم الطرق وأكثرها شيوعاً لإستهلاك أو سداد القروض طويلة الأجل فى كافة العمليات الإستثمارية.

أولاً: سداد القرض على أقساط متساوية مع سداد الفائدة على الرصيد

وفقاً لهذه الطريقة يقوم المدين بسداد أصل القرض على أقساط دورية متساوية خلال مدة القرض مع دفع الفوائد المستحقة على الرصيد المتبقى من أصل القرض أولاً بأول مع القسط المتساوى من الأصل، وتسمى هذه الطريقة بطريقة الإستهلاكات المتساوية، وحيث أن الرصيد يتناقص بمقدار قسط متساوى فى كل فترة زمنية، فإن الفائدة المحسوبة عليه تتناقص تبعاً لذلك فى نهاية كل فترة زمنية بقيمة ثابتة، بمعنى أننا نحصل فى هذه الحالة على قسط (أى الإستهلاك + الفائدة) غير متساوى، إذ تتناقص قيمة الفائدة مع توالى الفترات الزمنية.

وتتميز هذه الطريقة بسهولة حساب قيمة الفائدة المستحقة فى نهاية كل فترة زمنية، حيث تكون عبارة عن قيمة الرصيد المتبقى من الأصل فى بداية تلك الفترة الزمنية مضروباً فى معدل الفائدة المركبة المتفق عليه، كما تتميز هذه الطريقة أيضاً بسهولة متابعة الرصيد المتبقى من أصل القرض فى أى وقت من الأوقات حيث يكون هذا الرصيد عبارة عن أصل القرض

مطروحاً منه الأقساط المتساوية التى سبق تسديدها أو عبارة عن مجموع الأقساط المتساوية المتبقية من الأصل.

فإذا رمزنا إلى أصل القرض بالرمز أ

، الإستهلاك المتساوى من الأصل بالرمز ك

، عدد الأقساط المتساوية (من الأصل) بالرمز ن، فإن:

$$\text{قيمة القسط المتساوى من الأصل} = \frac{\text{أصل القرض}}{\text{عدد الأقساط المتساوية}}$$

أى أن:

$$\text{ك} = \frac{\text{أ}}{\text{ن}}$$

وتكون حقيقة العملية خلال سنوات القرض (بفرض أن كل قسط يستحق فى نهاية كل سنة من سنوات القرض) كما يلى:

خلال السنة الأولى:

رصيد القرض فى بداية السنة الأولى = أ

الفائدة المستحقة = أ ع

المستهلك من الأصل = ك

رصيد القرض فى نهاية السنة الأولى = أ – ك.

خلال السنة الثانية:

رصيد القرض فى بداية السنة الثانية = أ – ك

الفائدة المستحقة = (أ– ك) ع

المستهلك من الأصل = ك

رصيد القرض فى نهاية السنة الثانية = (أ - ك) - ك

= أ - ٢ك.

⋮

خلال السنة النونية:

رصيد القرض فى بداية السنة النونية = أ - (ن -١) ك

= أ - ن ك + ك = ك ، حيث أ = ن ك

الفائدة المستحقة = ك ع

المستهلك من الأصل = ك

رصيد القرض فى نهاية السنة النونية = ك - ك = صفر.

وبالتالى فإن:

مجموع الفوائد المستحقة = أع + (أ - ك) ع + (أ - ٢ك) ع + ... + ك ع)

= ع [أ + (أ - ك) + (أ - ٢ك) + ... + ك].

والكمية بين القوسين تمثل متوالية عددية تناقصية حدها الأول = أ ، وأساسها = - ك ، وحدها الأخير = ك ، وعدد حدودها = ن.

وحيث أن:

مجموع حدود المتوالية العددية = $\frac{\text{عدد الحدود}}{٢}$ (الحد الأول+ الحد الأخير)

وبالتالى فإن:

مجموع الفوائد المستحقة = ع × $\frac{\text{ن}}{٢}$ (أ + ك)

$$= \frac{ن}{٢} (أ ع + ك ع)$$

ويلاحظ في الصيغة الأخيرة أن:

أ ع عبارة عن فائدة القرض كله لفترة زمنية واحدة وسنرمز لها بالرمز $ف_{١}$.

ك ع عبارة عن فائدة الإستهلاك المتساوى لفترة زمنية واحدة وسنرمز لها بالرمز $ف_{ن}$.

وبالتالى فإن:

$$مجموع الفوائد المستحقة = \frac{ن}{٢} (ف_{١} + ف_{ن})$$

ويلاحظ أيضاً من التحليل السابق أن:

الفائدة المستحقة في نهاية وحدة الزمن الثانية = $ف_{٢}$

= [أ - (٢-١) ك] ع

، الفائدة المستحقة في نهاية وحدة الزمن الثالثة = $ف_{٣}$

= [أ - (٣-١) ك] ع

وهكذا، فإن الفائدة المستحقة في نهاية وحدة الزمن النونية = $ف_{ن}$

= [أ - (ن-١) ك] ع

وعلى ذلك يمكن حساب الفائدة المستحقة في نهاية أي وحدة زمنية خلال مدة القرض، فمثلاً:

الفائدة المستحقة في نهاية وحدة الزمن العاشرة = $ف_{١٠}$

= [أ - (١٠-١) ك] ع = (أ - ٩ ك) ع

كما أن:

$ف_{١٥}$ = (أ - ١٤ ك) ع .

مثال (٥-١)

اقترضت شركة مصر للغزل والنسيج بالمحلة الكبرى من بنك القاهرة مبلغ ٦٠٠٠٠٠ جنيه وتعهدت بسداده على خمسة أقساط متساوية من الأصل فى نهاية كل سنة على أن يسدد مع كل قسط الفائدة المستحقة على الرصيد المتبقى من القرض بمعدل فائدة مركبة ١٢٪ سنوياً. فالمطلوب:

١- حساب جملة ما سددته الشركة للبنك.

٢- تصوير جدول إستهلاك القرض.

الحـل

١- أصل القرض = أ = ٦٠٠٠٠٠ جنيه

عدد الأقساط = ن = ٥ أقساط

الإستهلاك المتساوى = $\frac{أ}{ن} = \frac{٦٠٠٠٠٠}{٥}$ = ١٢٠٠٠٠ جنيهاً

$ف_{١}$ = فائدة القرض كله لوحدة زمن (أى سنة واحدة)

= ٦٠٠٠٠٠ × $\frac{١٢}{١٠٠}$ × ١ = ٧٢٠٠٠ جنيهاً

$ف_{ه}$ = فائدة الإستهلاك المتساوى لوحدة زمن

= ١٢٠٠٠٠ × $\frac{١٢}{١٠٠}$ × ١ = ١٤٤٠٠ جنيهاً

مجموع الفوائد التى تحملتها الشركة = ف = $\frac{ن}{٢}$ (ف$_١$ + ف$_٥$)

= $\frac{٥}{٢}$ (٧٢٠٠٠ + ١٤٤٠٠) = ٢١٦٠٠٠ جنيهاً

جملة ما سددته الشركة للبنك = أ + ف

= ٦٠٠٠٠٠ + ٢١٦٠٠٠ = ٨١٦٠٠٠ جنيهاً.

٢- لتصوير جدول إستهلاك القرض تحسب الفوائد المستحقة على الرصيد المتبقى فى نهاية كل سنة كما يلى:

ف$_١$ = ٦٠٠٠٠٠ × $\frac{١٢}{١٠٠}$ = ٧٢٠٠٠ جنيهاً

ف$_٢$ = ٤٨٠٠٠٠ × $\frac{١٢}{١٠٠}$ = ٥٧٦٠٠ جنيهاً

ف$_٣$ = ٣٦٠٠٠٠ × $\frac{١٢}{١٠٠}$ = ٤٣٢٠٠ جنيهاً

ف$_٤$ = ٢٤٠٠٠٠ × $\frac{١٢}{١٠٠}$ = ٢٨٨٠٠ جنيهاً

ف$_٥$ = ١٢٠٠٠٠ × $\frac{١٢}{١٠٠}$ = ١٤٤٠٠ جنيهاً

حيث يتناقص الأصل كل سنة بمقدار ١٢٠٠٠٠ جنيه وهو مقدار الإستهلاك المتساوى.

ويكون جدول إستهلاك القرض كما يلى:

جدول الإستهلاك

السنة	الرصيد أول السنة	الفائدة المستحقة آخر السنة	الإستهلاك المتساوى	القسط المدفوع فى نهاية السنة	الرصيد آخر السنة
١	٦٠٠٠٠٠	٧٢٠٠٠	١٢٠٠٠٠	١٩٢٠٠٠	٤٨٠٠٠٠
٢	٤٨٠٠٠٠	٥٧٦٠٠	١٢٠٠٠٠	١٧٧٦٠٠	٣٦٠٠٠٠
٣	٣٦٠٠٠٠	٤٣٢٠٠	١٢٠٠٠٠	١٦٣٢٠٠	٢٤٠٠٠٠
٤	٢٤٠٠٠٠	٢٨٨٠٠	١٢٠٠٠٠	١٤٨٨٠٠	١٢٠٠٠٠
٥	١٢٠٠٠٠	١٤٤٠٠	١٢٠٠٠٠	١٣٤٤٠٠	صفر
الجملة		٢١٦٠٠٠	٦٠٠٠٠٠	٨١٦٠٠٠	

ويلاحظ على جدول الإستهلاك السابق ما يلى:

١- الرصيد أول كل فترة يتناقص بمقدار ثابت يمثل الإستهلاك المتساوى وهو ١٢٠٠٠٠ جنيه.

٢- الفوائد المستحقة فى نهاية كل فترة تتناقص هى الأخرى بمقدار ثابت وبالتالى فهى تشكل متوالية عددية تناقصية حدها الأول يساوى فائدة القرض كله لفترة زمنية واحدة وهو ٧٢٠٠٠ جنيه، وحدها الأخير يساوى فائدة الإستهلاك المتساوى لفترة زمنية واحدة وهو ١٤٤٠٠ جنيه، وأساسها عبارة أيضاً عن فائدة الإستهلاك المتساوى لفترة زمنية واحدة (بإشارة سالبة) وهو - ١٤٤٠٠ جنيه.

٣- مجموع عمود القسط المدفوع = مجموع عمود الإستهلاك المتساوى + مجموع عمود الفائدة المستحقة.

مثال (٥-٣)

اقترض تاجر مبلغ ٢٠٠٠٠٠ جنيه من أحد البنوك وتعهد للبنك بسداد القرض على ١٠ أقساط متساوية من الأصل فى نهاية كل سنة على أن يسدد مع كل قسط الفائدة المستحقة على الرصيد المتبقى من القرض بمعدل فائدة مركبة ١٥٪ سنوياً. والمطلوب حساب ما يلى:

١- مجموع الفوائد التى تحملها المدين.

٢- مجموع الأقساط المدفوعة سداداً للقرض وفوائده.

٣- قيمة القسط الثامن.

الحل

أصل القرض = أ = ٢٠٠٠٠٠ جنيه

عدد الأقساط = ن = ١٠ أقساط

$$\text{الإستهلاك المتساوى} = \frac{\text{أ}}{\text{ن}} = \frac{٢٠٠٠٠٠}{١٠} = ٢٠٠٠٠ \text{ جنيهاً}$$

$ف_١$ = فائدة القرض كله لسنة واحدة

$$= ٢٠٠٠٠٠ \times \frac{١٥}{١٠٠} = ٣٠٠٠٠ \text{ جنيهاً}$$

$ف._١$ = فائدة الإستهلاك المتساوى لسنة واحدة

$$= ٢٠٠٠٠ \times \frac{١٥}{١٠٠} = ٣٠٠٠ \text{ جنيهاً.}$$

$$\text{١- مجموع الفوائد التى تحملها المدين} = \frac{\text{ن}}{٢} (ف_١ + ف._١)$$

$= \frac{١٠}{٢}$ (٣٠٠٠٠ + ٣٠٠٠) = ١٦٥٠٠٠ جنيهاً .

٢- مجموع الأقساط المدفوعة = أصل القرض (أى مجموع الإستهلاكات) + مجموع الفوائد

= ٢٠٠٠٠٠ + ١٦٥٠٠٠ = ٣٦٥٠٠٠ جنيهاً.

٣- لإيجاد قيمة القسط الثامن نحسب أولاً الفائدة عن السنة الثامنة، $ف_٨$، وحيث أن الفوائد المستحقة تشكل متوالية عددية تناقصية حدها الأول، $ف_١$= ٣٠٠٠٠، وأساسها عبارة عن فائدة الإستهلاك المتساوى لسنة واحدة = فائدة السنة الأخيرة (بإشارة سالبة)، - $ف_{١٠}$ = - ٣٠٠٠ ، لذلك فإن:

$ف_٨$ = أ + ٧ د = ٣٠٠٠٠ + ٧ (- ٣٠٠٠) = ٩٠٠٠ جنيهاً.

قيمة القسط الثامن = الإستهلاك المتساوى + $ف_٨$

= ٢٠٠٠٠ + ٩٠٠٠ = ٢٩٠٠٠ جنيهاً.

ثانياً: سداد القرض على أقساط متساوية من الأصل والفوائد معاً

تعتبر هذه الطريقة من أهم الطرق إستخداماً وأكثرها شيوعاً فى الأسواق المالية حيث يقوم المدين بسداد القرض وفوائده معاً على أقساط متساوية تدفع بصفة دورية منتظمة، وتسمى هذه الطريقة بطريقة الأقساط المتساوية، وغالباً ما تستخدم فى حالة إستهلاك القروض العقارية والزراعية والصناعية طويلة الأجل.

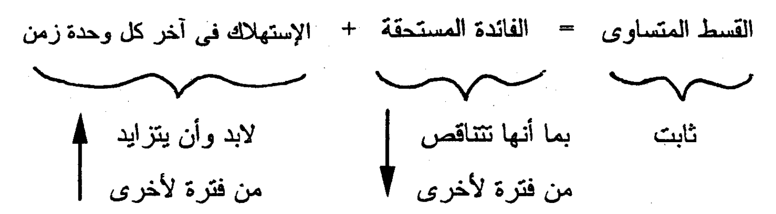
وتتميز هذه الطريقة بأنها تسهل على المدين تذكر قيمة القسط الإجمالى الواجب سداده فى نهاية كل وحدة زمنية، إذ أنه متساوى ويتكرر دورياً كل وحدة زمنية، كما أن عبء السداد الذى يتحمله المدين خلال الفترات الزمنية اللازمة لسداد القرض وفوائده يكون عبئاً متساوياً، بينما فى طريقة الإستهلاكات المتساوية - كما سبق أن رأينا- يتحمل المدين عبئاً كبيراً فى نهاية الفترات الزمنية الأولى بالرغم من أنه قد يكون فى مسيس الحاجة لمبلغ القرض فى الفترات الزمنية الأولى من مدة القرض.

ووفقاً لطريقة القسط المتساوى والتى يقوم فيها المدين بدفع قسط متساوى فى نهاية كل وحدة زمنية، فإن القسط يشمل جزئين هما:

الأول: يسدد جزء من الفوائد.

الثانى: يخصص لإستهلاك جزء من القرض.

وطالما أن رصيد القرض يتناقص فى نهاية كل وحدة زمنية فيترتب على ذلك أن تتناقص قيمة الفائدة هى الأخرى من فترة زمنية لأخرى، وبالتالى يزداد قيمة المستهلك من الأصل من فترة زمنية لأخرى، حيث نجد أن:



فإذا رمزنا إلى مقدار القسط المتساوى من الأصل والفوائد معاً بالرمز ط ، فيمكن حساب قيمة القسط المتساوى بإحدى طريقتين وهما:

إما بمساواة جملة القرض مع جملة الأقساط فى نهاية مدة القرض،

أو بمساواة أصل القرض مع مجموع القيم الحالية للأقساط فى تاريخ عقد القرض.

ومن البديهى أن كل من الطريقتين سيؤدى إلى نفس النتيجة.

١- **وفقاً للطريقة الأولى:** نجد أن

جملة القرض = جملة الأقساط

حيث أن القرض هو مبلغ يراد إيجاد جملته فى نهاية ن من الوحدات الزمنية، أما الأقساط فهى تشمل دفعات متساوية عادية ويراد إيجاد جملتها فى نهاية نفس المدة، لذلك فإن:

جملة القرض = أ $(١ + ع)^{ن}$

جملة الأقساط = ط × $جـ_{\overline{ن|}}$ بمعدل ع

وبالتالى فإن:

أ $(١ + ع)^{ن}$ = ط × $جـ_{\overline{ن|}}$ بمعدل ع

$$ط = \frac{\text{أ}\,(١ + ع)^{ن}}{جـ_{\overline{ن|}}\ \text{بمعدل ع}}$$

وحيث أن:

$$جـ_{\overline{ن|}}\ \text{بمعدل ع} = \frac{(١ + ع)^{ن} - ١}{ع}$$

ومن ثم فإن:

$$ط = أ\ (١ + ع)^{ن} \div \frac{(١ + ع)^{ن} - ١}{ع}$$

$$= أ\ (١ + ع)^{ن} \times \frac{ع}{(١ + ع)^{ن} - ١}$$

بقسمة كل من البسط والمقام على $(١ + ع)^{ن}$ ينتج أن:

$$ط = \frac{أ\ ع}{١ - \frac{١}{(١ + ع)^{ن}}} = أ \left(\frac{ع}{١ - ح^{ن}} \right)$$

وذلك لأن $\frac{١}{(١ + ع)^{ن}} = ح^{ن}$ كما أسلفنا.

وحيث أن $\frac{١ - ح^{ن}}{ع} = د_{\overline{ن|}}$ ، فإن:

$$ط = أ \times \frac{١}{د_{\overline{ن|}}} \quad \text{بمعدل ع}$$

وبالتالى فإن:

القسط المتساوى = أصل القرض × $\frac{١}{د_{\overline{ن|}}}$ بمعدل ع

وللحصول على القيمة $\frac{١}{د_{\overline{ن|}}}$ بمعدل ع يمكن إيجاد القيمة

$د_{\overline{ن|}}$ بمعدل ع من العمود الخامس من جداول الفائدة المركبة ثم يحسب مقلوبها بإجراء عملية قسمة مطولة وهى عملية تتطلب جهداً إضافياً لذلك فقد تم حساب القيمة $\frac{1}{د_{\overline{ن|}}}$ لجميع قيم ن من ١ إلى ٥٠ وحدة زمن للمعدلات من ١٪ إلى ١٢٪ وضمنت فى العمود السادس من جداول الفائدة المركبة.

والقيمة $\frac{1}{د_{\overline{ن|}}}$ بمعدل ع تعنى قيمة القسط المتساوى الشامل للأصل والفوائد معاً لإستهلاك قرض قيمته جنيه واحد وبمعدل فائدة مركبة ع ويسدد على ن من الفترات الزمنية.

٢- وفقاً للطريقة الثانية:

يمكن إعتبار أن أصل القرض ما هو إلا قيمة حالية للأقساط، أو بعبارة أخرى ثمن شراؤها يوم عقد القرض، وبالتالى فإن:

أصل القرض = مجموع القيم الحالية للأقساط المتساوية

$$أ = ط \times د_{\overline{ن|}} \text{ بمعدل ع}$$

وبالتالى فإن:

$$ط = \frac{أ}{د_{\overline{ن|}}} \text{ بمعدل ع}$$

$$= أ \times \frac{1}{د_{\overline{ن|}}} \text{ بمعدل ع}$$

وهى نفس النتيجة التى حصلنا عليها بالطريقة الأولى.

مثال (٥-٣)

اقترض شخص من أحد البنوك مبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه بمعدل فائدة مركبة ١٠٪ سنوياً لمدة ٤ سنوات، واتفق المدين مع البنك على سداد القرض وفوائده على أربعة أقساط سنوية متساوية تشمل الأصل والفوائد معاً يدفع كل منها فى نهاية كل سنة. المطلوب:

١- إيجاد مقدار القسط المتساوى.

٢- إيجاد مجموع الفوائد التى دفعها المدين.

٣- تصوير جدول الإستهلاك لهذا القرض.

الحل

١- القسط المتساوى = ط = أ × $\frac{١}{\text{د}_{\overline{\text{ن}}|}}$ بمعدل ع

= ٥٠٠٠٠ × $\frac{١}{\text{د}_{\overline{٤}|}}$ بمعدل ١٠٪

بالبحث فى العمود السادس من جداول الفائدة المركبة تحت المعدل ١٠٪ وأمام ن = ٤ نجد أن:

$\frac{١}{\text{د}_{\overline{٤}|}}$ بمعدل ١٠٪ = ٠,٣١٥٤٧١

وبالتالى فإن:

قيمة القسط المتساوى = ط = ٥٠٠٠٠ × ٠,٣١٥٤٧١

= ١٥٧٧٣,٥٥ جنيهاً.

٢- مجموع ما يدفعه المدين من أصل وفوائد

= قيمة القسط المتساوى × عدد الأقساط

= ١٥٧٧٣,٥٥ × ٤ = ٦٣٠٩٤,٢ جنيهاً

مجموع الفوائد التى تحملها المدين = ٦٣٠٩٤,٢ - ٥٠٠٠٠

= ١٣٠٩٤,٢ جنيهاً .

٣- لتصوير جدول الإستهلاك فإن الأمر يقتضى حساب ما يحدث خلال كل سنة من سنوات الإستهلاك على النحو التالى:

فى السنة الأولى:

الفائدة فى نهاية السنة الأولى = $ف_١$ = أصل القرض × المعدل

$$= ٥٠٠٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} = ٥٠٠٠ \text{ جنيهاً}$$

وحيث أن القسط المتساوى ، ط، عبارة عن الفائدة المستحقة فى نهاية السنة الأولى، $ف_١$، مضافاً إليه جزء من الأصل وهو الإستهلاك الأول، $ك_١$، فإن:

الإستهلاك الأول = $ك_١$ = ط - $ف_١$

= ١٥٧٧٣,٥٥ - ٥٠٠٠ = ١٠٧٧٣,٥٥ جنيهاً

رصيد القرض فى نهاية السنة الأولى = أصل القرض - الإستهلاك الأول

= أ - $ك_١$ = ٥٠٠٠٠ - ١٠٧٧٣,٥٥ = ٣٩٢٢٦,٤٥ جنيهاً .

فى السنة الثانية:

رصيد القرض فى بداية السنة الثانية = رصيد القرض فى نهاية السنة الأولى = ٣٩٢٢٦,٤٥ جنيهاً

الفائدة فى نهاية السنة الثانية = $ف_٢$

$$= ٣٩٢٢٦,٤٥ \times \frac{١٠}{١٠٠} = ٣٩٢٢,٦٥ \text{ جنيهاً}$$

الإستهلاك الثانى = $ك_٢$ = ط − $ف_٢$

= ١٥٧٧٣,٥٥ − ٣٩٢٢,٦٥ = ١١٨٥٠,٩ جنيهاً

رصيد القرض فى نهاية السنة الثانية = ٣٩٢٢٦,٤٥ − ١١٨٥٠,٩

= ٢٧٣٧٥,٥٥ جنيهاً.

فى السنة الثالثة:

رصيد القرض فى بداية السنة الثالثة = رصيد القرض فى نهاية السنة الثانية = ٢٧٣٧٥,٥٥ جنيهاً

الفائدة فى نهاية السنة الثالثة = $ف_٣$

$$= ٢٧٣٧٥,٥٥ \times \frac{١٠}{١٠٠} = ٢٧٣٧,٥٥ \text{ جنيهاً}$$

الإستهلاك الثالث = $ك_٣$ = ط − $ف_٣$

= ١٥٧٧٣,٥٥ − ٢٧٣٧,٥٥ = ١٣٠٣٦ جنيهاً

رصيد القرض فى نهاية السنة الثالثة = ٢٧٣٧٥,٥٥ − ١٣٠٣٦

= ١٤٣٣٩,٥٥ جنيهاً.

فى السنة الرابعة:

رصيد القرض فى بداية السنة الرابعة = رصيد القرض فى نهاية السنة الثالثة = ١٤٣٣٩,٥٥ جنيهاً

الفائدة فى نهاية السنة الرابعة = $ف_٤$

$$= ١٤٣٣٩,٥٥ \times \frac{١٠}{١٠٠} = ١٤٣٣,٩٦$$ جنيهاً

الإستهلاك الرابع = ك٤ = ط − ف٤

= ١٥٧٧٣,٥٥ − ١٤٣٣,٩٦ = ١٤٣٣٩,٥٩ جنيهاً

رصيد القرض فى نهاية السنة الرابعة = ١٤٣٣٩,٥٥ − ١٤٣٣٩,٥٩

= −٠,٠٤ ≃ صفر جنيهاً.

ويلاحظ أن الرصيد فى آخر السنة الرابعة هو ٠,٠٤ أى أربعة قروش وهذا الفرق هو نتيجة التقريب فى العمليات الحسابية، ومن المفروض أنه يجب تعديل هذه العمليات حتى يصبح مجموع الإستهلاكات مساوياً لأصل القرض.

ويتم تكوين جدول الإستهلاك لهذا القرض كما يلى:

جدول الإستهلاك

السنة	الرصيد أول السنة	القسط المتساوى من الأصل والفوائد	الفائدة المستحقة على الرصيد	الإستهلاك من الأصل آخر السنة	الرصيد آخر السنة
١	٥٠٠٠٠	١٥٧٧٣,٥٥	٥٠٠٠	١٠٧٧٣,٥٥	٣٩٢٢٦٠٤٥
٢	٣٩٢٢٦,٤٥	١٥٧٧٣,٥٥	٣٩٢٢,٦٥	١١٨٥٠,٩	٢٧٣٧٥,٥٥
٣	٢٧٣٧٥,٥٥	١٥٧٧٣,٥٥	٢٧٣٧,٥٥	١٣٠٣٦	١٤٣٣٩,٥٥
٤	١٤٣٣٩,٥٥	١٥٧٧٣,٥٥	١٤٣٣,٩٦	١٤٣٣٩,٥٩	٠,٠٤−
الجملة		٦٣٠٩٤,٢	١٣٠٩٤,١٦	٥٠٠٠٠,٠٤	

من جدول الإستهلاك نلاحظ ما يلى:

أ- رصيد القرض فى آخر كل فترة زمنية عبارة عن رصيد القرض أول هذه الفترة مطروحاً منه المستهلك من الأصل فى نهاية هذه الفترة الزمنية.

ب- رصيد القرض فى نهاية الفترة الزمنية الأخيرة يجب أن يساوى صفر ولكى يتحقق ذلك فلابد وأن يكون رصيد القرض فى أول الفترة الزمنية الأخيرة مساوياً لقيمة المستهلك من الأصل فى نهاية هذه الفترة الزمنية الأخيرة.

علاقة الإستهلاكات

١- من الواضح أنه يمكن حساب الإستهلاك فى نهاية سنة معينة وذلك بحساب الرصيد فى بدء السنة بطريقة التحليل السابقة ثم حساب فائدة هذا الرصيد فى آخر السنة، وبطرح هذه الفائدة من القسط السنوى الثابت نحصل على الإستهلاك المطلوب.

إلا أن هناك طريقة أخرى لحساب الإستهلاك، فبالنسبة للمثال السابق نلاحظ أن:

$$\frac{\text{الإستهلاك الثانى}}{\text{الإستهلاك الأول}} = \frac{١١٨٥٠,٩}{١٠٧٧٣,٥٥} \simeq ١,١٠$$ ،

$$\frac{\text{الإستهلاك الثالث}}{\text{الإستهلاك الثانى}} = \frac{١٣٠٣٦}{١١٨٥٠,٩} = ١,١٠$$ ،

$$\frac{\text{الإستهلاك الرابع}}{\text{الإستهلاك الثالث}} = \frac{١٤٣٣٩,٥٩}{١٣٠٣٦} \simeq ١,١٠$$

أى أن خارج قسمة أى إستهلاك على الإستهلاك السابق لـه مباشـرة يساوى ١,١٠ حيث ع = ١٠٪.

ولإستنتاج هذه العلاقة بين الإستهلاكات نجد أن:

الإستهلاك الأول = القسط المتساوى - فائدة السنة الأولى

$ك_١ = ط - أ ع$

كما أن:

الإستهلاك الثانى = القسط المتساوى - فائدة السنة الثانية

$ك_٢ = ط - (أ - ك_١)ع$

$= ط - أ ع + ك_١ ع$

وحيث أن:

$ط - أ ع = ك_١$

وبالتالى فإن:

$ك_٢ = ك_١ + ك_١ ع = ك_١ (١ + ع)$

بالمثل، يمكن إثبات أن:

$ك_٣ = ك_٢ (١ + ع) = ك_١ (١ + ع)^٢$

$ك_٤ = ك_٣ (١ + ع) = ك_٢ (١ + ع)^٢ = ك_١ (١ + ع)^٣$

:

:

وبصفة عامة، فإن الإستهلاك النونى (خلال وحدة الزمن النونية) هو:

$ك_ن = ك_{ن-١} (١ + ع) = ك_١ (١ + ع)^{ن-١}$.

ومما سبق يتضح أن:

- $\frac{\text{أى إستهلاك}}{\text{الإستهلاك السابق مباشرة}} = ١ + ع$

فمثلاً،

$\frac{ك_{١٠}}{ك_{٩}} = (١+ ع)$

وهكذا.

- الإستهلاك رقم ن = الإستهلاك الأول $(١+ ع)^{ن-١}$

فمثلاً،

$ك_{١٠} = ك_{١} (١ + ع)^{٩}$

،

$ك_{١٥} = ك_{١} (١ + ع)^{١٤}$

وهكذا.

٢- الإستهلاك الأول = أصل القرض [($\frac{١}{د_{\overline{ن|}}}$ بمعدل ع) -ع]

$ك_{١} = أ$ [($\frac{١}{د_{\overline{ن|}}}$ بمعدل ع) - ع]

ويمكن أثبات هذه العلاقة كما يلى:

الإستهلاك الأول = القسط المتساوى - فائدة السنة الأولى

$ك_{١} = ط - ف_{١}$

= (أ × $\frac{١}{د_{\overline{ن|}}}$ بمعدل ع) - أع

= أ [($\frac{١}{د_{\overline{ن|}}}$ بمعدل ع) − ع] .

٣- أصل القرض = الإستهلاك الأول × $ج_{\overline{ن|}}$ بمعدل ع

أى أن:

أ = $ك_{١}$ ($ج_{\overline{ن|}}$ بمعدل ع)

ويمكن إثبات ذلك كما يلى:

حيث أن:

أصل القرض = مجموع الإستهلاكات

أ = $ك_{١} + ك_{٢} + ك_{٣} + ... + ك_{ن}$

= $ك_{١} + ك_{١}(١+ع) + ك_{١}(١+ع)^{٢} + ... + ك_{١}(١+ع)^{ن-١}$

= $ك_{١}[١ + (١+ع) + (١+ع)^{٢} + ... + (١+ع)^{ن-١}]$

والكمية بين القوسين تمثل مجموع حدود متوالية هندسية حدها الأول = ١، وأساسها = (١+ع) ، وعدد حدودها = ن. وبالتالى فإن:

الكمية بين القوسين = $\frac{١ \times (١+ع)^{ن} - ١}{(١+ع) - ١} = \frac{(١+ع)^{ن} - ١}{ع}$

= $ج_{\overline{ن|}}$ بمعدل ع

وبالتالى فإن:

أ = $ك_{١}$ ($ج_{\overline{ن|}}$ بمعدل ع) وهو المطلوب.

٤- $\frac{١}{ج_{\overline{ن|}}}$ بمعدل ع = ($\frac{١}{د_{\overline{ن|}}}$ بمعدل ع) − ع .

ويمكن إثبات هذه العلاقة كما يلى:

من العلاقة الثانية، نجد أن:

$$\text{ك}_{1} = \text{أ}\left[\left(\frac{1}{\text{د}_{\overline{\text{ن}}|}}\ \text{بمعدل ع}\right) - \text{ع}\right] \qquad (1)$$

ومن العلاقة الثالثة، نجد أن:

$$\text{أ} = \text{ك}_{1}\left(\text{جـ}_{\overline{\text{ن}}|}\ \text{بمعدل ع}\right)$$

$$\text{ك}_{1} = \frac{\text{أ}}{\text{جـ}_{\overline{\text{ن}}|}}\ \text{بمعدل ع} = \text{أ} \times \frac{1}{\text{جـ}_{\overline{\text{ن}}|}}\ \text{بمعدل ع} \qquad (2)$$

من (١) ، (٢) نستنتج أن:

$$\frac{1}{\text{جـ}_{\overline{\text{ن}}|}}\ \text{بمعدل ع} = \left(\frac{1}{\text{د}_{\overline{\text{ن}}|}}\ \text{بمعدل ع}\right) - \text{ع}$$ وهو المطلوب

٥- القسط السنوى = الإستهلاك الأخير × (١+ ع)

أى أن:

$$\text{ط} = \text{ك}_{\text{ن}} \times (1 + \text{ع})$$

ويمكن إثبات هذه العلاقة كما يلى:

القسط المتساوى = الإستهلاك الأخير + فائدة السنة الأخيرة

$$\text{ط} = \text{ك}_{\text{ن}} + \text{ف}_{\text{ن}}$$

$$= \text{ك}_{\text{ن}} + \text{ك}_{\text{ن}}\ \text{ع} = \text{ك}_{\text{ن}}\ (1 + \text{ع})$$

أى أن:

القسط المتساوى يساوى جملة الإستهلاك الأخير.

مثال (٥-٤)

اقترض أحد المستثمرين من بنك المهندس مبلغاً ما وتعهد بسداده على ٤ أقساط سنوية متساوية من الأصل والفائدة معاً، فإذا علمت أن الإستهلاك الثانى هو ١٧٠٥,٢٨٧ جنيه وأن الإستهلاك الثالث هو ١٧٩٠,٥٥٢ جنيه. والمطلوب بدون الإستعانة بجداول الفائدة المركبة إيجاد ما يلى:

١- معدل الفائدة المركبة السنوى الذى إستخدمه البنك.

٢- قيمة المبلغ المقترض.

٣- القسط السنوى المتساوى الشامل للأصل والفوائد معاً.

٤- الرصيد الباقى من القرض بعد سداد القسط الثانى مباشرة.

الحل

١- حيث أن:

$$\frac{ك_٣}{ك_٢} = ١ + ع$$

$$\frac{١٧٩٠,٥٥٢}{١٧٠٥,٢٨٧} = ١ + ع$$

$$١,٠٥ = ١ + ع$$

وبالتالى فإن:

$$ع = ٠,٠٥$$

فيكون معدل الفائدة المركبة السنوى هو ٥٪.

٢- حيث أن:

$ك_٢ = ك_١ (١+ ع)$ ، فإن:

$$ك_١ = \frac{ك_٢}{١+ ع} = \frac{١٧٠٥,٢٨٧}{١,٠٥} = ١٦٢٤,٠٨٣$$ جنيهاً

كما أن:

$ك_٤ = ك_٣ (١+ ع) = ١٧٩٠,٥٥٢ (١,٠٥)$

= ١٨٨٠,٠٧٩ جنيهاً.

قيمة المبلغ المقترض = مجموع الإستهلاكات المسددة

$= ك_١ + ك_٢ + ك_٣ + ك_٤$

= ١٦٢٤,٠٨٣+ ١٧٠٥,٢٨٧ + ١٧٩٠,٥٥٢ + ١٨٨٠,٠٧٩

= ٧٠٠٠ جنيهاً.

٣- القسط المتساوى = الإستهلاك الأول + فائدة القرض كله لمدة سنة

$$= ١٦٢٤,٠٨٣ + ٧٠٠٠ \times \frac{٥}{١٠٠} \times ١$$

= ١٦٢٤,٠٨٣ + ٣٥٠ = ١٩٧٤,٠٨٣ جنيهاً.

٤- الرصيد الباقى بعد سداد القسط الثانى مباشرة

= أصل القرض - مجموع الإستهلاكين الأول والثانى.

= ٧٠٠٠ - (١٦٢٤,٠٨٣ + ١٧٠٥,٢٨٧)

= ٧٠٠٠ - ٣٣٢٩,٣٧ = ٣٦٧٠,٦٣ جنيهاً.

مثال (٥-٥)

أستهلك قرض على أربعة أقساط سنوية متساوية من الأصل والفوائد معاً بمعدل فائدة مركبة ٤٪ سنوياً. فإذا علمت أن الفرق بين الإستهلاكين الثانى والثالث هو ١٩٥,٩٣ جنيهاً.

المطلوب: بدون الرجوع إلى الجداول المالية – حساب ما يلى:

١- مبلغ القرض.

٢- مقدار القسط المتساوى.

٣- مقدار الفوائد المدفوعة.

الحل

١- لإيجاد مبلغ القرض ، يلاحظ أن:

$$ك_٣ - ك_٢ = ١٩٥,٩٣ \quad (١)$$

$$\frac{ك_٣}{ك_٢} = ١ + ع = ١,٠٤$$

$$ك_٣ = ١,٠٤\ ك_٢ \quad (٢)$$

بالتعويض عن قيمة $ك_٣$ من (٢) فى (١) ينتج أن:

$$١,٠٤\ ك_٢ - ك_٢ = ١٩٥,٩٣$$

$$٠,٠٤\ ك_٢ = ١٩٥,٩٣$$

$$ك_٢ = \frac{١٩٥,٩٣}{٠,٠٤} = ٤٨٩٨,٢٥ \text{ جنيهاً}$$

بالتعويض عن قيمة $ك_٢$ فى المعادلة (٢) ينتج أن:

$$ك_٣ = ١,٠٤\ (٤٨٩٨,٢٥) = ٥٠٩٤,١٨ \text{ جنيهاً}$$

وحيث أن:

$ك_٢ = ك_١ (١+ ع)$

$ك_١ = \frac{ك_٢}{١+ ع} = \frac{٤٨٩٨,٢٥}{١,٠٤} = ٤٧٠٩,٨٥$ جنيهاً

كما أن:

$ك_٤ = ك_٣ (١+ ع)$

= ٥٠٩٤,١٨ (١,٠٤) = ٥٢٩٧,٩٤ جنيهاً.

مبلغ القرض = مجموع الإستهلاكات

$أ = ك_١ + ك_٢ + ك_٣ + ك_٤$

= ٤٧٠٩,٨٥ + ٤٨٩٨,٢٥ + ٥٠٩٤,١٨ + ٥٢٩٧,٩٤

= ٢٠٠٠٠ جنيهاً.

٢- لإيجاد مقدار القسط المتساوى ، ط، من المعلوم أن:

الفائدة المستحقة فى نهاية السنة **الأولى**

$= ف_١ = ٢٠٠٠٠ \times \frac{٤}{١٠٠} = ٨٠٠$ جنيهاً

القسط المتساوى = الإستهلاك الأول + الفائدة عن السنة الأولى

$ط = ك_١ + ف_١$

= ٤٧٠٩,٨٥ + ٨٠٠ = ٥٥٠٩,٨٥ جنيهاً.

٣- مجموع المبالغ التى يدفعها المدين فى نهاية السنوات الأربع

= القسط المتساوى × عدد الأقساط

= ٥٥٠٩,٨٥ × ٤ = ٢٢٠٣٩,٤ جنيهاً.

مجموع الفوائد التى تحملها المدين

= مجموع المبالغ التى دفعها المدين – أصل القرض

= ٢٢٠٣٩,٤ – ٢٠٠٠٠ = ٢٠٣٩,٤ جنيهاً.

مثال (٥-٦)

اقترض أحد رجال الأعمال من البنك الأهلى مبلغ مليون جنيه على أن يسدده بمعدل فائدة مركبة ١٠٪ كل نصف سنة، واتفق مع البنك على أن يسدد القرض وفوائده على أقساط نصف سنوية متساوية تشمل الأصل والفوائد معاً خلال مدة ٨ سنوات، وبعد أن سدد الأقساط السبعة الأولى فى مواعيدها أراد أن يسدد الأقساط الباقية مرة واحدة. أوجد مقدار ما يدفعه المدين للبنك حينئذ.

الحل

حيث أن معدل الفائدة المركبة هو ١٠٪ تضاف كل نصف سنة، فإن:

عدد الأقساط النصف سنوية = ٨ × ٢ = ١٦ قسطاً

قيمة القسط المتساوى = ط = أ × $\frac{١}{د_{\overline{ن|}}}$ بمعدل ع

= ١٠٠٠٠٠٠ × $\frac{١}{د_{\overline{١٦|}}}$ بمعدل ١٠٪

= ١٠٠٠٠٠٠× ٠.١٢٧٨١٧=١٢٧٨١٧ جنيهاً

عدد الأقساط الباقية = ١٦ – ٧ = ٩ أقساط

ما يدفعه المدين مرة واحدة هو القيمة الحالية للأقساط الباقية، وبالتالى فإن:

القيمة الحالية للأقساط الباقية = ط × د ن┐ بمعدل ع

= ١٢٧٨١٧× د ٩┐ بمعدل ١٠٪

= ١٢٧٨١٧ × ٥,٧٥٩٠٢٤

= ٧٣٦١٠١,١٧

أى أن:

ما يدفعه المدين مرة واحدة = ٧٣٦١٠١,١٧ جنيهاً.

ملاحظة أساسية:

من المعروف أن القروض تستهلك عادة على أقساط متساوية تدفع فى آخر كل فترة زمنية من تاريخ عقد القرض، ولكن قد يحدث أن يعقـد القـرض أثناء العام فى آخر أى شهر، وليكن آخر شهر نوفمبر مثلاً، فإنه طبقاً للقواعـد السابقة يجب أن تدفع الأقساط فى نفس التاريخ (أى آخر نوفمبر) من كل عام، ولما كانت البنوك تقفل حساباتها آخر شهر يونيه من كل عام، لذلك فإن الفترة الزمنية للقسط الأول ستكون بالطبع أقل من الفترة الزمنية الكاملة. وهنا يمكـن معالجة هذا الأمر بطريقتين:

الطريقة الأولى:

أن تكون جميع الأقساط متساوية على أساس القيمـة الحاليـة للقرض، أو بمعنى آخر يحسب خصم تجـارى للقـرض عـن المـدة مـن أول يوليـو إلـى

تاريخ عقد القرض ويطرح من قيمة القرض فينتج القيمة الحالية للقرض فى أول يوليو والتى على أساسها تحسب قيمة القسط المتساوى.

الطريقة الثانية:

أن يكون القسط الأول مخفضاً بمقدار الخصم التجارى المشار إليه أما باقى الأقساط فتكون متساوية على أساس قيمة القرض الأصلى.

وجدير بالذكر أن الطريقتين لا يحققان نفس الناتج من حيث مجموع ما يتحمله المدين من فوائد، حيث تكون مجموع الفوائد التى يتحملها المدين وفقاً للطريقة الأولى أقل منها عما فى الطريقة الثانية خصوصاً كلما زاد عدد الأقساط المدفوعة.

ويتوقف إتباع أى من الطريقتين على السياسة التى يتبعها البنك، أو الدائن بصفة عامة، فى هذا الخصوص.

مثال (٥-٧)

اقترض أحد المزارعين مبلغ ٦٠٠٠٠ جنيه من بنك التنمية والإئتمان الزراعى فى آخر نوفمبر عام ١٩٩٥ بمعدل فائدة مركبة ٩٪ سنوياً، واتفق على أن يسدد القرض على أقساط سنوية متساوية من الأصل والفوائد معاً لمدة ٧ سنوات يدفع كل منها آخر يونيه من كل عام إبتداء من آخر يونيه عام ١٩٩٥. احسب قيمة القسط المتساوى ومجموع الفوائد التى تحملها المدين.

الحـل

يوجد طريقتان فى هذه الحالة، كما أسلفنا، لإيجاد قيمة القسط المتساوى.

الطريقة الأولى:

نوجد القيمة الحالية للقرض فى أول يوليو عام ١٩٩٥، ثم نستخدم هذه القيمة الحالية فى إيجاد قيمة القسط المتساوى، حيث نجد أن:

القيمة الحالية للقرض فى أول يوليو عام ١٩٩٥

= أصل القرض – الخصم التجارى عن مدة ٥ شهور

$$= ٦٠٠٠٠ - ٦٠٠٠٠ \times \frac{٩}{١٠٠} \times \frac{٥}{١٢}$$

= ٦٠٠٠٠ – ٢٢٥٠ = ٥٧٧٥٠ جنيهاً.

وبالتالى فإن:

$$\text{قيمة القسط المتساوى} = ط = أ \times \frac{١}{د_{\overline{ن|}}} \quad \text{بمعدل ع}$$

$$= ٥٧٧٥٠ \times \frac{١}{د_{\overline{٧|}}} \quad \text{بمعدل ٩٪}$$

= ٥٧٧٥٠ × ٠,١٩٨٦٩١ = ١١٤٧٤,٤٠٥ جنيهاً.

مجموع ما يدفعه المدين من أصل وفوائد معاً

= القسط المتساوى × عدد الأقساط

= ١١٤٧٤,٤٠٥ × ٧ = ٨٠٣٢٠,٨٣٧ جنيهاً.

مجموع الفوائد التى تحملها المدين

= ٨٠٣٢٠,٨٣٧ – ٦٠٠٠٠ = ٢٠٣٢٠,٨٣٧ جنيهاً.

الطريقة الثانية:

أن يكون **القسط الأول** مخفضاً بمقدار الخصم التجارى المذكور أما باقى الأقساط فتكون متساوية على أساس **قيمة القرض الأصلية**

القسط المتساوى = ٦٠٠٠٠ × $\frac{١}{أ_{\overline{٧}|}}$ بمعدل ٩٪

= ٦٠٠٠٠ × ٠,١٩٨٦٩١ = ١١٩٢١,٤٦ جنيهاً

ويدفع عن الأقساط من الثانى حتى السابع

أما القسط الأول المخفض فيكون كما يلى:

١١٩٢١,٤٦ - (٦٠٠٠٠ × $\frac{٩}{١٠٠}$ × $\frac{٥}{١٢}$)

= ١١٩٢١,٤٦ - ٢٢٥٠ = ٩٦٧١,٤٦ جنيهاً.

مجموع ما يدفعه المدين من أصل وفوائد

= قيمة القسط الأول المخفض + مجموع الأقساط الست المتساوية الباقية

= ٩٦٧١,٤٦ + ١١٩٢١,٤٦ × ٦

= ٩٦٧١,٤٦ + ٧١٥٢٨,٧٦ = ٨١٢٠٠,٢٢ جنيهاً.

مجموع الفوائد التى تحملها المدين = ٨١٢٠٠,٢٢ - ٦٠٠٠٠

= ٢١٢٠٠,٢٢ جنيهاً.

وكما هو واضح من المثال السابق فإن مجموع الفوائد التى يتحملها المدين إذا إستخدمت الطريقة الأولى فى السداد أقل منها إذا ما إستخدمت الطريقة الثانية فى السداد.

أمثلة متنوعة

مثال (٥-٨)

اقترضت إحدى الجمعيات الأهلية من بنك مصر مبلغ ٨٠٠٠٠ جنيه بمعدل فائدة مركبة ٩٪ سنوياً، واتفقت مع البنك على سداد القرض وفوائده على عشرة أقساط سنوية متساوية تشمل الأصل والفوائد معاً يبدأ أولها بعد ٥ سنوات من تاريخ عقد القرض. احسب قيمة القسط السنوى المتساوى.

الحل

القسط الأول يدفع آخر السنة الخامسة، لذلك سوف نعتبر أن جملة القرض بعد مضى ٤ سنوات من تاريخ عقده كما لو كانت قرضاً تم عقده فى السنة الخامسة كما يتضح من الشكل التالى:

تاريخ عقد القرض — جملة القرض (أول السنة الخامسة) — القسط الأول — القسط الثانى ....

جملة القرض بعد مضى ٤ سنوات = أ(١+ ع)^ن

= ٨٠٠٠٠ (١+ ٠,٠٩)^٤

= ٨٠٠٠٠ × ١,٤١١٥٨٢ = ١١٢٩٢٦,٥٦ جنيهاً

القسط السنوى المتساوى = ط = أ × $\frac{1}{د_{\overline{ن|}}}$ بمعدل ع

= ١١٢٩٢٦,٥٦ × $\frac{1}{د_{\overline{10|}}}$ بمعدل ٩٪

= ١١٢٩٢٦,٥٦ × ٠,١٥٥٨٢٠ = ١٧٥٩٦,٢١٧ جنيهاً.

مثال (٥-٩)

استهلك قرض على خمسة أقساط سنوية متساوية من الأصل والفوائد معاً بمعدل فائدة مركبة ١٠٪ سنوياً، فإذا علمت أن مجموع الإستهلاكين الثالث والرابع هو ٣٣٢٩٦,٦٥٥ جنيه.

فالمطلوب حساب ما يلى (دون اللجوء إلى الجداول المالية):

١- مبلغ القرض.　　　　٢- قيمة القسط المتساوى.

٣- تصوير جدول إستهلاك القرض.

الحل

١- $ك_٣ + ك_٤ = ٣٣٢٩٦,٦٥٥$　　　　(١)

وحيث أن خارج قسمة أى إستهلاك على الإستهلاك السابق له مباشرة يساوى (١+ ع)، فإن:

$$\frac{ك_٤}{ك_٣} = ١,١$$

$ك_٤ = ١,١\ ك_٣$　　　　(٢)

بالتعويض عن قيمة $ك_٤$ من (٢) فى (١) ينتج أن:

$ك_٣ + ١,١\ ك_٣ = ٣٣٢٩٦,٦٥٥$

$٢,١\ ك_٣ = ٣٣٢٩٦,٦٥٥$

$$ك_٣ = \frac{٣٣٢٩٦,٦٥٥}{٢,١} = ١٥٨٥٥,٥٥$$ جنيهاً.

بالتعويض عن قيمة $ك_٣$ فى (٢) ينتج أن:

$ك_٤ = ١,١ \times ١٥٨٥٥,٥٥ = ١٧٤٤١,١٠٥$ جنيهاً

وحيث أن:

$ك_٣ = ك_٢ (١+ ع)$

إذن:

$$ك_٢ = \frac{ك_٣}{١+ ع}$$

$$= \frac{١٥٨٥٥,٥٥}{١,١} = ١٤٤١٤,١٣٦ \text{ جنيهاً}$$

كما أن:

$ك_٢ = ك_١ (١+ ع)$

$$ك_١ = \frac{ك_٢}{١+ ع}$$

$$= \frac{١٤٤١٤,١٣٦}{١,١} = ١٣١٠٣,٧٦ \text{ جنيهاً}$$

كما أن:

$ك_٥ = ك_٤ (١+ ع)$

= ١٧٤٤١,١٠٥ (١,١) = ١٩١٨٥,٢١٦ جنيهاً.

مبلغ القرض = مجموع الإستهلاكات

= ١٣١٠٣,٧٦ + ١٤٤١٤,١٣٦ + ١٥٨٥٥,٥٥

+ ١٧٤٤١,١٠٥ + ١٩١٨٥,٢١٦ = ٧٩٩٩٩,٧٦٧

≃ ٨٠٠٠٠ جنيهاً.

٢- لإيجاد قيمة القسط المتساوى، فمن المعلوم أن:

الفائدة المستحقة فى نهاية السنة الأولى

= $ف_{١}$ = ٨٠٠٠٠ × $\frac{١٠}{١٠٠}$ = ٨٠٠٠ جنيهاً.

القسط المتساوى = ط = $ك_{١}$ + $ف_{١}$

= ١٣١٠٣,٧٦ + ٨٠٠٠ = ٢١١٠٣,٧٦ جنيهاً.

٣- جدول إستهلاك القرض يكون على الصورة:

جدول الإستهلاك

السنة	الرصيد أول السنة	القسط المتساوى من الأصل والفوائد	الفائدة المستحقة على الرصيد	الإستهلاك من الأصل آخر السنة	الرصيد آخر السنة
١	٨٠٠٠٠	٢١١٠٣,٧٦	٨٠٠٠	١٣١٠٣,٧٦	٦٦٨٩٦,٢٤
٢	٦٦٨٩٦,٢٤	٢١١٠٣,٧٦	٦٦٨٩,٦٢٤	١٤٤١٤,١٣٦	٥٢٤٨٢,١٠٤
٣	٥٢٤٨٢,١٠٤	٢١١٠٣,٧٦	٥٢٤٨,٢١٠	١٥٨٥٥,٥٥	٣٦٦٢٦,٥٥٤
٤	٣٦٦٢٦,٥٥٤	٢١١٠٣,٧٦	٣٦٦٢,٦٥٥	١٧٤٤١,١٠٥	١٩١٨٥,٤٤٩
٥	١٩١٨٥,٤٤٩	٢١١٠٣,٧٦	١٩١٨,٥٤٥	١٩١٨٥,٢١٦	٠,٢٣٣
الجملة		١٠٥٥١٨,٨	٢٥٥١٩,٠٣٤	٧٩٩٩٩,٧٦٧	

ويلاحظ أن الرصيد فى آخر السنة الخامسة هـو ٠,٢٣٣ أى ٢٣ قرشاً، وهذا الفرق هو نتيجة التقريب فى العمليات الحسابية، ولولا هذا التقريب لأصبح مجموع الإستهلاكات مساوياً لأصل القرض بالضبط ولأصبح الرصيد فى آخر السنة الخامسة مساوياً للصفر.

ثالثاً: إستهلاك القرض بطريقة تكوين إحتياطى مستثمر

وفقاً لهذه الطريقة يقوم المدين بسداد الفائدة البسيطة المستحقة على القرض آخر كل فترة زمنية على أن يقوم بسداد قيمة القرض الأصلى نفسه آخر المدة وذلك عن طريق إستثمار دفعات متساوية بفائدة مركبة تبلغ جملتها فى نهاية المدة قيمة أصل القرض، ويطلق على جملة هذه الدفعات إحتياطى الإستهلاك المستثمر.

فإذا رمزنا إلى أصل القرض بالرمز أ، وإلى معدل الفائدة المركبة بالرمز ع، وإلى مدة القرض بالرمز ن، وإلى قيمة الدفعة السنوية بالرمز ك، وإلى معدل الإستثمار بالرمز عَ، فيجب أن تتحقق المساواة التالية:

أصل القرض = جملة الدفعات

أى أن:

أ = ك × جـ ن⌉ بمعدل عَ

وبالتالى فإن:

ك = أ / جـ ن⌉ بمعدل عَ = أ (١ / جـ ن⌉ بمعدل عَ)

الفائدة البسيطة السنوية = أ × ع × ١ = أ ع

وبالتالى فإن:

الدفعة السنوية المخصصة للإستثمار

= الفائدة البسيطة السنوية + قيمة الدفعة الواحدة

= أ ع + ك

$$= أ ع + أ (\frac{١}{جـ_{\overline{ن|}}} \text{ بمعدل } ع_ن) .$$

مثال (٥-١٠)

اقترض شخص مبلغ ٤٠٠٠٠ جنيه من بنك القاهرة بمعدل فائدة مركبة ١١٪ سنوياً تدفع آخر كل سنة، واتفق مع البنك على سداد الفوائد المستحقة آخر كل سنة بينما يتم سداد مبلغ القرض بعد ١٠ سنوات.

المطلوب معرفة المبلغ الواجب دفعه آخر كل سنة للبنك سداداً للفائدة المستحقة ولتكون إحتياطى إستهلاك القرض إذا كان معدل الإستثمار المركب هو ٧٪ سنوياً.

الحل

$$\text{قيمة الفائدة السنوية = ف = ٤٠٠٠٠} \times \frac{١١}{١٠٠} = \text{٤٤٠٠ جنيهاً}$$

نفرض أن قيمة الدفعة السنوية المستثمرة بمعدل الإستثمار السنوى ٧٪ = ك جنيهاً، وبالتالى فإن:

أ = ك × جـ $\overline{ن|}$ بمعدل ع

٤٠٠٠٠ = ك × جـ $\overline{١٠|}$ بمعدل ٧٪

بالبحث فى العمود الرابع من جداول الفائدة المركبة تحت المعدل ٧٪

وأمام ن = ١٠ نجد أن:

جـ $\overline{١٠|}$ بمعدل ٧٪ = ١٣,٨١٦٤٤٨

ومن ثم فإن:

٤٠٠٠٠ = ك × ١٣,٨١٦٤٤٨

$$ك = \frac{٤٠٠٠٠}{١٣,٨١٦٤٤٨} = ٢٨٩٥,١٠٠١$$ جنيهاً

وتأسيساً على ذلك فإن:

المبلغ الواجب دفعه سنوياً = ك + ف

= ٢٨٩٥,١٠٠١ + ٤٤٠٠ = ٧٢٩٥,١٠٠١ جنيهاً.

(٥-٢) إستهلاك قروض السندات

كثيراً ما تحتاج الحكومات أو الهيئات والشركات إلى قروض طويلة الأجل قد تصل فى بعض الأحيان إلى خمسين سنة أو أكثر، وفى الغالب يكون رأس المال المطلوب فى هذه الحالة كبيراً بحيث يتعذر الحصول عليه من المؤسسات المالية كالبنوك وشركات التأمين، لذلك تلجأ هذه الهيئات أو الشركات إلى تقسيم المبلغ المطلوب إقتراضه إلى فئات مالية صغيرة مثل عشرة جنيهات أو مائة جنيه أو ألف جنيه تعرف "بالسندات" وتعرضها للجمهور للإكتتاب العام فيها، إى إقراض الهيئة المصدرة للسندات والتى تحتاج إلى القرض.

فكأن السند يمثل تعهداً من جانب الهيئة المقترضة سواء كانت حكومية أو أهلية بأن تسدد لحامل السند فى نهاية مدته القيمة الإستهلاكية للسند على أن تدفع له خلال مدة السند فائدة دورية فى نهاية كل وحدة زمنية متفق عليها (ربع سنة أو نصف سنة أو سنة) وبمعدل فائدة متفق عليه، وتحسب هذه الفوائد الدورية على أساس القيمة الأسمية للسند ويطلق عليها فى الحياة العملية لفظ "الكوبون".

فكما هو واضح من التعريف السابق يوجد قيمتان للسند هما:

القيمة الأسمية : وهى التى تحسب على أساسها الفائدة الدورية (أو الكوبون الدورى للسند).

القيمة الإستهلاكية : وهى القيمة التى تردها الهيئة المقترضة لحامل السند فى نهاية مدته. هذا وقد تتساوى القيمة الإستهلاكية

للسند مع قيمته الأسمية، وقد تزيد القيمة الإستهلاكية للسند عن القيمة الأسمية فيقال أن السند سيستهلك بعلاوة إصدار، وقد تقل القيمة الإستهلاكية للسند عن قيمته الأسمية فيقال أن السند سيستهلك بخصم إصدار، ويحدد مقدار العلاوة أو الخصم كنسبة مئوية من القيمة الأسمية.

وينبغى أن نفرق بين معدل فائدة السند ومعدل فائدة الإستثمار السائد فى السوق، فمعدل فائدة السند يحسب دائماً على أساس القيمة الأسمية للسند ويحدد عند إصداره وتظل قيمته ثابتة خلال مدة القرض السندى، بينما معدل فائدة الإستثمار فهو المعدل الذى تستثمر به النقود فى السوق المالية وقت إصدار السند وهو يتغير حسب العرض والطلب على رأس المال.

وبمجرد إصدار السند يمكن أن يتم تداوله فى السوق المالية بالبيع والشراء. وقد يكون السند أسمى، بمعنى أن أسم حامله يكون دائماً مقروناً به، فإذا أراد صاحبه أن يتصرف فيه بالبيع فلابد أن يسجل السند تحت أسم المشترى الجديد فى الهيئة المصدرة للسند، وقد يكون السند لحامله، بمعنى أن لحامله الحق فى أن يتنازل عنه لأى شخص آخر سواء كان بالبيع أو بالهبة دون الحاجة إلى إعلان الهيئة المصدرة بذلك.

ويتحكم فى سعر السند بعد إصداره العوامل الإقتصادية المختلفة التى تحكم أسعار الأوراق المالية وأهمها معدل الفائدة السائد فى السوق حينئذ، والعرض والطلب على هذا النوع من الأوراق المالية. وتتحدد قيمة السند فى

السوق على أساس مجموع القيم الحالية للمزايا التى يقدمها السند لحامله، فمن الناحية الرياضية تتحدد قيمة (أو ثمن) السند كالآتى:

ثمن شراء السند = القيمة الحالية للقيمة الإستهلاكية للسند

+ القيمة الحالية للفوائد الدورية (الكوبونات) المستحقة

وذلك عن المدة من تاريخ الشراء حتى نهاية مدة السند وعلى أساس معدل الإستثمار السائد فى السوق المالية وقت الشراء.

مثال (٥-١١)

سند قيمته الأسمية ١٠٠٠ جنيه تم إصداره بمعدل فائدة ١١٪ سنوياً، يستهلك بعد ٢٠ سنة بعلاوة إصدار قدرها ٢٠٪. احسب ثمن شراء هذا السند إذا كان معدل الإستثمار المركب السائد وقت الشراء هو ٩٪ سنوياً.

الحل

قيمة الكوبون (الفائدة الدورية للسند)

$$= ١٠٠٠ \times \frac{١١}{١٠٠} = ١١٠ \text{ جنيهاً}$$

$$\text{القيمة الإستهلاكية للسند} = ١٠٠٠ + ١٠٠٠ \times \frac{٢٠}{١٠٠} = ١٢٠٠ \text{ جنيهاً}$$

القيمة الحالية للقيمة الإستهلاكية = $١٢٠٠ \times ح^{٢٠}$ بمعدل ٩٪

= ١٢٠٠ × ٠,١٧٨٤٣١ = ٢١٤,١١٧ جنيهاً

القيمة الحالية للكوبونات الدورية = $١١٠ \times د_{\overline{٢٠|}}$ بمعدل ٩٪

= ١١٠ × ٩,١٢٨٥٤٦ = ١٠٠٤,١٤٠ جنيهاً

ثمن شراء السند = القيمة الحالية للقيمة الإستهلاكية + القيمة الحالية للكوبونات الدورية

= ٢١٤,١١٧ + ١٠٠٤,١٤٠ = ١٢١٨,٢٥٧ جنيهاً

ويلاحظ أن ثمن شراء السند أكبر من قيمته الإستهلاكية لأن معدل فائدة السند أكبر من معدل فائدة الإستثمار.

مثال (٥-١٣)

سند قيمته الأسمية ٥٠٠٠ جنيه ويعطى فائدة بمعدل ١٠٪ سنوياً تدفع مرتين فى السنة: فى أول يناير وأول يوليو، ويستهلك أول يوليو عام ٢٠٠٢ بقيمته الأسمية. احسب ثمن شراء السند يوم ٦ أغسطس عام ١٩٩٧ إذا كان معدل الإستثمار السائد فى السوق هو ٨٪ سنوياً.

الحل

معدل فائدة السند كل نصف سنة = $\frac{١٠٪}{٢}$ = ٥٪

معدل فائدة الإستثمار كل نصف سنة = $\frac{٨٪}{٢}$ = ٤٪

فائدة الكوبون النصف سنوى = ٥٠٠٠ × $\frac{٥}{١٠٠}$ = ٢٥٠ جنيهاً

سنحسب أولاً قيمة السند أول يوليو عام ١٩٩٧، حيث نلاحظ أن المدة من أول يوليو عام ١٩٩٧ حتى أول يوليو عام ٢٠٠٢ = ٥ سنوات = ١٠ أنصاف سنوات.

القيمة الأسمية للسند = قيمته الإستهلاكية = ٥٠٠٠ جنيهاً

القيمة الحالية للقيمة الإستهلاكية للسند

= ٥٠٠٠ × ح^١٠ بمعدل إستثمار ٤٪

= ٥٠٠٠ × ٠,٦٧٥٥٦٤ = ٣٣٧٧,٨٢ جنيهاً

القيمة الحالية للكوبونات الدورية

= ٢٥٠ × د ١٠ بمعدل إستثمار ٤٪

= ٢٥٠ × ٨,١١٠٨٩٥ = ٢٠٢٧,٧٢ جنيهاً

ثمن شراء السند أول يوليو عام ١٩٩٧

= ٣٣٧٧,٨٢ + ٢٠٢٧,٧٢ = ٥٤٠٥,٥٤ جنيهاً

المدة من أول يوليو عام ١٩٩٧ حتى ٦ أغسطس عام ١٩٩٧

يوليو + أغسطس

= ٣٠ + ٦ = ٣٦ يوماً

قيمة الفائدة عن هذه المدة = ٥٤٠٥,٥٤ × $\frac{٣٦}{٣٦٠}$ × $\frac{٨}{١٠٠}$

= ٤٣,٢٤ جنيهاً

ثمن شراء السند يوم ٦ أغسطس عام ١٩٩٧

= ٥٤٠٥,٥٤ + ٤٣,٢٤ = ٥٤٤٨,٧٨ جنيهاً.

(٥-٢-١) إستهلاك السندات

يتم إستهلاك القروض السندية إما بدفع القيمة الإستهلاكية للسندات جميعاً مرة واحدة عند تاريخ إنتهاء مدة الإستهلاك مع دفع الفوائد أو قيمة الكوبون بصفة منتظمة، أو أن يتم إستهلاك السندات خلال مدة القرض.

ويجرى إختيار السندات التى تستهلك من بين السندات المتداولة إما بطريقة السحب أو الإقتراع لعدد معين من السندات المتداولة.

ويوجد طريقتان أساسيتان لإستهلاك السندات هما:

١- طريقة الإستهلاكات المتساوية من عدد من السندات فى كل فترة من الفترات المخصصة لإستهلاك السندات مع دفع الفوائد على الرصيد.

٢- طريقة الأقساط المتساوية من الأصل والفوائد معاً.

أولاً: طريقة الإستهلاكات المتساوية من الأصل فقط مع دفع الفوائد على الرصيد:

وفقاً لهذه الطريقة تقسم السندات إلى أجزاء متساوية وذلك بقسمة عدد السندات المصدرة على عدد سنوات الإستهلاك، وتلتزم جهة الإصدار أيضاً بسداد الفوائد الدورية (أى قيمة الكوبونات التى ما زالت فى يد حاملها)، أى أن الهيئة المقترضة والمصدرة للسندات تدفع إلى حاملى سنداتها فى نهاية كل فترة زمنية القيمة الإستهلاكية للسندات المقرر إستهلاكها بالإضافة إلى قيمة الكوبونات عن السندات المتداولة فى السوق فى تلك الفترة.

مثال (٥-١٣)

أصدرت شركة المقاولات المصرية قرضاً قيمته ٦٠٠٠٠٠ جنيه بواقع ١٠٠٠ جنيه كقيمة أسمية للسند الواحد بمعدل فائدة ١٢٪ سنوياً، فإذا كانت السندات تستهلك على خمس سنوات بطريقة الإستهلاكات المتساوية عن طريق السحب السنوى. فالمطلوب تصوير جدول إستهلاك السندات.

الحـل

عدد السندات المصدرة = ٦٠٠٠٠٠ ÷ ١٠٠٠ = ٦٠٠ سنداً

عدد السندات المستهلكة سنوياً = ٦٠٠ ÷ ٥ = ١٢٠ سنداً

قيمة الكوبون السنوى للسند = ١٠٠٠ × $\frac{١٢}{١٠٠}$ = ١٢٠ جنيهاً.

ويكون جدول إستهلاك هذه السندات كما يلى:

جدول الإستهلاك

السنة	عـــدد السنـــدات		فائدة السندات المتداولة	الإستهلاكات المتساوية	المبلغ المدفوع فى نهاية السنة
	المتداولة	المستهلكة			
١	٦٠٠	١٢٠	٧٢٠٠٠	١٢٠٠٠٠	١٩٢٠٠٠
٢	٤٨٠	١٢٠	٥٧٦٠٠	١٢٠٠٠٠	١٧٧٦٠٠
٣	٣٦٠	١٢٠	٤٣٢٠٠	١٢٠٠٠٠	١٦٣٢٠٠
٤	٢٤٠	١٢٠	٢٨٨٠٠	١٢٠٠٠٠	١٤٨٨٠٠
٥	١٢٠	١٢٠	١٤٤٠٠	١٢٠٠٠٠	١٣٤٤٠٠
الجملة		٦٠٠	٢١٦٠٠٠	٦٠٠٠٠٠	٨١٦٠٠٠

ويلاحظ على الجدول السابق ما يلى:

١- تم حساب الإستهلاك المتساوى على أساس حاصل ضرب عدد السندات المستهلكة سنوياً وهو ١٢٠ سند فى القيمة الأسمية للسند الواحد وهى ١٠٠٠ جنيه.

٢- مجموع عدد السندات المستهلكة لابد وأن تساوى عدد السندات المصدرة حيث تساوى ٦٠٠ سنداً.

٣- فائدة السندات المتداولة عبارة عن متوالية عددية تناقصية أساسها عبارة عن فائدة السندات المستهلكة سنوياً وهى فى المثال:

١٢٠٠ × ١٢ = ١٤٤٠٠ جنيهاً.

مثال (٥-١٤)

أصدرت هيئة حكومية قرضاً سندياً قيمته ٤٥٠٠٠٠ جنيه بمعدل فائدة ١٠٪ سنوياً بقيمة أسمية ١٠٠ جنيه للسند الواحد، فإذا كانت هذه السندات تستهلك على ٣ سنوات وأن أول إستهلاك سيتم بعد ٤ سنوات، وكان معدل الإستثمار المركب هو ٩٪ سنوياً. المطلوب:

١- تصوير جدول إستهلاك السندات.

٢- إيجاد ثمن شراء السند.

الحل

١- سوف تدفع الهيئة فوائد على السندات لمدة ٣ سنوات

$$\text{عدد السندات المصدرة} = \frac{٤٥٠٠٠٠}{١٠٠} = ٤٥٠٠ \text{ سنداً}$$

$$\text{قيمة الكوبون} = ١٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} = ١٠ \text{ جنيهات}$$

قيمة الفوائد المدفوعة سنوياً (آخر كل من السنة الأولى والثانية والثالثة والرابعة)

= ١٠ × ٤٥٠٠ = ٤٥٠٠٠ جنيهاً.

عدد السندات المستهلكة سنوياً = ٤٥٠٠ ÷ ٣ = ١٥٠٠ سنداً

ويكون جدول الإستهلاك كما يلى:

جدول الإستهلاك

السنة	عـــدد السنـــدات		فائدة السندات المتداولة	الإستهلاكات المتساوية	المبلغ المدفوع فى نهاية السنة
	المتداولة	المستهلكة			
١-٤	٤٥٠٠	–	٤٥٠٠٠	–	٤٥٠٠٠
٥	٤٥٠٠	١٥٠٠	٤٥٠٠٠	١٥٠٠٠٠	١٩٥٠٠٠
٦	٣٠٠٠	١٥٠٠	٣٠٠٠٠	١٥٠٠٠٠	١٨٠٠٠٠
٧	١٥٠٠	١٥٠٠	١٥٠٠٠	١٥٠٠٠٠	١٦٥٠٠٠
الجملة			١٣٥٠٠٠	٤٥٠٠٠٠	٥٨٥٠٠٠

٢- القيمة الحالية للمبالغ التى تدفعها الهيئة

= ٤٥٠٠٠ × د $\overline{٤|}$ + ١٩٥٠٠٠ × $ح^{٥}$ + ١٨٠٠٠٠ × $ح^{٦}$

+ ١٦٥٠٠٠ × $ح^{٧}$ بمعدل ٩٪

= ٤٥٠٠٠ × ٣,٢٣٩٧٢٠ + ١٩٥٠٠٠ × ٠,٦٤٩٩٣١

+ ١٨٠٠٠٠ × ٠,٥٩٦٢٦٧ + ١٦٥٠٠٠ × ٠,٥٤٧٠٣٤

= ١٤٥٧٨٧,٤ + ١٢٦٧٣٦,٥٥ + ١٠٧٣٢٨,٠٦ + ٩٠٢٦٠,٦١

= ٤٧٠١١٢,٦٢ جنيهاً.

ثمن شراء السند الواحد

= ٤٧٠١١,٦٢ ÷ ٤٥٠٠= ١٠٤,٤٦٩ جنيهاً.

ثانياً: طريقة الأقساط المتساوية من الأصل والفوائد معاً

لا تختلف هذه الطريقة كثيراً فى طبيعتها عن طريقة إستهلاك القروض العادية بطريقة الأقساط المتساوية من رأس المال والفوائد معاً والتى سبق لنا شرحها، إلا أنه فى هذه الحالة يجب أن يكون عدد السندات المستهلكة سنوياً عدداً صحيحاً، إذ لا يمكن إستهلاك جزء من السند، وبالتالى فإن الأقساط السنوية التى تدفع فى آخر كل سنة لن تكون متساوية تماماً خلال سنوات إستهلاك القرض السندى ولكنها تكون قريبة من التساوى، إذ أن هذا الإختلاف بين الأقساط المتساوية يجب ألا يزيد عن القيمة الأسمية للسند الواحد.

مثال (٥-١٥)

أصدرت شركة العز لصناعة حديد التسليح قرضاً سندياً بمبلغ ٥٠٠٠٠٠ جنيه، القيمة الأسمية للسند ١٠٠٠ جنيه وذلك لمدة ٥ سنوات بمعدل فائدة مركبة ٧٪ سنوياً. فإذا قررت الشركة إستهلاك هذه السندات بطريقة الأقساط المتساوية من الأصل والفوائد معاً. المطلوب تصوير جدول إستهلاك هذا القرض.

الحل

القسط المتساوى = أصل القرض × $\frac{١}{د_{\overline{ن|}}}$ بمعدل ع

= ٥٠٠٠٠٠ × $\frac{١}{د_{\overline{٢٠|}}}$ بمعدل ٧٪

= ٥٠٠٠٠٠ × ٠,٢٤٣٨٩٠ = ١٢١٩٤٥ جنيهاً

فائدة السنة الأولى = ٥٠٠٠٠٠ × $\frac{٧}{١٠٠}$ = ٣٥٠٠٠ جنيهاً

الإستهلاك الأول = $ك_١$ = القسط المتساوى – فائدة السنة الأولى

= ١٢١٩٤٥ – ٣٥٠٠٠ = ٨٦٩٤٥ جنيهاً

$ك_٢ = ك_١ (١+ ع)$

= ٨٦٩٤٥ × ١,٠٧ = ٩٣٠٣١,١٥ جنيهاً

$ك_٣ = ك_٢ (١+ ع)$

= ٩٣٠٣١,١٥× ١,٠٧ = ٩٩٥٤٣,٣٣١ جنيهاً

$ك_٤ = ك_٣ (١+ ع)$

= ٩٩٥٤٣,٣٣١× ١,٠٧ = ١٠٦٥١١,٣٦ جنيهاً

$ك_٥ = ك_٤ (١+ ع)$

= ١٠٦٥١١,٣٦× ١,٠٧ = ١١٣٩٦٧,١٦ جنيهاً

مجموع الإستهلاكات = $ك_١ + ك_٢ + ك_٣ + ك_٤ + ك_٥$

= ٨٦٩٤٥ + ٩٣٠٣١,١٥ + ٩٩٥٤٣,٣٣١

+ ١٠٦٥١١,٣٦ + ١١٣٩٦٧,١٦ = ٤٩٩٩٩٨,٠٠١ جنيهاً.

وكما هو واضح فإن مجموع الإستهلاكات الخمسة يقل عن قيمة القرض بمقدار ١,٩٩٩ جنيه وذلك نتيجة عمليات التقريب.

وحيث أن:

القيمة الأسمية لكل سند = ١٠٠٠ جنيهاً

وبالتالى فإن:

عدد السندات المستهلكة فى نهاية السنة الأولى

= ٨٦٩٤٥ ÷ ١٠٠٠ = ٨٧ سنداً

عدد السندات المستهلكة فى نهاية السنة الثانية

= ٩٣٠٣١,١٥ ÷ ١٠٠٠ = ٩٣ سنداً

عدد السندات المستهلكة فى نهاية السنة الثالثة

= ٩٩٥٤٣,٣٣ ÷ ١٠٠٠ = ١٠٠ سنداً

عدد السندات المستهلكة فى نهاية السنة الرابعة

= ١٠٦٥١١,٣٦ ÷ ١٠٠٠ = ١٠٦ سنداً

عدد السندات المستهلكة فى نهاية السنة الخامسة

= ١١٣٩٦٧,١٦ ÷ ١٠٠٠ = ١١٤ سنداً .

ويكون جدول إستهلاك القرض كما يلى:

جدول الإستهلاك

السنة	عدد السندات		فائدة السندات المتداولة	الإستهلاك السنوى	القسط السنوى
	المتداولة	المستهلكة			
١	٥٠٠	٨٧	٣٥٠٠٠	٨٦٩٤٥	١٢١٩٤٥
٢	٤١٣	٩٣	٢٨٩١٠	٩٣٠٣٢	١٢١٩٤٢
٣	٣٢٠	١٠٠	٢٢٤٠٠	٩٩٥٤٣	١٢١٩٤٣
٤	٢٢٠	١٠٦	١٥٤٠٠	١٠٦٥١٢	١٢١٩١٢
٥	١١٤	١١٤	٧٩٨٠	١١٣٩٦٨	١٢١٨٦٨
الجملة		٥٠٠		٥٠٠٠٠٠	٦٠٩٦١٠

من الجدول السابق نلاحظ أن:

١- عدد السندات المتداولة فى أى سنة

= عدد السندات المصدرة – عدد السندات التى تم إستهلاكها.

٢- القسط السنوى = فائدة السندات المتداولة + القيمة الإستهلاكية لنفس السنة.

٣- القسط السنوى الذى يدفع فى نهاية كل سنة خلال مدة القرض ليس متساو تماماً ولكنه أقرب إلى التساوى. ويلاحظ أن المدى المطلق للفرق بين أكبر مبلغ وهو المبلغ المدفوع فى نهاية السنة الأولى (١٢١٩٤٥ جنيه) وأصغر مبلغ وهو المبلغ المدفوع فى نهاية السنة الخامسة (١٢١٨٦٨جنيه) يساوى ٧٧ جنيه، وهذا الفرق أصغر من القيمة الأسمية للسند والتى تساوى ١٠٠٠ جنيه.

(٥-٢-٢) السندات الرابحة

غالباً ما تحاول الهيئات المقترضة والتى تقوم بإصدار السندات بإغراء الجمهور للإكتتاب فى سنداتها وذلك عن طريق منح جوائز مالية كبيرة لبعض السندات التى تظهر فى السحب السنوى الذى يجرى لهذا الغرض كل عام. وقد يكون من حق حملة السندات الرابحة بجانب الجوائز المستحقة لهم أن يحصلوا على القيمة الإستهلاكية لسنداتهم، وكذلك الفوائد المستحقة لهم يوم السحب أو قد لا يكون لهم الحق فى هذه المبالغ وذلك حسب الشروط المنصوص عليها وقت الإكتتاب.

مثال (٥-١٦)

أصدرت إحدى المؤسسات الحكومية للجمهور ٤٠٠ سند للإكتتاب، القيمة الأسمية للسند ١٠٠٠ جنيه لمدة ٥ سنوات بمعدل فائدة مركبة ٧٪ سنوياً تدفع آخر كل سنة، وقد قررت المؤسسة إستهلاك هذه السندات بطريقة الأقساط المتساوية وفقاً للشروط الآتية:

١- يمنح أصحاب العشرة سندات الأولى فى كل عملية سحب جوائز مالية قدرها ٨٠٠٠ جنيه.

٢- لا يحق لأصحاب السندات الرابحة الحصول على القيمة الإستهلاكية أو الفوائد المستحقة فى تاريخ السحب.

والمطلوب تصوير جدول الإستهلاك لهذا القرض.

الحل

القيمة الأسمية للسندات = ٤٠٠ × ١٠٠٠ = ٤٠٠٠٠٠ جنيهاً

قيمة الكوبون = ١٠٠٠ × $\frac{٧}{١٠٠}$ = ٧٠ جنيهاً

القسط السنوى المتساوى = ط = ٤٠٠٠٠٠ × $\frac{١}{د_{\overline{٥|}}}$ بمعدل ٧٪

= ٤٠٠٠٠٠ × ٠,٢٤٣٨٩٠ = ٩٧٥٥٦ جنيهاً

الفائدة عن السنة الأولى = ف١ = ٤٠٠٠٠٠ × $\frac{٧}{١٠٠}$ = ٢٨٠٠٠ جنيها

ك١ = ط - ف١

= ٩٧٥٥٦ - ٢٨٠٠٠ = ٦٩٥٥٦ جنيهاً

ك٢ = ٦٩٥٥٦ × ١,٠٧ = ٧٤٤٢٤,٩٢ جنيهاً

ك٣ = ٧٤٤٢٤,٩٢ × ١,٠٧ = ٧٩٦٣٤,٦٦٤ جنيهاً

ك٤ = ٧٩٦٣٤,٦٦٤ × ١,٠٧ = ٨٥٢٠٩,٠٩ جنيهاً

ك٥ = ٨٥٢٠٩,٠٩ × ١,٠٧ = ٩١١٧٣,٧٢٦ جنيهاً.

عدد السندات المستهلكة فى السنة الأولى

= ٦٩٥٥٦ ÷ ١٠٠٠ = ٧٠ سنداً .

عدد السندات المستهلكة فى السنة الثانية

= ٧٤٤٢٤,٩٢ ÷ ١٠٠٠ = ٧٤ سنداً

عدد السندات المستهلكة فى السنة الثالثة

= ٧٩٦٣٤,٦٦٤ ÷ ١٠٠٠ = ٨٠ سنداً

عدد السندات المستهلكة فى السنة الرابعة

= ٨٥٢٠٩,٠٩ ÷ ١٠٠٠ = ٨٥ سنداً

عدد السندات المستهلكة فى السنة الخامسة

= ٩١١٧٣,٧٢٦ ÷ ١٠٠٠ = ٩١ سنداً .

وطبقاً لشروط الإصدار فإن ١٠ سندات فى كل سحب سنوى سوف تكون رابحة، وعلى ذلك يمكن كتابة السندات المستهلكة سنوياً كما يلى:

				رابحة		غير رابحة
السنة الأولى	=	٧٠	=	١٠	+	٦٠
السنة الثانية	=	٧٤	=	١٠	+	٦٤
السنة الثالثة	=	٨٠	=	١٠	+	٧٠
السنة الرابعة	=	٨٥	=	١٠	+	٧٥
السنة الخامسة	=	٩١	=	١٠	+	٨١

ويكون جدول إستهلاك القرض كما يلى:

جدول الإستهلاك

السنة	عـــدد السنـــدات			فائدة السندات المتداولة	الإستهلاك السنوى	الجوائز	القسط السنوى
	المتداولة	المستهلكة					
		الرابحة	غير الرابحة				
١	٤٠٠	١٠	٦٠	٤٢٠٠	٦٠٠٠٠	٨٠٠٠	٧٢٢٠٠
٢	٣٣٠	١٠	٦٤	٤٤٨٠	٦٤٠٠٠	٨٠٠٠	٧٦٤٨٠
٣	٢٥٦	١٠	٧٠	٤٩٠٠	٧٠٠٠٠	٨٠٠٠	٨٢٩٠٠
٤	١٧٦	١٠	٧٥	٥٢٥٠	٧٥٠٠٠	٨٠٠٠	٨٨٢٥٠
٥	٩١	١٠	٨١	٥٦٧٠	٨١٠٠٠	٨٠٠٠	٩٤٦٧٠
الجملة		٥٠	٣٥٠	٢٤٥٠٠	٣٥٠٠٠٠	٤٠٠٠٠	٤١٤٥٠٠

ويلاحظ على جدول الإستهلاك السابق ما يلى:

١- تم حساب الفائدة المستحقة فى نهاية كل سنة على أساس حاصل ضرب عدد السندات المتداولة بعد طرح السندات الرابحة منها (١٠ سندات) فى فائدة السند وقدرها ٧٠ جنيه، حيث لا يحق لحملة السندات الرابحة الحصول على فائدة عن هذه السندات، فعلى سبيل المثال نجد أن:

فائدة السنة الأولى = (٧٠-١٠) × ٧٠ = ٤٢٠٠ جنيهاً

فائدة السنة الثانية = (٧٤-١٠) × ٧٠ = ٤٤٨٠ جنيهاً

⋮

وهكذا.

٢- بالمثل، تم حساب الإستهلاك السنوى على أساس ضرب عدد السندات غير الرابحة فى القيمة الأسمية للسند وهى ١٠٠٠ جنيه، حيث لا يحق لحملة السندات الرابحة الحصول على القيمة الإستهلاكية لهذه السندات، فعلى سبيل المثال نجد أن:

إستهلاك السنة الأولى = ٦٠ × ١٠٠٠ = ٦٠٠٠٠ جنيهاً

إستهلاك السنة الثانية = ٦٤ × ١٠٠٠ = ٦٤٠٠٠ جنيهاً

⋮

وهكذا.

٣- جملة المدفوع فى نهاية كل سنة (القسط السنوى)

= الفائدة + الإستهلاك + الجوائز

فعلى سبيل المثال:

القسط السنوى فى نهاية السنة الأولى

= ٤٢٠٠ + ٦٠٠٠٠ + ٨٠٠٠ = ٧٢٢٠٠ جنيهاً

القسط السنوى في نهاية السنة الثانية

= ٤٤٨٠ + ٦٤٠٠٠ + ٨٠٠٠ = ٧٦٤٨٠ جنيهاً

⋮

وهكذا.

أمثلة متنوعة

مثال (٥-١٧)

ما ثمن شراء سند قيمته الأسمية ١٠٠٠٠ جنيه بمعدل فائدة ١٢٪ سنوياً تدفع آخر كل ٤ شهور، علماً بأنه يستهلك بعد ١٠ سنوات بقيمته الأسمية وأن معدل الإستثمار ٥٪ عن كل ثلث سنة؟

الحل

معدل الفائدة عن كل ثلث سنة = $\frac{١٢٪}{٣}$ = ٤٪

قيمة الكوبون (الفائدة الدورية للسند)= ١٠٠٠٠ × $\frac{٤}{١٠٠}$ = ٤٠٠ جنيهاً

مدة الإستهلاك بالربع سنة = ١٠ × ٤ = ٤٠ ربع سنة

القيمة الحالية للكوبون = ٤٠٠ × د $\overline{٤٠|}$ بمعدل ٥٪

= ٤٠٠ × ١٧,١٥٩٠٨٦ = ٦٨٦٣,٦٣٤ جنيهاً

القيمة الإستهلاكية للسند = القيمة الأسمية له = ١٠٠٠٠ جنيهاً

القيمة الحالية للقيمة الإستهلاكية = ١٠٠٠٠ × $ح^{٤٠}$ بمعدل ٥٪

= ١٠٠٠٠ × ٠,١٤٢٠٤٦ = ١٤٢٠,٤٦ جنيهاً

ثمن شراء السند = ٦٨٦٣,٦٣٤ + ١٤٢٠,٤٦

= ٨٢٨٤,٠٩٤ جنيهاً .

مثال (٥-١٨)

سند قيمته الأسمية ٥٠٠٠ جنيه يستهلك بعد ١٥ سنة من الآن بخصم إصدار قدره ١٠٪ من القيمة الأسمية، فإذا كان ثمن شراء السند بعد صرف الكوبون مباشرة الذى يحقق فائدة إستثمار بمعدل ٩٪ سنوياً هو ٦٠٧١,٨٣٣٨ جنيه.

المطلوب إيجاد معدل الفائدة السنوية للسند.

الحل

نفرض أن معدل الفائدة السنوية للسند هو ع

قيمة الكوبون $= ٥٠٠٠ \times \frac{ع}{١٠٠} =$ ٥٠ ع

القيمة الإستهلاكية للسند $= ٥٠٠٠ - ٥٠٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠}$

= ٤٥٠٠ جنيهاً

القيمة الحالية للقيمة الإستهلاكية للسند $= ٤٥٠٠ \times ح^{١٥}$ بمعدل ٩٪

= ٤٥٠٠ × ٠,٢٧٤٥٣٨ = ١٢٣٥,٤٢١ جنيهاً

القيمة الحالية للكوبونات الدورية $=$ ٥٠ع $\times$ د $\overline{١٥|}$ بمعدل ٩٪

= ٥٠ع × ٨,٠٦٠٦٨٨ = ٤٠٣,٠٣٤٤ جنيهاً.

ثمن شراء السند = القيمة الحالية للقيمة الإستهلاكية + القيمة الحالية للكوبونات الدورية

٦٠٧١,٨٣٣٨ = ١٢٣٥,٤٢١ + ٤٠٣,٠٣٤٤ ع

٤٠٣,٠٣٤٤ ع = ٤٨٣٦,٤١٢٨

وعلى ذلك فإن:

$$ع = \frac{٤٨٣٦,٤١٢٨}{٤٠٣,٠٣٤٤} = ١٢$$

معدل الفائدة السنوية للسند = ١٢٪.

مثال (٥-١٩)

رغب شخص فى أول يناير عام ١٩٩٩ فى شراء سند قيمته الأسمية ٨٠٠٠ جنيه بمعدل فائدة ١٢٪ سنوياً تدفع أول يناير وأول يوليو من كل عام. ما هو ثمن شراء السند إذا كان هذا السند يستهلك بقيمته الأسمية فى أول يناير عام ٢٠١٠، ومعدل الإستثمار هو ٧٪ لكل نصف سنة؟

الحل

معدل فائدة السند عن نصف السنة $= \frac{١٢٪}{٢} = ٦٪$

فائدة الكوبون النصف سنوية $= ٨٠٠٠ \times \frac{٦}{١٠٠} = ٤٨٠$ جنيهاً

مدة إستهلاك السند من أول يناير عام ١٩٩٩ حتى أول يناير عام ٢٠١٠ = ١١ سنة = ٢٢ نصف سنة

القيمة الإستهلاكية للسند = القيمة الأسمية له = ٨٠٠٠ جنيهاً

القيمة الحالية للقيمة الإستهلاكية = ٨٠٠٠ × $ح^{٢٢}$ بمعدل ٧٪

= ٨٠٠٠ × ٠,٢٢٥٧١٣ = ١٨٠٥,٧٠٤ جنيهاً

القيمة الحالية للكوبونات الدورية = ٤٨٠ × د $\overline{٢٢|}$ بمعدل ٧٪

= ٤٨٠ × ١١,٠٦١٢٤٠ = ٥٣٠٩,٣٩٥ جنيهاً

ثمن شراء السند أول يناير عام ١٩٩٩

= ١٨٠٥,٧٠٤ + ٥٣٠٩,٣٩٥ = ٧١١٥,٠٩٩ جنيهاً.

(٥-٣) إستهلاك الأصول الثابتة

تحتفظ المنشآت الصناعية والتجارية والخدمية بالأصول الثابتة كالآلات والمبانى والسيارات والمكاتب التى تعمل لمدة طويلة نسبياً بغرض إستخدامها فى عمليات الإنتاج أو البيع للسلع والخدمات التى تقدمها المنشأة للعملاء وليس بغرض المتاجرة وإعادة البيع للأصل.

فالأصول الثابتة تتميز عن غيرها من الأصول المتداولة من حيث أن مدة حياة الأصول الثابتة أو مدة إستعمالها طويلة نوعاً ما عنها فى الأصول المتداولة، كما أن الغرض من الأصول الثابتة هو إستغلالها فى العمليات التجارية والصناعية للمشروع وليس البيع والمتاجرة فيها. فقطعة الأرض تمثل أصلاً ثابتاً بالنسبة للمنشأة التى تشتريها لإقامة مشروع تجارى أو صناعى عليها بينما تعد أصلاً متداولاً بالنسبة لجمعيات بيع وتقسيم الأراضى التى تتعامل فى الأراضى بالبيع والشراء.

ومن المعروف أن معظم الأصول الثابتة لها مدد حياة إنتاجية محدودة تصبح فى نهايتها غير صالحة للإستخدام الأساسى لها، حيث تنخفض قيمة هذه الأصول الثابتة سنوياً نتيجة لإستعمالها رغم المحافظة عليها وصيانتها. كما قد تنخفض قيمة هذه الأصول نتيجة للتقادم وظهور أنواع أخرى أكثر تطوراً منها كما يحدث فى الحاسبات الآلية أو التليفونات المحمولة، ومن ثم يتناقص رأس المال المستثمر فى هذه الأصول.

وتسمى قيمة الأصل فى نهاية مدة حياته الإنتاجية (أى القيمة المقدرة لبيعه كخردة عند إستبداله بالأصل الجديد) بالقيمة الباقية، ويطلق على الفرق

بين قيمة الأصل عند الشراء والقيمة الباقية للأصل فى نهاية عمره الإنتاجى "بالقيمة الهالكة".

ونظراً لتناقص قيمة الأصول الثابتة خلال عمرها سواء بالإستعمال أو بالتقادم فيتحتم على أصحاب المنشآت التجارية والصناعية حجز جزء من الأرباح أو الإيرادات التى تحققها فى نهاية كل سنة بحيث يكون مجموع هذه المبالغ المحتجزة خلال عمر الأصل الإنتاجى مساوية للقيمة الهالكة للأصل وبالتالى تتمكن من شراء أصول جديدة محل الأصول التى أستهلكت وأصبحت غير صالحة للإستخدام بسبب التلف أو التقادم. ويطلق على المقدار الذى يجرى خصمه سنوياً من الإيرادات لمقابلة النقص التدريجى فى قيمة الأصل الثابت "بإحتياطى الإستهلاك السنوى". كما أن الطريقة التى يتم بمقتضاها توزيع القيمة الهالكة للأصل الثابت على المدة المقرر إستخدام الأصل خلالها "بطريقة إستهلاك الأصل الثابت".

ويوجد عدة طرق لإستهلاك الأصول الثابتة هى:

أولاً: الطريقة المستقيمة (أو طريقة الخط المستقيم)

وفقاً لهذه الطريقة يتم قسمة قيمة الأصل الهالكة على مدة حياة الأصل للحصول على قيمة الإستهلاك السنوى، وعلى ذلك فإن قسط الإستهلاك السنوى يظل ثابتاً من سنة لأخرى طالما أنه ليس هناك إضافات أو تحسينات يجرى إدخالها على الأصل.

فإذا رمزنا إلى القيمة الأصلية للأصل الثابت بالرمز أ،

القيمة الباقية عند الإستغناء عن الأصل بالرمز ب،

مدة حياة الأصل بالرمز ن،

الإستهلاك السنوى بالرمز ك.

فإن قيمة الإستهلاك السنوى تتحدد وفقاً للمعادلة الآتية:

$$ك = \frac{أ - ب}{ن}$$

ويمكن تحديد القيمة الدفترية للأصل بعد مضى عدد معين من السنوات وذلك بطرح مجموع الإستهلاكات حتى ذلك التاريخ من القيمة الأصلية للأصل، وبالتالى فإن:

قيمة الأصل فى نهاية و من السنوات = أ - ك و .

مثال (٥-٤٠)

يمتلك بنك المهندس جهاز حاسب آلى قيمته الأصلية ٦٠٠٠٠ جنيه قدر له أن يظل صالحاً للإستعمال لمدة خمس سنوات يباع فى نهايتها كخردة بمبلغ ١٢٠٠٠ جنيه. والمطلوب تحديد قيمة الإستهلاك السنوى وتصوير جدول الإستهلاك على أساس طريقة الخط المستقيم.

الحل

القيمة الأصلية للأصل = أ = ٦٠٠٠٠ جنيهاً

القيمة الباقية = ب = ١٢٠٠٠ جنيهاً

مدة إستعمال الأصل = ن = ٥ سنوات

الإستهلاك السنوى = ك = $\frac{\text{أ} - \text{ب}}{\text{ن}}$

= $\frac{٦٠٠٠٠ - ١٢٠٠٠}{٥}$ = ٩٦٠٠ جنيهاً .

ويتم تصوير جدول إستهلاك الأصل كما يلى:

جدول الإستهلاك

السنة	قيمة الأصل فى بداية السنة	الإستهلاك السنوى	رصيد الإستهلاك آخر السنة	قيمة الأصل الباقية آخر السنة
١	٦٠٠٠٠	٩٦٠٠	٩٦٠٠	٥٠٤٠٠
٢	٥٠٤٠٠	٩٦٠٠	١٩٢٠٠	٤٠٨٠٠
٣	٤٠٨٠٠	٩٦٠٠	٢٨٨٠٠	٣١٢٠٠
٤	٣١٢٠٠	٩٦٠٠	٣٨٤٠٠	٢١٦٠٠
٥	٢١٦٠٠	٩٦٠٠	٤٨٠٠٠	١٢٠٠٠

ويلاحظ على جدول الإستهلاك السابق ما يلى:

١- قيمة الإستهلاك السنوى ثابتة من سنة لأخرى، وتمثل نسبة ثابتة من انقيمة الهالكة عبارة عن $\frac{٩٦٠٠}{١٢٠٠٠} \times \frac{١٠٠}{١٠٠}$ = ٨٠٪.

٢- رصيد الإستهلاك فى آخر أى سنة يمثل مجموع الإستهلاكات التى تم احتجازها حتى هذا التاريخ.

٣- تكلفة الحصول على الأصل، أى قيمته الأصلية، تساوى رصيد الإستهلاك فى آخر أى سنة مضافاً إليها قيمة الأصل فى آخر نفس السنة.

٤- قيمة الأصل فى آخر السنة الأخيرة لابد وأن تساوى القيمة الباقية للأصل.

مثال (٥-٣١)

تمتلك مطبعة جامعة الزقازيق آلة طباعة قيمتها الأصلية ٤٧٠٠٠ جنيه يقدر عمرها الإنتاجي بعشر سنوات، وقدرت قيمتها الباقية حينئذ بمبلغ ٧٠٠٠ جنيه. المطلوب إيجاد:

١- مقدار الإستهلاك السنوى.

٢- قيمة الأصل الدفترية فى أول السنة السادسة.

٣- رصيد الإستهلاكات فى نهاية السنة الرابعة.

وذلك بفرض أن الإستهلاك تم على أساس الطريقة المستقيمة.

الحل

١- الإستهلاك السنوى = ك = $\frac{٤٧٠٠٠ - ٧٠٠٠}{١٠}$ = ٤٠٠٠ جنيهاً .

٢- قيمة الأصل الدفترية فى أول السنة السادسة

= القيمة الأصلية للأصل - مجموع الإستهلاكات الخمسة الأولى

= ٤٧٠٠٠ - ٥ (٤٠٠٠) = ٢٧٠٠٠ جنيهاً.

٣- رصيد الإستهلاكات فى نهاية السنة الرابعة

= ٤ × ك = ٤ × ٤٠٠٠ = ١٦٠٠٠ جنيهاً.

ثانياً: طريقة النسبة الثابتة

تقوم هذه الطريقة على أساس إستخدام نسبة مئوية ثابتة فى تحديد قيمة الإستهلاك السنوى، ويتم ذلك عن طريق ضرب هذه النسبة المئوية الثابتة فى القيمة الدفترية للأصل أول أى سنة لنحصل على مقدار الإستهلاك السنوى لهذه السنة. وفى هذه الحالة نلاحظ أن قيمة الإستهلاك السنوى تتناقص من سنة لأخرى نظراً لتناقص قيمة الأصل الدفترية من سنة لأخرى تدريجياً ويتم تحديد نسبة الإستهلاك كالآتى:

بفرض أن نسبة الإستهلاك هى ع

الإستهلاك آخر السنة الأولى = $ك_١$ = أ ع

قيمة الأصل فى نهاية السنة الأولى = أ - أ ع = أ (١- ع)

الإستهلاك آخر السنة الثانية = $ك_٢$ = أ (١- ع) × ع

= أ ع (١- ع)

قيمة الأصل فى نهاية السنة الثانية = أ (١- ع) - أ ع (١- ع)

= أ $(١ - ع)^{٢}$

وهكذا يمكن إثبات أن:

قيمة الأصل فى نهاية السنة النونية = أ $(١ - ع)^{ن}$

وحيث أن قيمة الأصل فى نهاية مدة حياته الإنتاجية هى قيمته الباقية ، ب، وبالتالى فإن:

ب = أ $(١ - ع)^{ن}$

$$(١- ع)^{ن} = \frac{ب}{أ}$$

$$(١- ع) = \sqrt[ن]{\frac{ب}{أ}}$$

$$ع = ١ - \sqrt[ن]{\frac{ب}{أ}}$$

وبالتالى فإن:

النسبة الثابتة للإستهلاك = $ع = ١ - \sqrt[ن]{\frac{ب}{أ}}$.

مثال (٥-٣٢)

تمتلك إحدى الشركات الصناعيـة آلـه قيمتهـا الأصليـة ١٠٠٠٠ جنيـه وقدرت عمرها الإنتاجى بنحو ٩ سنوات وتباع فى نهايتها بمبلغ ٣٠٠٠ جنيه.

المطلوب إيجاد:

١- نسبة الإستهلاك الثابتة الواجب إستخدامها لإستهلاك الآلة.

٢- قيمة الآلة الدفترية فى نهاية السنة الرابعة.

الحل

١- النسبة الثابتة للإستهلاك = $ع = ١ - \sqrt[ن]{\frac{ب}{أ}}$

$$= ١ - \sqrt[٩]{\frac{٣٠٠٠}{١٠٠٠٠}}$$

$$= ١ - \sqrt[٩]{٠,٣}$$

لإيجاد القيمة $\sqrt[٩]{٠,٣}$ نستخدم اللوغاريتمات كالآتى:

نفرض أن س = $\sqrt[٩]{٠,٣}$

لو س = لو $\sqrt[٩]{٠,٣}$ = لو $(٠,٣)^{\frac{١}{٩}}$

= $\frac{١}{٩}$ لو ٠,٣ = $\frac{١}{٩}$ $(\bar{١},٤٧٧١)$ = $\bar{١},٩٤١٩$

من جدول لوغاريتمات الأعداد المقابلة نجد أن:

س = ٠,٨٧٤٨

وبالتالى فإن:

$\sqrt[٩]{٠,٣}$ = ٠,٨٧٤٨

أى أن:

نسبة الإستهلاكات الثابتة = ع = ١ - ٠,٨٧٤٨ = ٠,١٢٥٢

٢- القيمة الدفترية للأصل فى نهاية السنة النونية = أ $(١- ع)^{ن}$

وبالتالى فإن:

القيمة الدفترية للآلة فى نهاية السنة الرابعة=١٠٠٠٠(١- ٠,١٢٥٢)

= ١٠٠٠٠ $(٠,٨٧٤٨)^{٤}$

= ١٠٠٠٠ × ٠,٥٨٥٦٤٥٨ = ٥٨٥٦,٤٥٨ جنيهاً.

ملحوظة: يمكن إيجاد القيمة $(٠,٨٧٤٨)^{٤}$ بإستخدام اللوغاريتمات كما أسلفنا.

مثال (٥-٣٣)

أصل ثابت لـدى إحدى المنشـآت الصناعيـة قيمتـه الأصليـة ٥٠٠٠٠ جنيـه تقـرر إسـتهلاكه بواقـع ٢٠٪ سنوياً بطريقـة النسبـة الثابتـة مـن رصيـد الأصل لمـدة ٥ سـنوات. فـالمطلوب تصويـر جـدول الإسـتهلاك لهـذا الأصـل وحساب القيمة الباقية للأصل فى نهاية السنة الخامسة.

الحـل

يتم تصوير جدول الإستهلاك كما يلى:

جدول الإستهلاك

السنة	قيمة الأصل فى بداية السنة	الإستهلاك السنوى	رصيد الإستهلاك آخر السنة	قيمة الأصل الباقية آخر السنة
١	٥٠٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠	٤٠٠٠٠
٢	٤٠٠٠٠	٨٠٠٠	١٨٠٠٠	٣٢٠٠٠
٣	٣٢٠٠٠	٦٤٠٠	٢٤٤٠٠	٢٥٦٠٠
٤	٢٥٦٠٠	٥١٢٠	٢٩٥٢٠	٢٠٤٨٠
٥	٢٠٤٨٠	٤٠٩٦	٣٣٦١٦	١٦٣٨٤

من جدول الإستهلاك يتضح أن القيمة الباقية للأصل فى نهايـة السـنة الخامسة (أى قيمة بيعه كخردة) = ١٦٣٨٤ جنيهاً.

ثالثاً: طريقة الإحتياطى المستثمر

وفقاً لهذه الطريقة تكون قيمة الإستهلاك السنوى متساوية ويتم إحتجازها من الإيرادات فى نهاية كل سنة ثم يتم إستثمارها خارج نشاط المشروع بشراء أوراق مالية أو إيداعها فى أحد البنوك بمعدل فائدة مركبة بحيث تكون جملة هذه الدفعات المتساوية من الإستهلاكات فى نهاية عمر الأصل الإنتاجى مساوية للقيمة الهالكة للأصل.

ويمكن حساب قيمة الإستهلاك السنوى، ك، كما يلى:

$$\text{ك} \times \text{جـ}_{\overline{\text{ن}}|} \ \text{بمعدل ع} = \text{أ} - \text{ب}$$

$$\text{ك} = \frac{\text{أ} - \text{ب}}{\text{جـ}_{\overline{\text{ن}}|}} \ \text{بمعدل ع}$$

$$= (\text{أ} - \text{ب}) \times \frac{1}{\text{جـ}_{\overline{\text{ن}}|}} \ \text{بمعدل ع}$$

وحيث أن:

$$\frac{1}{\text{جـ}_{\overline{\text{ن}}|}} \ \text{بمعدل ع} = \left[\left(\frac{1}{\text{د}_{\overline{\text{ن}}|}} \ \text{بمعدل ع}\right) - \text{ع}\right]$$

وبالتالى فإن:

$$\text{الإستهلاك السنوى} = \text{ك} = (\text{أ} - \text{ب}) \left[\left(\frac{1}{\text{د}_{\overline{\text{ن}}|}} \ \text{بمعدل ع}\right) - \text{ع}\right]$$

ويجب ملاحظة أن القيمة $\frac{1}{\text{د}_{\overline{\text{ن}}|}}$ بمعدل ع يتم الحصول عليها من العمود السادس من جداول الفائدة المركبة مباشرة، كما أسلفنا.

مثال (٥-٣٤)

مصنع للتمور يمتلك آلة تعبئة وتغليف قيمتها الأصلية ٩٠٠٠٠ جنيه، وقد قرر صاحب المصنع إستهلاك الآلة خلال ٤ سنوات بطريقة الإحتياطى المستثمر بقيمة باقية ١٥٠٠٠جنيه. فإذا كان إستثمار أقساط الإستهلاك يتم بمعدل فائدة مركبة ١١٪ سنوياً، فالمطلوب هو:

١- حساب مقدار الإستهلاك السنوى الواجب إحتجازه سنوياً.

٢- تصوير جدول الإستهلاك ومنه أوجد:

- رصيد إحتياطى الإستهلاك فى آخر السنة الثانية.
- قيمة الآلة الدفترية فى نهاية السنة الثالثة.

الحـل

١- القيمة الأصلية للأصل = أ = ٩٠٠٠٠ جنيهاً

القيمة الباقية للأصل = ب = ١٥٠٠٠ جنيهاً

مدة إستهلاك الأصل = ن = ٤ سنوات

معدل الفائدة المركبة = ع = ١١٪ سنوياً

قيمة الإستهلاك السنوى = (أ - ب) [($\frac{1}{د_{\overline{ن|}}}$ بمعدل ع) - ع]

= (٩٠٠٠٠ - ١٥٠٠٠) × [($\frac{1}{د_{\overline{٤|}}}$ بمعدل ١١٪) - ٠,١١]

= ٧٥٠٠٠ (٠,٣٢٢٣٣ - ٠,١١) = ١٥٩٢٤,٧٥ جنيهاً.

٢- يتم تصوير جدول الإستهلاك للآلة كما يلى:

جدول الإستهلاك

السنة	قيمة الأصل أول السنة	إحتياطى الإستهلاك	الفائدة آخر السنة	الإستهلاك السنوى	إحتياطى الإستهلاك أخر السنة	قيمة الأصل آخر السنة
١	٩٠٠٠٠	-	-	١٥٩٢٤,٧٥	١٥٩٢٤,٧٥	٧٤٠٧٥,٢٥
٢	٧٤٠٧٥,٢٥	١٥٩٢٤,٧٥	١٧٥١,٧٢	١٥٩٢٤,٧٥	٣٣٦٠١,٢٢	٥٦٣٩٨,٧٨
٣	٥٦٣٩٨,٧٨	٣٣٦٠١,٢٢	٣٦٩٦,١٣	١٥٩٢٤,٧٥	٥٣٢٢٢,١	٣٦٧٧٧,٩
٤	٣٦٧٧٧,٩	٥٣٢٢٢,١	٥٨٥٤,٤٣	١٥٩٢٤,٧٥	٧٥٠٠١,٢٨	١٤٩٩٨,٧٢

عند تكوين جدول الإستهلاك السابق تم مراعاة الآتى:

أ- الفائدة آخر السنة = إحتياطى الإستهلاك أول السنة × معدل الفائدة

فعلى سبيل المثال:

الفائدة آخر السنة الثانية = ١٥٩٢٤,٧٥ × $\frac{١١}{١٠٠}$

= ١٧٥١,٧٢ جنيهاً.

ب- إحتياطى الإستهلاك آخر السنة = إحتياطى الإستهلاك أول السنة + الفائدة آخر السنة + الإستهلاك السنوى.

فعلى سبيل المثال:

إحتياطى الإستهلاك آخر السنة الثانية

=١٥٩٢٤,٧٥+ ١٧٥١,٧٢ + ١٥٩٢٤,٧٥ = ٣٣٦٠١,٢٢ جنيهاً.

جـ - قيمة الأصل آخر السنة = قيمة الأصل أول السنة - (الفائدة آخر السنة + الإستهلاك السنوى).

فعلى سبيل المثال:

قيمة الأصل آخر السنة الثالثة

=٥٦٣٩٨,٧٨- (٣٦٩٦,١٣ + ١٥٩٢٤,٧٥) = ٣٦٧٧٧,٩ جنيهاً.

من جدول الإستهلاك للآلة نستنتج أن:

رصيد إحتياطى الإستهلاك فى آخر السنة الثانية

= ٣٣٦٠١,٢٢ جنيهاً.

قيمة الآلة الدفترية فى نهاية السنة الثالثة

= ٣٦٧٧٧,٩ جنيهاً.

ويلاحظ فى جدول الإستهلاك أن قيمة الآلة فى نهاية عمرها الإنتاجى وهو أربع سنوات تساوى ١٤٩٩٨,٧٢، أى تقل بمقدار ١,٢٨ جنيه عن القيمة الباقية للآلة والتى تساوى ١٥٠٠٠ جنيه. وهذا الفرق نتج بالطبع نتيجة التقريب فى العمليات الحسابية.

مثال (٥-٣٥)

أشترت شركة البلاستيك الأهلية آلة بمبلغ ١٠٠٠٠٠ جنيه وقررت إستهلاكها بطريقة الإحتياطى المستثمر فى مدى ١٢ سنة بقيمة باقية ٢٠٠٠٠ جنيه، فإذا كان معدل الإستثمار ٩٪ سنوياً.

المطلوب إيجاد:

١- إحتياطى الإستهلاك آخر السنة الثانية.

٢- الفائدة آخر السنة الثالثة.

٣- قيمة الأصل آخر السنة الثالثة.

الحـل

القيمة الأصلية للآلة = أ = ١٠٠٠٠٠ جنيهاً

القيمة الباقية للآلة = ب = ٢٠٠٠٠ جنيهاً

مدة إستهلاك الآلة = ن = ١٢ سنة

المعدل = ع = ٩٪ سنوياً

قيمة الإستهلاك السنوى = (أ − ب) × [($\frac{١}{د_{\overline{ن|}}}$ بمعدل ع) − ع]

= (١٠٠٠٠٠ − ٢٠٠٠٠) × [($\frac{١}{د_{\overline{١٢|}}}$ بمعدل ٩٪) − ٠,٠٩]

= ٨٠٠٠٠ (٠,١٣٩٦٥١ − ٠,٠٩) = ٣٩٧٢,٠٨ جنيهاً.

فى السنة الأولى:

قيمة الأصل أول السنة = ١٠٠٠٠٠ جنيهاً

إحتياطى الإستهلاك أول السنة = صفر جنيهاً

الفائدة آخر السنة = صفر جنيهاً.

الإستهلاك السنوى = ٣٩٧٢,٠٨ جنيهاً.

إحتياطى الإستهلاك آخر السنة = صفر + صفر + ٣٩٧٢,٠٨

= ٣٩٧٢,٠٨ جنيهاً

قيمة الأصل آخر السنة = ١٠٠٠٠٠ − (صفر + ٣٩٧٢,٠٨)

= ٩٦٠٢٧,٩٢ جنيهاً

فى السنة الثانية:

قيمة الأصل أول السنة = ٩٦٠٢٧,٩٢ جنيهاً.

إحتياطى الإستهلاك أول السنة = إحتياطى الإستهلاك آخر السنة الأولى

= ٣٩٧٢,٠٨ جنيهاً

الفائدة آخر السنة =٣٩٧٢,٠٨× $\frac{٩}{١٠٠}$ = ٣٥٧,٤٨٧جنيها

الإستهلاك السنوى = ٣٩٧٢,٠٨ جنيهاً

إحتياطى الإستهلاك آخر السنة = ٣٩٧٢,٠٨ + ٣٥٧,٤٨٧

+ ٣٩٧٢,٠٨ = ٨٣٠١,٦٤٧ جنيهاً

قيمة الأصل آخر السنة = ٩٦٠٢٧,٩٢ - (٣٥٧,٤٨٧

+ ٣٩٧٢,٠٨) = ٩١٦٩٨,٣٥٣ جنيهاً.

فى السنة الثالثة:

قيمة الأصل أول السنة = ٩١٦٩٨,٣٥٣ جنيهاً

إحتياطى الإستهلاك أول السنة= إحتياطى الإستهلاك آخر السنة الثانية

= ٨٣٠١,٦٤٧ جنيهاً

الفائدة آخر السنة =٨٣٠١,٦٤٧× $\frac{٩}{١٠٠}$ = ٧٤٧,١٤٨جنيهاً

الإستهلاك السنوى = ٣٩٧٢,٠٨ جنيهاً.

إحتياطى الإستهلاك آخر السنة = ٨٣٠١,٦٤٧ + ٧٤٧,١٤٨

+ ٣٩٧٢,٠٨ = ١٣٠٢٠,٨٧٥ جنيهاً

قيمة الأصل آخر السنة = ٩١٦٩٨,٣٥٣ - (٧٤٧,١٤٨

+ ٣٩٧٢,٠٨) = ٨٦٩٧٩,١٢٥ جنيهاً.

فكما يتضح من التحليل السابق نستنتج أن:

١- إحتياطى الإستهلاك آخر السنة الثانية = ٨٣٠١,٦٤٧ جنيهاً.

٢- الفائدة آخر السنة الثالثة = ٧٤٧,١٤٨ جنيهاً.

٣- قيمة الأصل آخر السنة الثالثة = ٨٦٩٧٩,١٢٥ جنيهاً.

جداول الفائدة المركبة

المعدل ١ ٪

ن	جملة الجنيه (١+ع)^ن	القيمة الحالية للجنيه ح^ن	جملة دفعة عادية قدرها جنيه جـ ن⌉	القيمة الحالية لدفعة عادية قدرها جنيه د ن⌉	القسط السنوى ١/د ن⌉
١	١,٠٢٠٠٠٠	٠,٩٨٠٣٩٢	١,٠٠٠٠٠٠	٠,٩٨٠٣٩٢	١,٠٢٠٠٠٠
٢	١,٠٤٠٤٠٠	٠,٩٦١١٦٩	٢,٠٢٠٠٠٠	١,٩٤١٥٦١	٠,٥١٥٠٥٠
٣	١,٠٦١٢٠٨	٠,٩٤٢٣٢٢	٣,٠٦٠٤٠٠	٢,٨٨٣٨٨٣	٠,٣٤٦٧٥٥
٤	١,٠٨٢٤٣٢	٠,٩٢٣٨٤٥	٤,١٢١٦٠٨	٣,٨٠٧٧٢٩	٠,٢٦٢٦٢٤
٥	١,١٠٤٠٨١	٠,٩٠٥٧٣١	٥,٢٠٤٠٤٠	٤,٧١٣٤٦٠	٠,٢١٢١٥٨
٦	١,١٢٦١٦٢	٠,٨٨٧٩٧١	٦,٣٠٨١٢١	٥,٦٠١٤٣١	٠,١٧٨٥٢٦
٧	١,١٤٨٦٨٦	٠,٨٧٠٥٦٠	٧,٤٣٤٢٨٣	٦,٤٧١٩٩١	٠,١٥٤٥١٢
٨	١,١٧١٦٥٩	٠,٨٥٣٤٩٠	٨,٥٨٢٩٦٩	٧,٣٢٥٤٨١	٠,١٣٦٥١٠
٩	١,١٩٥٠٩٣	٠,٨٣٦٧٥٥	٩,٧٥٤٦٢٨	٨,١٦٢٢٣٧	٠,١٢٢٥١٥
١٠	١,٢١٨٩٩٤	٠,٨٢٠٣٤٨	١٠,٩٤٩٧٢١	٨,٩٨٢٥٨٥	٠,١١١٣٢٧
١١	١,٢٤٣٣٧٤	٠,٨٠٤٢٦٣	١٢,١٦٨٧١٥	٩,٧٨٦٨٤٨	٠,١٠٢١٧٨
١٢	١,٢٦٨٢٤٢	٠,٧٨٨٤٩٣	١٣,٤١٢٠٩٠	١٠,٥٧٥٣٤١	٠,٠٩٤٥٦٠
١٣	١,٢٩٣٦٠٧	٠,٧٧٣٠٣٣	١٤,٦٨٠٣٣٢	١١,٣٤٨٣٧٤	٠,٠٨٨١١٨
١٤	١,٣١٩٤٧٩	٠,٧٥٧٨٧٥	١٥,٩٧٣٩٣٨	١٢,١٠٦٢٤٩	٠,٠٨٢٦٠٢
١٥	١,٣٤٥٨٦٨	٠,٧٤٣٠١٥	١٧,٢٩٣٤١٧	١٢,٨٤٩٢٦٤	٠,٠٧٧٨٢٥
١٦	١,٣٧٢٧٨٦	٠,٧٢٨٤٤٦	١٨,٦٣٩٢٨٥	١٣,٥٧٧٧٠٩	٠,٠٧٣٦٥٠
١٧	١,٤٠٠٢٤١	٠,٧١٤١٦٣	٢٠,٠١٢٠٧١	١٤,٢٩١٨٧٢	٠,٠٦٩٩٧٠
١٨	١,٤٢٨٢٤٦	٠,٧٠٠١٥٩	٢١,٤١٢٣١٢	١٤,٩٩٢٠٣١	٠,٠٦٦٧٠٢
١٩	١,٤٥٦٨١١	٠,٦٨٦٤٣١	٢٢,٨٤٠٥٥٩	١٥,٦٧٨٤٦٢	٠,٠٦٣٧٨٢
٢٠	١,٤٨٥٩٤٧	٠,٦٧٢٩٧١	٢٤,٢٩٧٣٧٠	١٦,٣٥١٤٣٣	٠,٠٦١١٥٧
٢١	١,٥١٥٦٦٦	٠,٦٥٩٧٧٦	٢٥,٧٨٣٣١٧	١٧,٠١١٢٠٩	٠,٠٥٨٧٨٥
٢٢	١,٥٤٥٩٨٠	٠,٦٤٦٨٣٩	٢٧,٢٩٨٩٨٤	١٧,٦٥٨٠٤٨	٠,٠٥٦٦٣١
٢٣	١,٥٧٦٨٩٩	٠,٦٣٤١٥٦	٢٨,٨٤٤٩٦٣	١٨,٢٩٢٢٠٤	٠,٠٥٤٦٦٨
٢٤	١,٦٠٨٤٣٧	٠,٦٢١٧٢١	٣٠,٤٢١٨٦٢	١٨,٩١٣٩٢٦	٠,٠٥٢٨٧١
٢٥	١,٦٤٠٦٠٦	٠,٦٠٩٥٣١	٣٢,٠٣٠٣٠٠	١٩,٥٢٣٤[illegible]	٠,٠٥١٢٢٠

المعدل ١ ٪

ن	جملة الجنيه $(١+ع)^{ن}$	القيمة الحالية للجنيه $ح^{ن}$	جملة دفعة عادية قدرها جنيه جـ ن⌉	القيمة الحالية لدفعة عادية قدرها جنيه د ن⌉	القسط السنوى ١/د ن⌉
٢٦	١,٦٧٣٤١٨	٠,٥٩٧٥٧٩	٣٣,٦٧٠٩٠٦	٢٠,١٢١٠٣٦	٠,٠٤٩٦٩٩
٢٧	١,٧٠٦٨٨٦	٠,٥٨٥٨٦٢	٣٥,٣٤٤٣٢٤	٢٠,٧٠٦٨٩٨	٠,٠٤٨٢٩٣
٢٨	١,٧٤١٠٢٤	٠,٥٧٤٣٧٥	٣٧,٠٥١٢١٠	٢١,٢٨١٢٧٢	٠,٠٤٦٩٩٠
٢٩	١,٧٧٥٨٤٥	٠,٥٦٣١١٢	٣٨,٧٩٢٢٣٥	٢١,٨٤٤٣٨٥	٠,٠٤٥٧٧٨
٣٠	١,٨١١٣٦٢	٠,٥٥٢٠٧١	٤٠,٥٦٨٠٧٩	٢٢,٣٩٦٤٥٦	٠,٠٤٤٦٥٠
٣١	١,٨٤٧٥٨٩	٠,٥٤١٢٤٦	٤٢,٣٧٩٤٤١	٢٢,٩٣٧٧٠٢	٠,٠٤٣٥٩٦
٣٢	١,٨٨٤٥٤١	٠,٥٣٠٦٣٣	٤٤,٢٢٧٠٣٠	٢٣,٤٦٨٣٣٥	٠,٠٤٢٦١١
٣٣	١,٩٢٢٢٣١	٠,٥٢٠٢٢٩	٤٦,١١١٥٧٠	٢٣,٩٨٨٥٦٤	٠,٠٤١٦٨٧
٣٤	١,٩٦٠٦٧٦	٠,٥١٠٠٢٨	٤٨,٠٣٣٨٠٢	٢٤,٤٩٨٥٩٢	٠,٠٤٠٨١٩
٣٥	١,٩٩٩٨٩٠	٠,٥٠٠٠٢٨	٤٩,٩٩٤٤٧٨	٢٤,٩٩٨٦١٩	٠,٠٤٠٠٠٢
٣٦	٢,٠٣٩٨٨٧	٠,٤٩٠٢٢٣	٥١,٩٩٤٣٦٧	٢٥,٤٨٨٨٤٢	٠,٠٣٩٢٣٣
٣٧	٢,٠٨٠٦٨٥	٠,٤٨٠٦١١	٥٤,٠٣٤٢٥٥	٢٥,٩٦٩٤٥٣	٠,٠٣٨٥٠٧
٣٨	٢,١٢٢٢٩٩	٠,٤٧١١٨٧	٥٦,١١٤٩٤٠	٢٦,٤٤٠٦٤١	٠,٠٣٧٨٢١
٣٩	٢,١٦٤٧٤٥	٠,٤٦١٩٤٨	٥٨,٢٣٧٢٣٨	٢٦,٩٠٢٥٨٩	٠,٠٣٧١٧١
٤٠	٢,٢٠٨٠٤٠	٠,٤٥٢٨٩٠	٦٠,٤٠١٩٨٣	٢٧,٣٥٥٤٧٩	٠,٠٣٦٥٥٦
٤١	٢,٢٥٢٢٠٠	٠,٤٤٤٠١٠	٦٢,٦١٠٠٢٣	٢٧,٧٩٩٤٨٩	٠,٠٣٥٩٧٢
٤٢	٢,٢٩٧٢٤٤	٠,٤٣٥٣٠٤	٦٤,٨٦٢٢٢٣	٢٨,٢٣٤٧٩٤	٠,٠٣٥٤١٧
٤٣	٢,٣٤٣١٨٩	٠,٤٢٦٧٦٩	٦٧,١٥٩٤٦٨	٢٨,٦٦١٥٦٢	٠,٠٣٤٨٩٠
٤٤	٢,٣٩٠٠٥٣	٠,٤١٨٤٠١	٦٩,٥٠٢٦٥٧	٢٩,٠٧٩٩٦٣	٠,٠٣٤٣٨٨
٤٥	٢,٤٣٧٨٥٤	٠,٤١٠١٩٧	٧١,٨٩٢٧١٠	٢٩,٤٩٠١٦٠	٠,٠٣٣٩١٠
٤٦	٢,٤٨٦٦١١	٠,٤٠٢١٥٤	٧٤,٣٣٠٥٦٤	٢٩,٨٩٢٣١٤	٠,٠٣٣٤٥٣
٤٧	٢,٥٣٦٣٤٤	٠,٣٩٤٢٦٨	٧٦,٨١٧١٧٦	٣٠,٢٨٦٥٨٢	٠,٠٣٣٠١٨
٤٨	٢,٥٨٧٠٧٠	٠,٣٨٦٥٣٨	٧٩,٣٥٣٥١٩	٣٠,٦٧٣١٢٠	٠,٠٣٢٦٠٢
٤٩	٢,٦٣٨٨١٧	٠,٣٧٨٩٥٨	٨١,٩٤٠٥٩٠	٣١,٠٥٢٠٧٨	٠,٠٣٢٢٠٤
٥٠	٢,٦٩١٥٨٨	٠,٣٧١٥٢٨	٨٤,٥٧٩٤٠١	٣١,٤٢٣٦٠٦	٠,٠٣١٨٢٣

المعدل ٢ ٪

ن	جملة الجنيه $(1+ع)^{ن}$	القيمة الحالية للجنيه $ح^{ن}$	جملة دفعة عادية قدرها جنيه جـ ن⌉	القيمة الحالية لدفعة عادية قدرها جنيه د ن⌉	القسط السنوى ١/د ن⌉
١	١,٠٢٠٠٠٠٠	٠,٩٨٠٣٩٢	١;٠٠٠٠٠٠٠	٠,٩٨٠٣٩٢	١,٠٢٠٠٠٠٠
٢	١,٠٤٠٤٠٠	٠,٩٦١١٦٩	٢,٠٢٠٠٠٠	١,٩٤١٥٦١	٠,٥١٥٠٥٠
٣	١,٠٦١٢٠٨	٠,٩٤٢٣٢٢	٣,٠٦٠٤٠٠	٢,٨٨٣٨٨٣	٠,٣٤٦٧٥٥
٤	١,٠٨٢٤٣٢	٠,٩٢٣٨٤٥	٤,١٢١٦٠٨	٣,٨٠٧٧٢٩	٠,٢٦٢٦٢٤
٥	١,١٠٤٠٨١	٠,٩٠٥٧٣١	٥,٢٠٤٠٤٠	٤,٧١٣٤٦٠	٠,٢١٢١٥٨
٦	١,١٢٦١٦٢	٠,٨٨٧٩٧١	٦,٣٠٨١٢١	٥,٦٠١٤٣١	٠,١٧٨٥٢٦
٧	١,١٤٨٦٨٦	٠,٨٧٠٥٦٠	٧,٤٣٤٢٨٣	٦,٤٧١٩٩١	٠,١٥٤٥١٢
٨	١,١٧١٦٥٩	٠,٨٥٣٤٩٠	٨,٥٨٢٩٦٩	٧,٣٢٥٤٨١	٠,١٣٦٥١٠
٩	١,١٩٥٠٩٣	٠,٨٣٦٧٥٥	٩,٧٥٤٦٢٨	٨,١٦٢٢٣٧	٠,١٢٢٥١٥
١٠	١,٢١٨٩٩٤	٠,٨٢٠٣٤٨	١٠,٩٤٩٧٢١	٨,٩٨٢٥٨٥	٠,١١١٣٢٧
١١	١,٢٤٣٣٧٤	٠,٨٠٤٢٦٣	١٢,١٦٨٧١٥	٩,٧٨٦٨٤٨	٠,١٠٢١٧٨
١٢	١,٢٦٨٢٤٢	٠,٧٨٨٤٩٣	١٣,٤١٢٠٩٠	١٠,٥٧٥٣٤١	٠,٠٩٤٥٦٠
١٣	١,٢٩٣٦٠٧	٠,٧٧٣٠٣٣	١٤,٦٨٠٣٣٢	١١,٣٤٨٣٧٤	٠,٠٨٨١١٨
١٤	١,٣١٩٤٧٩	٠,٧٥٧٨٧٥	١٥,٩٧٣٩٣٨	١٢,١٠٦٢٤٩	٠,٠٨٢٦٠٢
١٥	١,٣٤٥٨٦٨	٠,٧٤٣٠١٥	١٧,٢٩٣٤١٧	١٢,٨٤٩٢٦٤	٠,٠٧٧٨٢٥
١٦	١,٣٧٢٧٨٦	٠,٧٢٨٤٤٦	١٨,٦٣٩٢٨٥	١٣,٥٧٧٧٠٩	٠,٠٧٣٦٥٠
١٧	١,٤٠٠٢٤١	٠,٧١٤١٦٣	٢٠,٠١٢٠٧١	١٤,٢٩١٨٧٢	٠,٠٦٩٩٧٠
١٨	١,٤٢٨٢٤٦	٠,٧٠٠١٥٩	٢١,٤١٢٣١٢	١٤,٩٩٢٠٣١	٠,٠٦٦٧٠٢
١٩	١,٤٥٦٨١١	٠,٦٨٦٤٣١	٢٢,٨٤٠٥٥٩	١٥,٦٧٨٤٦٢	٠,٠٦٣٧٨٢
٢٠	١,٤٨٥٩٤٧	٠,٦٧٢٩٧١	٢٤,٢٩٧٣٧٠	١٦,٣٥١٤٣٣	٠,٠٦١١٥٧
٢١	١,٥١٥٦٦٦	٠,٦٥٩٧٧٦	٢٥,٧٨٣٣١٧	١٧,٠١١٢٠٩	٠,٠٥٨٧٨٥
٢٢	١,٥٤٥٩٨٠	٠,٦٤٦٨٣٩	٢٧,٢٩٨٩٨٤	١٧,٦٥٨٠٤٨	٠,٠٥٦٦٣١
٢٣	١,٥٧٦٨٩٩	٠,٦٣٤١٥٦	٢٨,٨٤٤٩٦٣	١٨,٢٩٢٢٠٤	٠,٠٥٤٦٦٨
٢٤	١,٦٠٨٤٣٧	٠,٦٢١٧٢١	٣٠,٤٢١٨٦٢	١٨,٩١٣٩٢٦	٠,٠٥٢٨٧١
٢٥	١,٦٤٠٦٠٦	٠,٦٠٩٥٣١	٣٢,٠٣٠٣٠٠	١٩,٥٢٣٤٥٦	٠,٠٥١٢٢٠

المعدل ٢ ٪

ن	جملة الجنيه $(1+ع)^{ن}$	القيمة الحالية للجنيه $ح^{ن}$	جملة دفعة عادية قدرها جنيه $جـ_{\overline{ن|}}$	القيمة الحالية لدفعة عادية قدرها جنيه $د_{\overline{ن|}}$	القسط السنوى $1/د_{\overline{ن|}}$
٢٦	١,٦٧٣٤١٨	٠,٥٩٧٥٧٩	٣٣,٦٧٠٩٠٦	٢٠,١٢١٠٣٦	٠,٠٤٩٦٩٩
٢٧	١,٧٠٦٨٨٦	٠,٥٨٥٨٦٢	٣٥,٣٤٤٣٢٤	٢٠,٧٠٦٨٩٨	٠,٠٤٨٢٩٣
٢٨	١,٧٤٠٠٢٤	٠,٥٧٤٣٧٥	٣٧,٠٥١٢١٠	٢١,٢٨١٢٧٢	٠,٠٤٦٩٩٠
٢٩	١,٧٧٥٨٤٥	٠,٥٦٣١١٢	٣٨,٧٩٢٢٣٥	٢١,٨٤٤٣٨٥	٠,٠٤٥٧٧٨
٣٠	١,٨١١٣٦٢	٠,٥٥٢٠٧١	٤٠,٥٦٨٠٧٩	٢٢,٣٩٦٤٥٦	٠,٠٤٤٦٥٠
٣١	١,٨٤٧٥٨٩	٠,٥٤١٢٤٦	٤٢,٣٧٩٤٤١	٢٢,٩٣٧٧٠٢	٠,٠٤٣٥٩٦
٣٢	١,٨٨٤٥٤١	٠,٥٣٠٦٣٣	٤٤,٢٢٧٠٣٠	٢٣,٤٦٨٣٣٥	٠,٠٤٢٦١١
٣٣	١,٩٢٢٢٣١	٠,٥٢٠٢٢٩	٤٦,١١١٥٧٠	٢٣,٩٨٨٥٦٤	٠,٠٤١٦٨٧
٣٤	١,٩٦٠٦٧٦	٠,٥١٠٠٢٨	٤٨,٠٣٣٨٠٢	٢٤,٤٩٨٥٩٢	٠,٠٤٠٨١٩
٣٥	١,٩٩٩٨٩٠	٠,٥٠٠٠٢٨	٤٩,٩٩٤٤٧٨	٢٤,٩٩٨٦١٩	٠,٠٤٠٠٠٢
٣٦	٢,٠٣٩٨٨٧	٠,٤٩٠٢٢٣	٥١,٩٩٤٣٦٧	٢٥,٤٨٨٨٤٢	٠,٠٣٩٢٣٣
٣٧	٢,٠٨٠٦٨٥	٠,٤٨٠٦١١	٥٤,٠٣٤٢٥٥	٢٥,٩٦٩٤٥٣	٠,٠٣٨٥٠٧
٣٨	٢,١٢٢٢٩٩	٠,٤٧١١٨٧	٥٦,١١٤٩٤٠	٢٦,٤٤٠٦٤١	٠,٠٣٧٨٢١
٣٩	٢,١٦٤٧٤٥	٠,٤٦١٩٤٨	٥٨,٢٣٧٢٣٨	٢٦,٩٠٢٥٨٩	٠,٠٣٧١٧١
٤٠	٢,٢٠٨٠٤٠	٠,٤٥٢٨٩٠	٦٠,٤٠١٩٨٣	٢٧,٣٥٥٤٧٩	٠,٠٣٦٥٥٦
٤١	٢,٢٥٢٢٠٠	٠,٤٤٤٠١٠	٦٢,٦١٠٠٢٣	٢٧,٧٩٩٤٨٩	٠,٠٣٥٩٧٢
٤٢	٢,٢٩٧٢٤٤	٠,٤٣٥٣٠٤	٦٤,٨٦٢٢٢٣	٢٨,٢٣٤٧٩٤	٠,٠٣٥٤١٧
٤٣	٢,٣٤٣١٨٩	٠,٤٢٦٧٦٩	٦٧,١٥٩٤٦٨	٢٨,٦٦١٥٦٢	٠,٠٣٤٨٩٠
٤٤	٢,٣٩٠٠٥٣	٠,٤١٨٤٠١	٦٩,٥٠٢٦٥٧	٢٩,٠٧٩٩٦٣	٠,٠٣٤٣٨٨
٤٥	٢,٤٣٧٨٥٤	٠,٤١٠١٩٧	٧١,٨٩٢٧١٠	٢٩,٤٩٠١٦٠	٠,٠٣٣٩١٠
٤٦	٢,٤٨٦٦١١	٠,٤٠٢١٥٤	٧٤,٣٣٠٥٦٤	٢٩,٨٩٢٣١٤	٠,٠٣٣٤٥٣
٤٧	٢,٥٣٦٣٤٤	٠,٣٩٤٢٦٨	٧٦,٨١٧١٧٦	٣٠,٢٨٦٥٨٢	٠,٠٣٣٠١٨
٤٨	٢,٥٨٧٠٧٠	٠,٣٨٦٥٣٨	٧٩,٣٥٣٥١٩	٣٠,٦٧٣١٢٠	٠,٠٣٢٦٠٢
٤٩	٢,٦٣٨٨٠٢	٠,٣٧٨٩٥٨	٨١,٩٤٠٥٩٠	٣١,٠٥٢٠٧٨	٠,٠٣٢٢٠٤
٥٠	٢,٦٩١٥٨٨	٠,٣٧١٥٢٨	٨٤,٥٧٩٤٠١	٣١,٤٢٣٦٠٦	٠,٠٣١٨٢٣

المعدل ٣ ٪

ن	جملة الجنيه $(١+ع)^{ن}$	القيمة الحالية للجنيه $ح^{ن}$	جملة دفعة عادية قدرها جنيه $جـ_{\overline{ن|}}$	القيمة الحالية لدفعة عادية قدرها جنيه $د_{\overline{ن|}}$	القسط السنوى $١/د_{\overline{ن|}}$
١	١,٠٣٠٠٠٠	٠,٩٧٠٨٧٤	١,٠٠٠٠٠٠	٠,٩٧٠٨٧٤	١,٠٣٠٠٠٠
٢	١,٠٦٠٩٠٠	٠,٩٤٢٥٩٦	٢,٠٣٠٠٠٠	١,٩١٣٤٧٠	٠,٥٢٢٦١١
٣	١,٠٩٢٧٢٧	٠,٩١٥١٤٢	٣,٠٩٠٩٠٠	٢,٨٢٨٦١١	٠,٣٥٣٥٣٠
٤	١,١٢٥٥٠٩	٠,٨٨٨٤٨٧	٤,١٨٣٦٢٧	٣,٧١٧٠٩٨	٠,٢٦٩٠٢٧
٥	١,١٥٩٢٧٤	٠,٨٦٢٦٠٩	٥,٣٠٩١٣٦	٤,٥٧٩٧٠٧	٠,٢١٨٣٥٥
٦	١,١٩٤٠٥٢	٠,٨٣٧٤٨٤	٦,٤٦٨٤١٠	٥,٤١٧١٩١	٠,١٨٤٥٩٨
٧	١,٢٢٩٨٧٤	٠,٨١٣٠٩٢	٧,٦٦٢٤٦٢	٦,٢٣٠٢٨٣	٠,١٦٠٥٠٦
٨	١,٢٦٦٧٧٠	٠,٧٨٩٤٠٩	٨,٨٩٢٣٣٦	٧,٠١٩٦٩٢	٠,١٤٢٤٥٦
٩	١,٣٠٤٧٧٣	٠,٧٦٦٤١٧	١٠,١٥٩١٠٦	٧,٧٨٦١٠٩	٠,١٢٨٤٣٤
١٠	١,٣٤٣٩١٦	٠,٧٤٤٠٩٤	١١,٤٦٣٨٧٩	٨,٥٣٠٢٠٣	٠,١١٧٢٣١
١١	١,٣٨٤٢٣٤	٠,٧٢٢٤٢١	١٢,٨٠٧٧٩٦	٩,٢٥٢٦٢٤	٠,١٠٨٠٧٧
١٢	١,٤٢٥٧٦١	٠,٧٠١٣٨٠	١٤,١٩٢٠٣٠	٩,٩٥٤٠٠٤	٠,١٠٠٤٦٢
١٣	١,٤٦٨٥٣٤	٠,٦٨٠٩٥١	١٥,٦١٧٧٩٠	١٠,٦٣٤٩٥٥	٠,٠٩٤٠٣٠
١٤	١,٥١٢٥٩٠	٠,٦٦١١١٨	١٧,٠٨٦٣٢٤	١١,٢٩٦٠٧٣	٠,٠٨٨٥٢٦
١٥	١,٥٥٧٩٦٧	٠,٦٤١٨٦٢	١٨,٥٩٨٩١٤	١١,٩٣٧٩٣٥	٠,٠٨٣٧٦٧
١٦	١,٦٠٤٧٠٦	٠,٦٢٣٢١٧	٢٠,١٥٦٨٨١	١٢,٥٦١١٠٢	٠,٠٧٩٦١١
١٧	١,٦٥٢٨٤٨	٠,٦٠٥٠١٦	٢١,٧٦١٥٨٨	١٣,١٦٦١١٨	٠,٠٧٥٩٥٣
١٨	١,٧٠٢٤٣٣	٠,٥٨٧٣٩٥	٢٣,٤١٤٤٣٥	١٣,٧٥٣٥١٣	٠,٠٧٢٧٠٩
١٩	١,٧٥٣٥٠٦	٠,٥٧٠٢٨٦	٢٥,١١٦٨٦٨	١٤,٣٢٣٧٩٩	٠,٠٦٩٨١٤
٢٠	١,٨٠٦١١١	٠,٥٥٣٦٧٦	٢٦,٨٧٠٣٧٤	١٤,٨٧٧٤٧٥	٠,٠٦٧٢١٦
٢١	١,٨٦٠٢٩٥	٠,٥٣٧٥٤٩	٢٨,٦٧٦٤٨٦	١٥,٤١٥٠٢٤	٠,٠٦٤٨٧٢
٢٢	١,٩١٦١٠٣	٠,٥٢١٨٩٣	٣٠,٥٣٦٧٨٠	١٥,٩٣٦٩١٧	٠,٠٦٢٧٤٧
٢٣	١,٩٧٣٥٨٧	٠,٥٠٦٦٩٢	٣٢,٤٥٢٨٨٤	١٦,٤٤٣٦٠٨	٠,٠٦٠٨١٤
٢٤	٢,٠٣٢٧٩٤	٠,٤٩١٩٣٤	٣٤,٤٢٦٤٧٠	١٦,٩٣٥٥٤٢	٠,٠٥٩٠٤٧
٢٥	٢,٠٩٣٧٧٨	٠,٤٧٧٦٠٦	٣٦,٤٥٩٢٦٤	١٧,٤١٣١٤٨	٠,٠٥٧٤٢٨

المعدل ٣ ٪

ن	جملة الجنيه ن (١+ع)	القيمة الحالية للجنيه ن ح	جملة دفعة عادية قدرها جنيه جـ ن	القيمة الحالية لدفعة عادية قدرها جنيه د ن	القسط السنوى ١/د ن
٢٦	٢,١٥٦٥٩١	٠,٤٦٣٦٩٥	٣٨,٥٥٣٠٤٢	١٧,٨٧٦٨٤٢	٠,٠٥٥٩٣٨
٢٧	٢,٢٢١٢٨٩	٠,٤٥٠١٨٩	٤٠,٧٠٩٦٣٤	١٨,٣٢٧٠٣١	٠,٠٥٤٥٦٤
٢٨	٢,٢٨٧٩٢٨	٠,٤٣٧٠٧٧	٤٢,٩٣٠٩٢٣	١٨,٧٦٤١٠٨	٠,٠٥٣٢٩٣
٢٩	٢,٣٥٦٥٦٦	٠,٤٢٤٣٤٦	٤٥,٢١٨٨٥٠	١٩,١٨٨٤٥٥	٠,٠٥٢١١٥
٣٠	٢,٤٢٧٢٦٢	٠,٤١١٩٨٧	٤٧,٥٧٥٤١٦	١٩,٦٠٠٤٤١	٠,٠٥١٠١٩
٣١	٢,٥٠٠٠٨٠	٠,٣٩٩٩٨٧	٥٠,٠٠٢٦٧٨	٢٠,٠٠٠٤٢٨	٠,٠٤٩٩٩٩
٣٢	٢,٥٧٥٠٨٣	٠,٣٨٨٣٣٧	٥٢,٥٠٢٧٥٩	٢٠,٣٨٨٧٦٦	٠,٠٤٩٠٤٧
٣٣	٢,٦٥٢٣٣٥	٠,٣٧٧٠٢٦	٥٥,٠٧٧٨٤١	٢٠,٧٦٥٧٩٢	٠,٠٤٨١٥٦
٣٤	٢,٧٣١٩٠٥	٠,٣٦٦٠٤٥	٥٧,٧٣٠١٧٧	٢١,١٣١٨٣٧	٠,٠٤٧٣٢٢
٣٥	٢,٨١٣٨٦٢	٠,٣٥٥٣٨٣	٦٠,٤٦٢٠٨٢	٢١,٤٨٧٢٢٠	٠,٠٤٦٥٣٩
٣٦	٢,٨٩٨٢٧٨	٠,٣٤٥٠٣٢	٦٣,٢٧٥٩٤٤	٢١,٨٣٢٢٥٢	٠,٠٤٥٨٠٤
٣٧	٢,٩٨٥٢٢٧	٠,٣٣٤٩٨٣	٦٦,١٧٤٢٢٣	٢٢,١٦٧٢٣٥	٠,٠٤٥١١٢
٣٨	٣,٠٧٤٧٨٣	٠,٣٢٥٢٢٦	٦٩,١٥٩٤٤٩	٢٢,٤٩٢٤٦٢	٠,٠٤٤٤٥٩
٣٩	٣,١٦٧٠٢٧	٠,٣١٥٧٥٤	٧٢,٢٣٤٢٢٣	٢٢,٨٠٨٢١٥	٠,٠٤٣٨٤٤
٤٠	٣,٢٦٢٠٣٨	٠,٣٠٦٥٥٧	٧٥,٤٠١٢٦٠	٢٣,١١٤٧٧٢	٠,٠٤٣٢٦٢
٤١	٣,٣٥٩٨٩٩	٠,٢٩٧٦٢٨	٧٨,٦٦٣٢٩٨	٢٣.٤١٢٤٠٠	٠,٠٤٢٧١٢
٤٢	٣,٤٦٠٦٩٦	٠,٢٨٨٩٥٩	٨٢,٠٢٣١٩٦	٢٣,٧٠١٣٥٩	٠,٠٤٢١٩٢
٤٣	٣,٥٦٤٥١٧	٠,٢٨٠٥٤٣	٨٥,٤٨٣٨٩٢	٢٣,٩٨١٩٠٢	٠,٠٤١٦٩٨
٤٤	٣,٦٧١٤٥٢	٠,٢٧٢٣٧٢	٨٩,٠٤٨٤٠٩	٢٤,٢٥٤٢٧٤	٠,٠٤١٢٣٠
٤٥	٣,٧٨١٥٩٦	٠,٢٦٤٤٣٩	٩٢,٧١٩٨٦١	٢٤,٥١٨٧١٣	٠,٠٤٠٧٨٥
٤٦	٣,٨٩٥٠٤٤	٠,٢٥٦٧٣٧	٩٦,٥٠١٤٥٧	٢٤,٧٧٥٤٤٩	٠,٠٤٠٣٦٣
٤٧	[illegible]٠١١٨٩٥	٠,٢٤٩٢٥٩	١٠٠,٣٩٦٥٠	٢٥,٠٢٤٧٠٨	٠,٠٣٩٩٦١
٤٨	٤,١٣٢٢٥٢	٠,٢٤١٩٩٩	١٠٤,٤٠٨٤٠	٢٥,٢٦٦٧٠٧	٠,٠٣٩٥٧٨
٤٩	٤,٢٥٦٢١٩	٠,٢٣٤٩٥٠	١٠٨,٥٤٠٦٥	٢٥,٥٠١٦٥٧	٠,٠٣٩٢١٣
٥٠	٤,٣٨٣٩٠٦	٠,٢٢٨١٠٧	١١٢,٧٩٦٨٧	٢٥,٧٢٩٧٦٤	٠,٠٣٨٨٦٥

المعدل ٤ ٪

ن	جملة الجنيه (١+ع)^ن	القيمة الحالية للجنيه ح^ن	جملة دفعة عادية قدرها جنيه جـ ن⌉	القيمة الحالية لدفعة عادية قدرها جنيه د ن⌉	القسط السنوى ١/د ن⌉
١	١,٠٤٠٠٠٠	٠,٩٦١٥٣٨	١,٠٠٠٠٠٠	٠,٩٦١٥٣٨	١,٠٤٠٠٠٠
٢	١,٠٨١٦٠٠	٠,٩٢٤٥٥٦	٢,٠٤٠٠٠٠	١,٨٨٦٠٩٥	٠,٥٣٠١٩٦
٣	١,١٢٤٨٦٤	٠,٨٨٨٩٩٦	٣,١٢١٦٠٠	٢,٧٧٥٠٩١	٠,٣٦٠٣٤٩
٤	١,١٦٩٨٥٩	٠,٨٥٤٨٠٤	٤,٢٤٦٤٦٤	٣,٦٢٩٨٩٥	٠,٢٧٥٤٩٠
٥	١,٢١٦٦٥٣	٠,٨٢١٩٢٧	٥,٤١٦٣٢٣	٤,٤٥١٨٢٢	٠,٢٢٤٦٢٧
٦	١,٢٦٥٣١٩	٠,٧٩٠٣١٥	٦,٦٣٢٩٧٥	٥,٢٤٢١٣٧	٠,١٩٠٧٦٢
٧	١,٣١٥٩٣٢	٠,٧٥٩٩١٨	٧,٨٩٨٢٩٤	٦,٠٠٢٠٥٥	٠,١٦٦٦١٠
٨	١,٣٦٨٥٦٩	٠,٧٣٠٦٩٠	٩,٢١٤٢٢٦	٦,٧٣٢٧٤٥	٠,١٤٨٥٢٨
٩	١,٤٢٣٣١٢	٠,٧٠٢٥٨٧	١٠,٥٨٢٧٩٥	٧,٤٣٥٣٣٢	٠,١٣٤٤٩٣
١٠	١,٤٨٠٢٤٤	٠,٦٧٥٥٦٤	١٢,٠٠٦١٠٧	٨,١١٠٨٩٦	٠,١٢٣٢٩١
١١	١,٥٣٩٤٥٤	٠,٦٤٩٥٨١	١٣,٤٨٦٣٥١	٨,٧٦٠٤٧٧	٠,١١٤١٤٩
١٢	١,٦٠١٠٣٢	٠,٦٢٤٥٩٧	١٥,٠٢٥٨٠٥	٩,٣٨٥٠٧٤	٠,١٠٦٥٥٢
١٣	١,٦٦٥٠٧٤	٠.٦٠٠٥٧٤	١٦,٦٢٦٨٣٨	٩,٩٨٥٦٤٨	٠,١٠٠١٤٤
١٤	١,٧٣١٦٧٦	٠,٥٧٧٤٧٥	١٨,٢٩١٩١١	١٠,٥٦٣١٢٣	٠,٠٩٤٦٦٩
١٥	١,٨٠٠٩٤٤	٠,٥٥٥٢٦٥	٢٠,٠٢٣٥٨٨	١١,١١٨٣٨٧	٠,٠٨٩٩٤١
١٦	١,٨٧٢٩٨١	٠,٥٣٣٩٠٨	٢١,٨٢٤٥٣١	١١,٦٥٢٢٩٦	٠,٠٨٥٨٢٠
١٧	١,٩٤٧٩٠٠	٠,٥١٣٣٧٣	٢٣,٦٩٧٥١٢	١٢,١٦٥٦٦٩	٠,٠٨٢١٩٩
١٨	٢,٠٢٥٨١٧	٠,٤٩٣٦٢٨	٢٥,٦٤٥٤١٣	١٢,٦٥٩٢٩٧	٠,٠٧٨٩٩٣
١٩	٢,١٠٦٨٤٩	٠,٤٧٤٦٤٢	٢٧,٦٧١٢٢٩	١٣,١٣٣٩٣٩	٠,٠٧٦١٣٩
٢٠	٢,١٩١١٢٣	٠,٤٥٦٣٨٧	٢٩,٧٧٨٠٧٩	١٣,٥٩٠٣٢٦	٠,٠٧٣٥٨٢
٢١	٢,٢٧٨٧٦٨	٠,٤٣٨٨٣٤	٣١,٩٦٩٢٠٢	١٤,٠٢٩١٦٠	٠,٠٧١٢٨٠
٢٢	٢,٣٦٩٩١٩	٠,٤٢١٩٥٥	٣٤,٢٤٧٩٧٠	١٤,٤٥١١١٥	٠,٠٦٩١٩٩
٢٣	٢,٤٦٤٧١٦	٠,٤٠٥٧٢٦	٣٦,٦١٧٨٨٩	١٤,٨٥٦٨٤٢	٠,٠٦٧٣٠٩
٢٤	٢,٥٦٣٣٠٤	٠,٣٩٠١٢١	٣٩,٠٨٢٦٠٤	١٥,٢٤٦٩٦٣	٠,٠٦٥٥٨٧
٢٥	٢,٦٦٥٨٣٦	٠,٣٧٥١١٧	٤١,٦٤٥٩٠٨	١٥,٦٢٢٠٨٠	٠,٠٦٤٠١٢

المعدل ٤ ٪

ن	جملة الجنيه $(١+ع)^{ن}$	القيمة الحالية للجنيه $ح^{ن}$	جملة دفعة عادية قدرها جنيه جـ ن	القيمة الحالية لدفعة عادية قدرها جنيه د ن	القسط السنوى ١/د ن
٢٦	٢,٧٧٢٤٧٠	٠,٣٦٠٦٨٩	٤٤,٣١١٧٤٥	١٥,٩٨٢٧٦٩	٠,٠٦٢٥٦٧
٢٧	٢,٨٨٣٣٦٩	٠,٣٤٦٨١٧	٤٧,٠٨٤٢١٤	١٦,٣٢٩٥٨٦	٠,٠٦١٢٣٩
٢٨	٢,٩٩٨٧٠٣	٠,٣٣٣٤٧٧	٤٩,٩٦٧٥٨٣	١٦,٦٦٣٠٦٣	٠,٠٦٠٠١٣
٢٩	٣,١١٨٦٥١	٠,٣٢٠٦٥١	٥٢,٩٦٦٢٨٦	١٦,٩٨٣٧١٥	٠,٠٥٨٨٨٠
٣٠	٣,٢٤٣٣٩٨	٠,٣٠٨٣١٩	٥٦,٠٨٤٩٣٨	١٧,٢٩٢٠٣٣	٠,٠٥٧٨٣٠
٣١	٣,٣٧٣١٣٣	٠,٢٩٦٤٦٠	٥٩,٣٢٨٣٣٥	١٧,٥٨٨٤٩٤	٠,٠٥٦٨٥٥
٣٢	٣,٥٠٨٠٥٩	٠,٢٨٥٠٥٨	٦٢,٧٠١٤٦٩	١٧,٨٧٣٥٥١	٠,٠٥٥٩٤٩
٣٣	٣,٦٤٨٣٨١	٠,٢٧٤٠٩٤	٦٦,٢٠٩٥٢٧	١٨,١٤٧٦٤٦	٠,٠٥٥١٠٤
٣٤	٣,٧٩٤٣١٦	٠,٢٦٣٥٥٢	٦٩,٨٥٧٩٠٩	١٨,٤١١١٩٨	٠,٠٥٤٣١٥
٣٥	٣,٩٤٦٠٨٩	٠,٢٥٣٤١٥	٧٣,٦٥٢٢٢٥	١٨,٦٦٤٦١٣	٠,٠٥٣٥٧٧
٣٦	٤,١٠٣٩٣٣	٠,٢٤٣٦٦٩	٧٧,٥٩٨٣١٤	١٨,٩٠٨٢٨٢	٠,٠٥٢٨٨٧
٣٧	٤,٢٦٨٠٩٠	٠,٢٣٤٢٩٧	٨١,٧٠٢٢٤٦	١٩,١٤٢٥٧٩	٠,٠٥٢٢٤٠
٣٨	٤,٤٣٨٨١٣	٠,٢٢٥٢٨٥	٨٥,٩٧٠٣٣٦	١٩,٣٦٧٨٦٤	٠,٠٥١٦٣٢
٣٩	٤,٦١٦٣٦٦	٠,٢١٦٦٢١	٩٠,٤٠٩١٥٠	١٩,٥٨٤٤٨٥	٠,٠٥١٠٦١
٤٠	٤,٨٠١٠٢١	٠,٢٠٨٢٨٩	٩٥,٠٢٥٥١٦	١٩,٧٩٢٧٧٤	٠,٠٥٠٥٢٣
٤١	٤,٩٩٣٠٦١	٠,٢٠٠٢٧٨	٩٩,٨٢٦٥٣٦	١٩,٩٩٣٠٥٢	٠,٠٥٠٠١٧
٤٢	٥,١٩٢٧٨٤	٠,١٩٢٥٧٥	١٠٤,٨١٩٦٠	٢٠,١٨٥٦٢٧	٠,٠٤٩٥٤٠
٤٣	٥,٤٠٠٤٩٥	٠,١٨٥١٦٨	١١٠,٠١٢٣٨	٢٠,٣٧٠٧٩٥	٠,٠٤٩٠٩٠
٤٤	٥,٦١٦٥١٥	٠,١٧٨٠٤٦	١١٥,٤١٢٨٨	٢٠,٥٤٨٨٤١	٠,٠٤٨٦٦٥
٤٥	٥,٨٤١١٧٦	٠,١٧١١٩٨	١٢١,٠٢٩٣٩	٢٠,٧٢٠٠٤٠	٠,٠٤٨٢٦٢
٤٦	٦,٠٧٤٨٢٣	٠,١٦٤٦١٤	١٢٦,٨٧٠٥٧	٢٠,٨٨٤٦٥٤	٠,٠٤٧٨٨٢
٤٧	٦,٣١٧٨١٦	٠,١٥٨٢٨٣	١٣٢,٩٤٥٣٩	٢١,٠٤٢٩٣٦	٠,٠٤٧٥٢٢
٤٨	٦,٥٧٠٥٢٨	٠,١٥٢١٩٥	١٣٩,٢٦٣٢١	٢١,١٩٥١٣١	٠,٠٤٧١٨١
٤٩	٦,٨٣٣٣٤٩	٠,١٤٦٣٤١	١٤٥,٨٣٣٧٣	٢١,٣٤١٤٧٢	٠,٠٤٦٨٥٧
٥٠	٧,١٠٦٦٨٣	٠,١٤٠٧١٣	١٥٢,٦٦٧٠٨	٢١,٤٨٢١٨٥	٠,٠٤٦٥٥٠

المعدل ٥ ٪

ن	جملة الجنيه $(١+ع)^{ن}$	القيمة الحالية للجنيه $ح^{ن}$	جملة دفعة عادية قدرها جنيه ج ن⌉	القيمة الحالية لدفعة عادية قدرها جنيه د ن⌉	القسط السنوى ١/د ن⌉
١	١,٠٥٠٠٠٠	٠,٩٥٢٣٨١	١,٠٠٠٠٠٠	٠,٩٥٢٣٨١	١,٠٥٠٠٠٠
٢	١,١٠٢٥٠٠	٠,٩٠٧٠٢٩	٢,٠٥٠٠٠٠	١,٨٥٩٤١٠	٠,٥٣٧٨٠٥
٣	١,١٥٧٦٢٥	٠,٨٦٣٨٣٨	٣,١٥٢٥٠٠	٢,٧٢٣٢٤٨	٠,٣٦٧٢٠٩
٤	١,٢١٥٥٠٦	٠,٨٢٢٧٠٢	٤,٣١٠١٢٥	٣,٥٤٥٩٥١	٠,٢٨٢٠١٢
٥	١,٢٧٦٢٨٢	٠,٧٨٣٥٢٦	٥,٥٢٥٦٣١	٤,٣٢٩٤٧٧	٠,٢٣٠٩٧٥
٦	١,٣٤٠٠٩٦	٠,٧٤٦٢١٥	٦,٨٠١٩١٣	٥,٠٧٥٦٩٢	٠,١٩٧٠١٧
٧	١,٤٠٧١٠٠	٠,٧١٠٦٨١	٨,١٤٢٠٠٨	٥,٧٨٦٣٧٣	٠,١٧٢٨٢٠
٨	١,٤٧٧٤٥٥	٠,٦٧٦٨٣٩	٩,٥٤٩١٠٩	٦,٤٦٣٢١٣	٠,١٥٤٧٢٢
٩	١,٥٥١٣٢٨	٠,٦٤٤٦٠٩	١١,٠٢٦٥٦٤	٧,١٠٧٨٢٢	٠,١٤٠٦٩٠
١٠	١,٦٢٨٨٩٥	٠,٦١٣٩١٣	١٢,٥٧٧٨٩٣	٧,٧٢١٧٣٥	٠,١٢٩٥٠٥
١١	١,٧١٠٣٣٩	٠,٥٨٤٦٧٩	١٤,٢٠٦٧٨٧	٨,٣٠٦٤١٤	٠,١٢٠٣٨٩
١٢	١,٧٩٥٨٥٦	٠,٥٥٦٨٣٧	١٥,٩١٧١٢٧	٨,٨٦٣٢٥٢	٠,١١٢٨٢٥
١٣	١,٨٨٥٦٤٩	٠,٥٣٠٣٢١	١٧,٧١٢٩٨٣	٩,٣٩٣٥٧٣	٠,١٠٦٤٥٦
١٤	١,٩٧٩٩٣٢	٠,٥٠٥٠٦٨	١٩,٥٩٨٦٣٢	٩,٨٩٨٦٤١	٠,١٠١٠٢٤
١٥	٢,٠٧٨٩٢٨	٠,٤٨١٠١٧	٢١,٥٧٨٥٦٤	١٠,٣٧٩٦٥٨	٠,٠٩٦٣٤٢
١٦	٢,١٨٢٨٧٥	٠,٤٥٨١١٢	٢٣,٦٥٧٤٩٢	١٠,٨٣٧٧٧٠	٠,٠٩٢٢٧٠
١٧	٢,٢٩٢٠١٨	٠,٤٣٦٢٩٧	٢٥,٨٤٠٣٦٦	١١,٢٧٤٠٦٦	٠,٠٨٨٦٩٩
١٨	٢,٤٠٦٦١٩	٠,٤١٥٥٢١	٢٨,١٣٢٣٨٥	١١,٦٨٩٥٨٧	٠,٠٨٥٥٤٦
١٩	٢,٥٢٦٩٥٠	٠,٣٩٥٧٣٤	٣٠,٥٣٩٠٠٤	١٢,٠٨٥٣٢١	٠,٠٨٢٧٤٥
٢٠	٢,٦٥٣٢٩٨	٠,٣٧٦٨٨٩	٣٣,٠٦٥٩٥٤	١٢,٤٦٢٢١٠	٠,٠٨٠٢٤٣
٢١	٢,٧٨٥٩٦٣	٠,٣٥٨٩٤٢	٣٥,٧١٩٢٥٢	١٢,٨٢١١٥٣	٠,٠٧٧٩٩٦
٢٢	٢,٩٢٥٢٦١	٠,٣٤١٨٥٠	٣٨,٥٠٥٢١٤	١٣,١٦٣٠٠٣	٠,٠٧٥٩٧١
٢٣	٣,٠٧١٥٢٤	٠,٣٢٥٥٧١	٤١,٤٣٠٤٧٥	١٣,٤٨٨٥٧٤	٠,٠٧٤١٣٧
٢٤	٣,٢٢٥١٠٠	٠,٣١٠٠٦٨	٤٤,٥٠١٩٩٩	١٣,٧٩٨٦٤٢	٠,٠٧٢٤٧١
٢٥	٣,٣٨٦٣٥٥	٠,٢٩٥٣٠٣	٤٧,٧٢٧٠٩٩	١٤,٠٩٣٩٤٥	٠,٠٧٠٩٥٢

المعدل ٥ ٪

ن	جملة الجنيه $(١+ع)^{ن}$	القيمة الحالية للجنيه $ح^{ن}$	جملة دفعة عادية قدرها جنيه $جـ_{\overline{ن\rceil}}$	القيمة الحالية لدفعة عادية قدرها جنيه $د_{\overline{ن\rceil}}$	القسط السنوى $١/د_{\overline{ن\rceil}}$
٢٦	٣,٥٥٥٦٧٣	٠,٢٨١٢٤١	٥١,١١٣٤٥٤	١٤,٣٧٥١٨٥	٠,٠٦٩٥٦٤
٢٧	٣,٧٣٣٤٥٦	٠,٢٦٧٨٤٨	٥٤,٦٦٩١٢٦	١٤,٦٤٣٠٣٤	٠,٠٦٨٢٩٢
٢٨	٣,٩٢٠١٢٩	٠,٢٥٥٠٩٤	٥٨,٤٠٢٥٨٣	١٤,٨٩٨١٢٧	٠,٠٦٧١٢٣
٢٩	٤,١١٦١٣٦	٠,٢٤٢٩٤٦	٦٢,٣٢٢٧١٢	١٥,١٤١٠٧٤	٠,٠٦٦٠٤٦
٣٠	٤,٣٢١٩٤٢	٠,٢٣١٣٧٧	٦٦,٤٣٨٨٤٨	١٥,٣٧٢٤٥١	٠,٠٦٥٠٥١
٣١	٤,٥٣٨٠٣٩	٠,٢٢٠٣٥٩	٧٠,٧٦٠٧٩٠	١٥,٥٩٢٨١١	٠,٠٦٤١٣٢
٣٢	٤,٧٦٤٩٤١	٠,٢٠٩٨٦٦	٧٥,٢٩٨٨٢٩	١٥,٨٠٢٦٧٧	٠,٠٦٣٢٨٠
٣٣	٥,٠٠٣١٨٩	٠,١٩٩٨٧٣	٨٠,٠٦٣٧٧١	١٦,٠٠٢٥٤٩	٠٩٠٦٢٤٩٠
٣٤	٥,٢٥٣٣٤٨	٠,١٩٠٣٥٥	٨٥,٠٦٦٩٥٩	١٦,١٩٢٩٠٤	٠,٠٦١٧٥٥
٣٥	٥,٥١٦٠١٥	٠,١٨١٢٩٠	٩٠,٣٢٠٣٠٧	١٦,٣٧٤١٩٤	٠,٠٦١٠٧٢
٣٦	٥,٧٩١٨١٦	٠,١٧٢٦٥٧	٩٥,٨٣٦٣٢٣	١٦,٥٤٦٨٥٢	٠,٠٦٠٤٣٤
٣٧	٦,٠٨١٤٠٧	٠,١٦٤٤٣٦	١٠١,٦٢٨١٤	١٦,٧١١٢٨٧	٠,٠٥٩٨٤٠
٣٨	٦,٣٨٥٤٧٧	٠,١٥٦٦٠٥	١٠٧,٧٠٩٥٥	١٦,٨٦٧٨٩٣	٠,٠٥٩٢٨٤
٣٩	٦,٧٠٤٧٥١	٠,١٤٩١٤٨	١١٤,٠٩٥٠٢	١٧,٠١٧٠٤١	٠,٠٥٨٧٦٥
٤٠	٧,٠٣٩٩٨٩	٠,١٤٢٠٤٦	١٢٠,٧٩٩٧٧	١٧,١٥٩٠٨٦	٠,٠٥٨٢٧٨
٤١	٧,٣٩١٩٨٨	٠,١٣٥٢٨٢	١٢٧,٨٣٩٧٦	١٧,٢٩٤٣٦٨	٠,٠٥٧٨٢٢
٤٢	٧,٧٦١٥٨٨	٠,١٢٨٨٤٠	١٣٥,٢٣١٧٥	١٧,٤٢٣٢٠٨	٠,٠٥٧٣٩٥
٤٣	٨,١٤٩٦٦٧	٠,١٢٢٧٠٤	١٤٢,٩٩٣٣٤	١٧,٥٤٥٩١٢	٠,٠٥٦٩٩٣
٤٤	٨,٥٥٧١٥٠	٠,١١٦٨٦١	١٥١,١٤٣٠١	١٧,٦٦٢٧٧٣	٠,٠٥٦٦١٦
٤٥	٨,٩٨٥٠٠٨	٠,١١١٢٩٧	١٥٩,٧٠٠١٦	١٧,٧٧٤٠٧٠	٠,٠٥٦٢٦٢
٤٦	٩,٤٣٤٢٥٨	٠,١٠٥٩٩٧	١٦٨,٦٨٥١٦	١٧,٨٨٠٠٦٦	٠,٠٥٥٩٢٨
٤٧	٩,٩٠٥٩٧١	٠,١٠٠٩٤٩	١٧٨,١١٩٤٢	١٧,٩٨١٠١٦	٠,٠٥٥٦١٤
٤٨	١٠,٤٠١٢٧	٠,٠٩٦١٤٢	١٨٨,٠٢٥٣٩	١٨,٠٧٧١٥٨	٠,٠٥٥٣١٨
٤٩	١٠,٩٢١٣٣	٠,٠٩١٥٦٤	١٩٨,٤٢٦٦٦	١٨,١٦٨٧٢٢	٠,٠٥٥٠٤٠
٥٠	١١,٤٦٧٤٠	٠,٠٨٧٢٠٤	٢٠٩,٣٤٨٠٠	١٨,٢٥٥٩٢٥	٠,٠٥٤٧٧٧

المعدل ٦ ٪

ن	جملة الجنيه $(١+ع)^{ن}$	القيمة الحالية للجنيه $ح^{ن}$	جملة دفعة عادية قدرها جنيه جـ ن⌉	القيمة الحالية لدفعة عادية قدرها جنيه د ن⌉	القسط السنوى ١/د ن⌉
١	١,٠٦٠٠٠٠	٠,٩٤٣٣٩٦	١,٠٠٠٠٠٠	٠,٩٤٣٣٩٦	١,٠٦٠٠٠٠
٢	١,١٢٣٦٠٠	٠,٨٨٩٩٩٦	٢,٠٦٠٠٠٠	١,٨٣٣٣٩٣	٠,٥٤٥٤٣٧
٣	١,١٩١٠١٦	٠,٨٣٩٦١٩	٣,١٨٣٦٠٠	٢,٦٧٣٠١٢	٠,٣٧٤١١٠
٤	١,٢٦٢٤٧٧	٠,٧٩٢٠٩٤	٤,٣٧٤٦١٦	٣,٤٦٥١٠٦	٠,٢٨٨٥٩١
٥	١,٣٣٨٢٢٦	٠,٧٤٧٢٥٨	٥,٦٣٧٠٩٣	٤,٢١٢٣٦٤	٠,٢٣٧٣٩٦
٦	١,٤١٨٥١٩	٠,٧٠٤٩٦١	٦,٩٧٥٣١٩	٤,٩١٧٣٢٤	٠,٢٠٣٣٦٣
٧	١,٥٠٣٦٣٠	٠,٦٦٥٠٥٧	٨,٣٩٣٨٣٨	٥,٥٨٢٣٨١	٠,١٧٩١٣٥
٨	١,٥٩٣٨٤٨	٠,٦٢٧٤١٢	٩,٨٩٧٤٦٨	٦,٢٠٩٧٩٤	٠,١٦١٠٣٦
٩	١,٦٨٩٤٧٩	٠,٥٩١٨٩٨	١١,٤٩١٣١٦	٦,٨٠١٦٩٢	٠,١٤٧٠٢٢
١٠	١,٧٩٠٨٤٨	٠,٥٥٨٣٩٥	١٣,١٨٠٧٩٥	٧,٣٦٠٠٨٧	٠,١٣٥٨٦٨
١١	١,٨٩٨٢٩٩	٠,٥٢٦٧٨٨	١٤,٩٧١٦٤٣	٧,٨٨٦٨٧٥	٠,١٢٦٧٩٣
١٢	٢,٠١٢١٩٦	٠,٤٩٦٩٦٩	١٦,٨٦٩٩٤١	٨,٣٨٣٨٤٤	٠,١١٩٢٧٧
١٣	٢,١٣٢٩٢٨	٠,٤٦٨٨٣٩	١٨,٨٨٢١٣٨	٨,٨٥٢٦٨٣	٠,١١٢٩٦٠
١٤	٢,٢٦٠٩٠٤	٠,٤٤٢٣٠١	٢١,٠١٥٠٦٦	٩,٢٩٤٩٨٤	٠,١٠٧٥٨٥
١٥	٢,٣٩٦٥٥٨	٠,٤١٧٢٦٥	٢٣,٢٧٥٩٧٠	٩,٧١٢٢٤٩	٠,١٠٢٩٦٣
١٦	٢,٥٤٠٣٥٢	٠,٣٩٣٦٤٦	٢٥,٦٧٢٥٢٨	١٠,١٠٥٨٩٥	٠,٠٩٨٩٥٢
١٧	٢,٦٩٢٧٧٣	٠,٣٧١٣٦٤	٢٨,٢١٢٨٨٠	١٠,٤٧٧٢٦٠	٠,٠٩٥٤٤٥
١٨	٢,٨٥٤٣٣٩	٠,٣٥٠٣٤٤	٣٠,٩٠٥٦٥٣	١٠,٨٢٧٦٠٣	٠,٠٩٢٣٥٧
١٩	٣,٠٢٥٦٠٠	٠,٣٣٠٥١٣	٣٣,٧٥٩٩٩٢	١١,١٥٨١١٦	٠,٠٨٩٦٢١
٢٠	٣,٢٠٧١٣٥	٠,٣١١٨٠٥	٣٦,٧٨٥٥٩١	١١,٤٦٩٩٢١	٠,٠٨٧١٨٥
٢١	٣,٣٩٩٥٦٤	٠,٢٩٤١٥٥	٣٩,٩٩٢٧٢٧	١١,٧٦٤٠٧٧	٠,٠٨٥٠٠٥
٢٢	٣,٦٠٣٥٣٧	٠,٢٧٧٥٠٥	٤٣,٣٩٢٢٩٠	١٢,٠٤١٥٨٢	٠,٠٨٣٠٤٦
٢٣	٣,٨١٩٧٥٠	٠,٢٦١٧٩٧	٤٦,٩٩٥٨٢٨	١٢,٣٠٣٣٧٩	٠,٠٨١٢٧٨
٢٤	٤,٠٤٨٩٣٥	٠,٢٤٦٩٧٩	٥٠,٨١٥٥٧٧	١٢,٥٥٠٣٥٨	٠,٠٧٩٦٧٩
٢٥	٤,٢٩١٨٧١	٠,٢٣٢٩٩٩	٥٤,٨٦٤٥١٢	١٢,٧٨٣٣٥٦	٠,٠٧٨٢٢٧

المعدل ٦ ٪

ن	جملة الجنيه $(١+ع)^{ن}$	القيمة الحالية للجنيه $ح^{ن}$	جملة دفعة عادية قدرها جنيه جـ ن⌉	القيمة الحالية لدفعة عادية قدرها جنيه د ن⌉	القسط السنوى ١/د ن⌉
٢٦	٤,٥٤٩٣٨٣	٠,٢١٩٨١٠	٥٩,١٥٦٣٨٣	١٣,٠٠٣١٦٦	٠,٠٧٦٩٠٤
٢٧	٤,٨٢٢٣٤٦	٠,٢٠٧٣٦٨	٦٣,٧٠٥٧٦٦	١٣,٢١٠٥٣٤	٠,٠٧٥٦٩٧
٢٨	٥,١١١٦٨٧	٠,١٩٥٦٣٠	٦٨,٥٢٨١١٢	١٣,٤٠٦١٦٤	٠,٠٧٤٥٩٣
٢٩	٥,٤١٨٣٨٨	٠,١٨٤٥٥٧	٧٣,٦٣٩٧٩٨	١٣,٥٩٠٧٢١	٠,٠٧٣٥٨٠
٣٠	٥,٧٤٣٤٩١	٠,١٧٤١١٠	٧٩,٠٥٨١٨٦	١٣,٧٦٤٨٣١	٠,٠٧٢٦٤٩
٣١	٦,٠٨٨١٠١	٠,١٦٤٢٥٥	٨٤,٨٠١٦٧٧	١٣,٩٢٩٠٨٦	٠,٠٧١٧٩٢
٣٢	٦,٤٥٣٣٨٧	٠,١٥٤٩٥٧	٩٠,٨٨٩٧٧٨	١٤,٠٨٤٠٤٣	٠,٠٧١٠٠٢
٣٣	٦,٨٤٠٥٩٠	٠,١٤٦١٨٦	٩٧,٣٤٣١٦٥	١٤,٢٣٠٢٣٠	٠,٠٧٠٢٧٣
٣٤	٧,٢٥١٠٢٥	٠,١٣٧٩١٢	١٠٤,١٨٣٧٥	١٤,٣٦٨١٤١	٠,٠٦٩٥٩٨
٣٥	٧,٦٨٦٠٨٧	٠,١٣٠١٠٥	١١١,٤٣٤٧٨	١٤,٤٩٨٢٤٦	٠,٠٦٨٩٧٤
٣٦	٨,١٤٧٢٥٢	٠,١٢٢٧٤١	١١٩,١٢٠٨٧	١٤,٦٢٠٩٨٧	٠,٠٦٨٣٩٥
٣٧	٨,٦٣٦٠٨٧	٠,١١٥٧٩٣	١٢٧,٢٦٨١٢	١٤,٧٣٦٧٨٠	٠,٠٦٧٨٥٧
٣٨	٩,١٥٤٢٥٢	٠,١٠٩٢٣٩	١٣٥,٩٠٤٢١	١٤,٨٤٦٠١٩	٠,٠٦٧٣٥٨
٣٩	٩,٧٠٣٥٠٧	٠,١٠٣٠٥٦	١٤٥,٠٥٨٤٦	١٤,٩٤٩٠٧٥	٠,٠٦٦٨٩٤
٤٠	١٠,٢٨٥٧٢	٠,٠٩٧٢٢٢	١٥٤,٧٦١٩٧	١٥,٠٤٦٢٩٧	٠,٠٦٦٤٦٢
٤١	١٠,٩٠٢٨٦	٠,٠٩١٧١٩	١٦٥,٠٤٧٦٨	١٥,١٣٨٠١٦	٠,٠٦٦٠٥٩
٤٢	١١,٥٥٧٠٣	٠,٠٨٦٥٢٧	١٧٥,٩٥٠٥٤	١٥,٢٢٤٥٤٣	٠,٠٦٥٦٨٣
٤٣	١٢,٢٥٠٤٥	٠,٠٨١٦٣٠	١٨٧,٥٠٧٥٨	١٥,٣٠٦١٧٣	٠,٠٦٥٣٣٣
٤٤	١٢,٩٨٥٤٨	٠,٠٧٧٠٠٩	١٩٩,٧٥٨٠٣	١٥,٣٨٣١٨٢	٠,٠٦٥٠٠٦
٤٥	١٣,٧٦٤٦١	٠,٠٧٢٦٥٠	٢١٢,٧٤٣٥١	١٥,٤٥٥٨٣٢	٠,٠٦٤٧٠٠
٤٦	١٤,٥٩٠٤٩	٠,٠٦٨٥٣٨	٢٢٦,٥٠٨١٢	١٥,٥٢٤٣٧٠	٠,٠٦٤٤١٥
٤٧	١٥,٤٦٥٩٢	٠,٠٦٤٦٥٨	٢٤١,٠٩٨٦١	١٥,٥٨٩٠٢٨	٠,٠٦٤١٤٨
٤٨	١٦,٣٩٣٨٧	٠,٠٦٠٩٩٨	٢٥٦,٥٦٤٥٣	١٥,٦٥٠٠٢٧	٠,٠٦٣٨٩٨
٤٩	١٧,٣٧٧٥٠	٠,٠٥٧٥٤٦	٢٧٢,٩٥٨٤٠	١٥,٧٠٧٥٧٢	٠,٠٦٣٦٦٤
٥٠	١٨,٤٢٠١٥	٠,٠٥٤٢٨٨	٢٩٠,٣٣٥٩٠	١٥,٧٦١٨٦١	٠,٠٦٣٤٤٤

المعدل ٧ ٪

ن	جملة الجنيه $(١+ع)^{ن}$	القيمة الحالية للجنيه $ح^{ن}$	جملة دفعة عادية قدرها جنيه جـ ن⌉	القيمة الحالية لدفعة عادية قدرها جنيه د ن⌉	القسط السنوى ١/د ن⌉
١	١,٠٧٠٠٠٠	٠,٩٣٤٥٧٩	١,٠٠٠٠٠٠	٠,٩٣٤٥٧٩	١,٠٧٠٠٠٠
٢	١,١٤٤٩٠٠	٠,٨٧٣٤٣٩	٢,٠٧٠٠٠٠	١,٨٠٨٠١٨	٠,٥٥٣٠٩٢
٣	١,٢٢٥٠٤٣	٠,٨١٦٢٩٨	٣,٢١٤٩٠٠	٢,٦٢٤٣١٦	٠,٣٨١٠٥٢
٤	١,٣١٠٧٩٦	٠,٧٦٢٨٩٥	٤,٤٣٩٩٤٣	٣,٣٨٧٢١١	٠,٢٩٥٢٢٨
٥	١,٤٠٢٥٥٢	٠,٧١٢٩٨٦	٥,٧٥٠٧٣٩	٤,١٠٠١٩٧	٠,٢٤٣٨٩١
٦	١,٥٠٠٧٣٠	٠,٦٦٦٣٤٢	٧,١٥٣٢٩١	٤,٧٦٦٥٤٠	٠,٢٠٩٧٩٦
٧	١,٦٠٥٧٨١	٠,٦٢٢٧٥٠	٨,٦٥٤٠٢١	٥,٣٨٩٢٨٩	٠,١٨٥٥٥٣
٨	١,٧١٨١٨٦	٠,٥٨٢٠٠٩	١٠,٢٥٩٨٠٣	٥,٩٧١٢٩٩	٠,١٦٧٤٦٨
٩	١,٨٣٨٤٥٩	٠,٥٤٣٩٣٤	١١,٩٧٧٩٨٩	٦,٥١٥٢٣٢	٠,١٥٣٤٨٦
١٠	١,٩٦٧١٥١	٠,٥٠٨٣٤٩	١٣,٨١٦٤٤٨	٧,٠٢٣٥٨٢	٠,١٤٢٣٧٨
١١	٢,١٠٤٨٥٢	٠,٤٧٥٠٩٣	١٥,٧٨٣٥٩٩	٧,٤٩٨٦٧٤	٠,١٣٣٣٥٧
١٢	٢,٢٥٢١٩٢	٠,٤٤٤٠١٢	١٧,٨٨٨٤٥١	٧,٩٤٢٦٨٦	٠,١٢٥٩٠٢
١٣	٢,٤٠٩٨٤٥	٠,٤١٤٩٦٤	٢٠,١٤٠٦٤٣	٨,٣٥٧٦٥١	٠,١١٩٦٥١
١٤	٢,٥٧٨٥٣٤	٠,٣٨٧٨١٧	٢٢,٥٥٠٤٨٨	٨,٧٤٥٤٦٨	٠,١١٤٣٤٥
١٥	٢,٧٥٩٠٣٢	٠,٣٦٢٤٤٦	٢٥,١٢٩٠٢٢	٩,١٠٧٩١٤	٠,١٠٩٧٩٥
١٦	٢,٩٥٢١٦٤	٠,٣٣٨٧٣٥	٢٧,٨٨٨٠٥٤	٩,٤٤٦٦٤٩	٠,١٠٥٨٥٨
١٧	٣,١٥٨٨١٥	٠,٣١٦٥٧٤	٣٠,٨٤٠٢١٧	٩,٧٦٣٢٢٣	٠,١٠٢٤٢٥
١٨	٣,٣٧٩٩٣٢	٠,٢٩٥٨٦٤	٣٣,٩٩٩٠٣٣	١٠,٠٥٩٠٨٧	٠,٠٩٩٤١٣
١٩	٣,٦١٦٥٢٨	٠,٢٧٦٥٠٨	٣٧,٣٧٨٩٦٥	١٠,٣٣٥٥٩٥	٠,٠٩٦٧٥٣
٢٠	٣,٨٦٩٦٨٤	٠,٢٥٨٤١٩	٤٠,٩٩٥٤٩٢	١٠,٥٩٤٠١٤	٠,٠٩٤٣٩٣
٢١	٤,١٤٠٥٦٢	٠,٢٤١٥١٣	٤٤,٨٦٥١٧٧	١٠,٨٣٥٥٢٧	٠,٠٩٢٢٨٩
٢٢	٤,٤٣٠٤٠٢	٠,٢٢٥٧١٣	٤٩,٠٠٥٧٣٩	١١,٠٦١٢٤٠	٠,٠٩٠٤٠٦
٢٣	٤,٧٤٠٥٣٠	٠,٢١٠٩٤٧	٥٣,٤٣٦١٤١	١١,٢٧٢١٨٧	٠,٠٨٨٧١٤
٢٤	٥,٠٧٢٣٦٧	٠,١٩٧١٤٧	٥٨,١٧٦٦٧١	١١,٤٦٩٣٣٤	٠,٠٨٧١٨٩
٢٥	٥,٤٢٧٤٣٣	٠,١٨٤٢٤٩	٦٣,٢٤٩٠٣٨	١١,٦٥٣٥٨٣	٠,٠٨٥٨١١

المعدل ٧ ٪

ن	جملة الجنيه $(١+ع)^ن$	القيمة الحالية للجنيه $ع^ن$	جملة دفعة عادية قدرها جنيه جـ ن┐	القيمة الحالية لدفعة عادية قدرها جنيه د ن┐	القسط السنوى ء ١/د ن┐
٢٦	٥,٨٠٧٣٥٣	٠,١٧٢١٩٥	٦٨,٦٧٦٤٧٠	١١,٨٢٥٧٧٩	٠,٠٨٤٥٦١
٢٧	٦,٢١٣٨٦٨	٠,١٦٠٩٣٠	٧٤,٤٨٣٨٢٣	١١,٩٨٦٧٠٩	٠,٠٨٣٤٢٦
٢٨	٦,٦٤٨٨٣٨	٠,١٥٠٤٠٢	٨٠,٦٩٧٦٩١	١٢,١٣٧١١١	٠,٠٨٢٣٩٢
٢٩	٧,١١٤٢٥٧	٠,١٤٠٥٦٣	٨٧,٣٤٦٥٢٩	١٢,٢٧٧٦٧٤	٠,٠٨١٤٤٩
٣٠	٧,٦١٢٢٥٥	٠,١٣١٣٦٧	٩٤,٤٦٠٧٨٦	١٢,٤٠٩٠٤١	٠,٠٨٠٥٨٦
٣١	٨,١٤٥١١٣	٠,١٢٢٧٧٣	١٠٢,٠٧٣٠٤	١٢,٥٣١٨١٤	٠,٠٧٩٧٩٧
٣٢	٨,٧١٥٢٧١	٠,١١٤٧٤١	١١٠,٢١٨١٥	١٢,٦٤٦٥٥٥	٠,٠٧٩٠٧٣
٣٣	٩,٣٢٥٣٤٠	٠,١٠٧٢٣٥	١١٨,٩٣٣٤٣	١٢,٧٥٣٧٩٠	٠,٠٧٨٤٠٨
٣٤	٩,٩٧٨١١٤	٠,١٠٠٢١٩	١٢٨,٢٥٨٧٦	١٢,٨٥٤٠٠٩	٠,٠٧٧٧٩٧
٣٥	١٠,٦٧٦٥٨	٠,٠٩٣٦٦٣	١٣٨,٢٣٦٨٨	١٢,٩٤٧٦٧٢	٠,٠٧٧٢٣٤
٣٦	١١,٤٢٣٩٤	٠,٠٨٧٥٣٥	١٤٨,٩١٣٤٦	١٣,٠٣٥٢٠٨	٠,٠٧٦٧١٥
٣٧	١٢,٢٢٣٦٢	٠,٠٨١٨٠٩	١٦٠,٣٣٧٤٠	١٣,١١٧٠١٧	٠,٠٧٦٢٣٧
٣٨	١٣,٠٧٩٢٧	٠,٠٧٦٤٥٧	١٧٢,٥٦١٠٢	١٣,١٩٣٤٧٣	٠,٠٧٥٧٩٥
٣٩	١٣,٩٩٤٨٢	٠,٠٧١٤٥٥	١٨٥,٦٤٠٢٩	١٣,٢٦٤٩٢٨	٠,٠٧٥٣٨٧
٤٠	١٤,٩٧٤٤٦	٠,٠٦٦٧٨٠	١٩٩,٦٣٥١١	١٣,٣٣١٧٠٩	٠,٠٧٥٠٠٩
٤١	١٦,٠٢٢٦٧	٠,٠٦٢٤١٢	٢١٤,٦٠٩٥٧	١٣,٣٩٤١٢٠	٠,٠٧٤٦٦٠
٤٢	١٧,١٤٤٢٦	٠,٠٥٨٣٢٩	٢٣٠,٦٣٢٢٤	١٣,٤٥٢٤٤٩	٠,٠٧٤٣٣٦
٤٣	١٨,٣٤٤٣٥	٠,٠٥٤٥١٣	٢٤٧,٧٧٦٥٠	١٣,٥٠٦٩٠٢	٠,٠٧٤٠٣٦
٤٤	١٩,٦٢٨٤٦	٠,٠٥٠٩٤٦	٢٦٦,١٢٠٨٥	١٣,٥٥٧٩٠٨	٠,٠٧٣٧٥٨
٤٥	٢١,٠٠٢٤٥	٠,٠٤٧٦١٣	٢٨٥,٧٤٩٣١	١٣,٦٠٥٥٢٢	٠,٠٧٣٥٠٠
٤٦	٢٢,٤٧٢٦٢	٠,٠٤٤٤٩٩	٣٠٦,٧٥١٧٦	١٣,٦٥٠٠٢٠	٠,٠٧٣٢٦٠
٤٧	٢٤,٠٤٥٧١	٠,٠٤١٥٨٧	٣٢٩,٢٢٤٣٩	١٣,٦٩١٦٠٨	٠,٠٧٣٠٣٧
٤٨	٢٥,٧٢٨٩١	٠,٠٣٨٨٦٧	٣٥٣,٢٧٠٠٩	١٣,٧٣٠٤٧٤	٠,٠٧٢٨٣١
٤٩	٢٧,٥٢٩٩٣	٠,٠٣٦٣٢٤	٣٧٨,٩٩٩٠٠	١٣,٧٦٦٧٩٩	٠,٠٧٢٦٣٩
٥٠	٢٩,٤٥٧٠٣	٠,٠٣٣٩٤٨	٤٠٦,٥٢٨٩٣	١٣,٨٠٠٧٤٦	٠,٠٧٢٤٦٠

المعدل ٨ ٪

ن	جملة الجنيه (١+ع) ن	القيمة الحالية للجنيه ح ن	جملة دفعة عادية قدرها جنيه جـ ن	القيمة الحالية لدفعة عادية قدرها جنيه د ن	القسط السنوى ١/د ن
١	١,٠٨٠٠٠٠	٠,٩٢٥٩٢٦	١,٠٠٠٠٠٠	٠,٩٢٥٩٢٦	١,٠٨٠٠٠٠
٢	١,١٦٦٤٠٠	٠,٨٥٧٣٣٩	٢,٠٨٠٠٠٠	١,٧٨٣٢٦٥	٠,٥٦٠٧٦٩
٣	١,٢٥٩٧١٢	٠,٧٩٣٨٣٢	٣,٢٤٦٤٠٠	٢,٥٧٧٠٩٧	٠,٣٨٨٠٣٤
٤	١,٣٦٠٤٨٩	٠,٧٣٥٠٣٠	٤,٥٠٦١١٢	٣,٣١٢١٢٧	٠,٣٠١٩٢١
٥	١,٤٦٩٣٢٨	٠,٦٨٠٥٨٣	٥,٨٦٦٦٠١	٣,٩٩٢٧١٠	٠,٢٥٠٤٥٦
٦	١,٥٨٦٨٧٤	٠,٦٣٠١٧٠	٧,٣٣٥٩٢٩	٤,٦٢٢٨٨٠	٠,٢١٦٣١٥
٧	١,٧١٣٨٢٤	٠,٥٨٣٤٩٠	٨,٩٢٢٨٠٣	٥,٢٠٦٣٧٠	٠,١٩٢٠٧٢
٨	١,٨٥٠٩٣٠	٠,٥٤٠٢٦٩	١٠,٦٣٦٦٢٨	٥,٧٤٦٦٣٩	٠,١٧٤٠١٥
٩	١,٩٩٩٠٠٥	٠,٥٠٠٢٤٩	١٢,٤٨٧٥٥٨	٦,٢٤٦٨٨٨	٠,١٦٠٠٨٠
١٠	٢,١٥٨٩٢٥	٠,٤٦٣١٩٣	١٤,٤٨٦٥٦٢	٦,٧١٠٠٨١	٠,١٤٩٠٢٩
١١	٢,٣٣١٦٣٩	٠,٤٢٨٨٨٣	١٦,٦٤٥٤٨٧	٧,١٣٨٩٦٤	٠,١٤٠٠٧٦
١٢	٢,٥١٨١٧٠	٠,٣٩٧١١٤	١٨,٩٧٧١٢٦	٧,٥٣٦٠٧٨	٠,١٣٢٦٩٥
١٣	٢,٧١٩٦٢٤	٠,٣٦٧٦٩٨	٢١,٤٩٥٢٩٧	٧,٩٠٣٧٧٦	٠,١٢٦٥٢٢
١٤	٢,٩٣٧١٩٤	٠,٣٤٠٤٦١	٢٤,٢١٤٩٢٠	٨,٢٤٤٢٣٧	٠,١٢١٢٩٧
١٥	٣,١٧٢١٦٩	٠,٣١٥٢٤٢	٢٧,١٥٢١١٤	٨,٥٥٩٤٧٩	٠,١١٦٨٣٠
١٦	٣,٤٢٥٩٤٣	٠,٢٩١٨٩٠	٣٠,٣٢٤٢٨٣	٨,٨٥١٣٦٩	٠,١١٢٩٧٧
١٧	٣,٧٠٠٠١٨	٠,٢٧٠٢٦٩	٣٣,٧٥٠٢٢٦	٩,١٢١٦٣٨	٠,١٠٩٦٢٩
١٨	٣,٩٩٦٠١٩	٠,٢٥٠٢٤٩	٣٧,٤٥٠٢٤٤	٩,٣٧١٨٨٧	٠,١٠٦٧٠٢
١٩	٤,٣١٥٧٠١	٠,٢٣١٧١٢	٤١,٤٤٦٢٦٣	٩,٦٠٣٥٩٩	٠,١٠٤١٢٨
٢٠	٤,٦٦٠٩٥٧	٠,٢١٤٥٤٨	٤٥,٧٦١٩٦٤	٩,٨١٨١٤٧	٠,١٠١٨٥٢
٢١	٥,٠٣٣٨٣٤	٠,١٩٨٦٥٦	٥٠,٤٢٢٩٢١	١٠,٠١٦٨٠٣	٠,٠٩٩٨٣٢
٢٢	٥,٤٣٦٥٤٠	٠,١٨٣٩٤١	٥٥,٤٥٦٧٥٥	١٠,٢٠٠٧٤٤	٠,٠٩٨٠٣٢
٢٣	٥,٨٧١٤٦٤	٠,١٧٠٣١٥	٦٠,٨٩٣٢٩٦	١٠,٣٧١٠٥٩	٠,٠٩٦٤٢٢
٢٤	٦,٣٤١١٨١	٠,١٥٧٦٩٩	٦٦,٧٦٤٧٥٩	١٠,٥٢٨٧٥٨	٠,٠٩٤٩٧٨
٢٥	٦,٨٤٨٤٧٥	٠,١٤٦٠١٨	٧٣,١٠٥٩٤٠	١٠,٦٧٤٧٧٦	٠,٠٩٣٦٧٩

المعدل ٨ ٪

ن	جملة الجنيه $(1+ع)^{ن}$	القيمة الحالية للجنيه $ح^{ن}$	جملة دفعة عادية قدرها جنيه جـ ن	القيمة الحالية لدفعة عادية قدرها جنيه د ن	القسط السنوى ١/د ن
٢٦	٧,٣٩٦٣٥٣	٠,١٣٥٢٠٢	٧٩,٩٥٤٤١٥	١٠,٨٠٩٩٧٨	٠,٠٩٢٥٠٧
٢٧	٧,٩٨٨٠٦١	٠,١٢٥١٨٧	٨٧,٣٥٠٧٦٨	١٠,٩٣٥١٦٥	٠,٠٩١٤٤٨
٢٨	٨,٦٢٧١٠٦	٠,١١٥٩١٤	٩٥,٣٣٨٨٣٠	١١,٠٥١٠٧٨	٠,٠٩٠٤٨٩
٢٩	٩,٣١٧٢٧٥	٠,١٠٧٣٢٨	١٠٣,٩٦٥٩٤	١١,١٥٨٤٠٦	٠,٠٨٩٦١٩
٣٠	١٠,٠٦٢٦٦	٠,٠٩٩٣٧٧	١١٣,٢٨٣٢١	١١,٢٥٧٧٨٣	٠,٠٨٨٨٢٧
٣١	١٠,٨٦٧٦٧	٠,٠٩٢٠١٦	١٢٣,٣٤٥٨٧	١١,٣٤٩٧٩٩	٠,٠٨٨١٠٧
٣٢	١١,٧٣٧٠٨	٠,٠٨٥٢٠٠	١٣٤,٢١٣٥٤	١١,٤٣٤٩٩٩	٠,٠٨٧٤٥١
٣٣	١٢,٦٧٦٠٥	٠,٠٧٨٨٨٩	١٤٥,٩٥٠٦٢	١١,٥١٣٨٨٨	٠,٠٨٦٨٥٢
٣٤	١٣,٦٩٠١٣	٠,٠٧٣٠٤٥	١٥٨,٦٢٦٦٧	١١,٥٨٦٩٣٤	٠,٠٨٦٣٠٤
٣٥	١٤,٧٨٥٣٤	٠,٠٦٧٦٣٥	١٧٢,٣١٦٨٠	١١,٦٥٤٥٦٨	٠,٠٨٥٨٠٣
٣٦	١٥,٩٦٨١٧	٠,٠٦٢٦٢٥	١٨٧,١٠٢١٥	١١,٧١٧١٩٣	٠,٠٨٥٣٤٥
٣٧	١٧,٢٤٥٦٣	٠,٠٥٧٩٨٦	٢٠٣,٠٧٠٣٢	١١,٧٧٥١٧٩	٠,٠٨٤٩٢٤
٣٨	١٨,٦٢٥٢٨	٠,٠٥٣٦٩٠	٢٢٠,٣١٥٩٥	١١,٨٢٨٨٦٩	٠,٠٨٤٥٣٩
٣٩	٢٠,١١٥٣٠	٠,٠٤٩٧١٣	٢٣٨,٩٤١٢٢	١١,٨٧٨٥٨٢	٠,٠٨٤١٨٥
٤٠	٢١,٧٢٤٥٢	٠,٠٤٦٠٣١	٢٥٩,٠٥٦٥٢	١١,٩٢٤٦١٣	٠,٠٨٣٨٦٠
٤١	٢٣,٤٦٢٤٨	٠,٠٤٢٦٢١	٢٨٠,٧٨١٠٤	١١,٩٦٧٢٣٥	٠,٠٨٣٥٦١
٤٢	٢٥,٣٣٩٤٨	٠,٠٣٩٤٦٤	٣٠٤,٢٤٣٥٢	١٢,٠٠٦٦٩٩	٠,٠٨٣٢٨٧
٤٣	٢٧,٣٦٦٦٤	٠,٠٣٦٥٤١	٣٢٩,٥٨٣٠١	١٢,٠٤٣٢٤٠	٠,٠٨٣٠٣٤
٤٤	٢٩,٥٥٥٩٧	٠,٠٣٣٨٣٤	٣٥٦,٩٤٩٦٥	١٢,٠٧٧٠٧٤	٠,٠٨٢٨٠٢
٤٥	٣١,٩٢٠٤٥	٠,٠٣١٣٢٨	٣٨٦,٥٠٥٦٢	١٢,١٠٨٤٠٢	٠,٠٨٢٥٨٧
٤٦	٣٤,٤٧٤٠٩	٠,٠٢٩٠٠٧	٤١٨,٤٢٦٠٧	١٢,١٣٧٤٠٩	٠,٠٨٢٣٩٠
٤٧	٣٧,٢٣٢٠١	٠,٠٢٦٨٥٩	٤٥٢,٩٠٠١٥	١٢,١٦٤٢٦٧	٠,٠٨٢٢٠٨
٤٨	٤٠,٢١٠٥٧	٠,٠٢٤٨٦٩	٤٩٠,١٣٢١٦	١٢,١٨٩١٣٦	٠,٠٨٢٠٤٠
٤٩	٤٣,٤٢٧٤٢	٠,٠٢٣٠٢٧	٥٣٠,٣٤٢٧٤	١٢,٢١٢١٦٣	٠,٠٨١٨٨٦
٥٠	٤٦,٩٠١٦١	٠,٠٢١٣٢١	٥٧٣,٧٧٠١٦	١٢,٢٣٣٤٨٥	٠,٠٨١٧٤٣

المعدل ٩ ٪

ن	جملة الجنيه $(١+ع)^ن$	القيمة الحالية للجنيه $ح^ن$	جملة دفعة عادية قدرها جنيه جـ ن	القيمة الحالية لدفعة عادية قدرها جنيه د ن	القسط السنوى ١/د ن
١	١,٠٩٠٠٠٠	٠,٩١٧٤٣١	١,٠٠٠٠٠٠	٠,٩١٧٤٣١	١,٠٩٠٠٠٠
٢	١,١٨٨١٠٠	٠,٨٤١٦٨٠	٢,٠٩٠٠٠٠	١,٧٥٩١١١	٠,٥٦٨٤٦٩
٣	١,٢٩٥٠٢٩	٠,٧٧٢١٨٣	٣,٢٧٨١٠٠	٢,٥٣١٢٩٥	٠,٣٩٥٠٥٥
٤	١,٤١١٥٨٢	٠,٧٠٨٤٢٥	٤,٥٧٣١٢٩	٣,٢٣٩٧٢٠	٠,٣٠٨٦٦٩
٥	١,٥٣٨٦٢٤	٠,٦٤٩٩٣١	٥,٩٨٤٧١١	٣,٨٨٩٦٥١	٠,٢٥٧٠٩٢
٦	١,٦٧٧١٠٠	٠,٥٩٦٢٦٧	٧,٥٢٣٣٣٥	٤,٤٨٥٩١٩	٠,٢٢٢٩٢٠
٧	١,٨٢٨٠٣٩	٠,٥٤٧٠٣٤	٩,٢٠٠٤٣٥	٥,٠٣٢٩٥٣	٠,١٩٨٦٩١
٨	١,٩٩٢٥٦٣	٠,٥٠١٨٦٦	١١,٠٢٨٤٧٤	٥,٥٣٤٨١٩	٠,١٨٠٦٧٤
٩	٢,١٧١٨٩٣	٠,٤٦٠٤٢٨	١٣,٠٢١٠٣٦	٥,٩٩٥٢٤٧	٠,١٦٦٧٩٩
١٠	٢,٣٦٧٣٦٤	٠,٤٢٢٤١١	١٥,١٩٢٩٣٠	٦,٤١٧٦٥٨	٠,١٥٥٨٢٠
١١	٢,٥٨٠٤٢٦	٠,٣٨٧٥٣٣	١٧,٥٦٠٢٩٣	٦,٨٠٥١٩١	٠,١٤٦٩٤٧
١٢	٢,٨١٢٦٦٥	٠,٣٥٥٥٣٥	٢٠,١٤٠٧٢٠	٧,١٦٠٧٢٥	٠,١٣٩٦٥١
١٣	٣,٠٦٥٨٠٥	٠,٣٢٦١٧٩	٢٢,٩٥٣٣٨٥	٧,٤٨٦٩٠٤	٠,١٣٣٥٦٧
١٤	٣,٣٤١٧٢٧	٠,٢٩٩٢٤٦	٢٦,٠١٩١٨٩	٧,٧٨٦١٥٠	٠,١٢٨٤٣٣
١٥	٣,٦٤٢٤٨٢	٠,٢٧٤٥٣٨	٢٩,٣٦٠٩١٦	٨,٠٦٠٦٨٨	٠,١٢٤٠٥٩
١٦	٣,٩٧٠٣٠٦	٠,٢٥١٨٧٠	٣٣,٠٠٣٣٩٩	٨,٣١٢٥٥٨	٠,١٢٠٣٠٠
١٧	٤,٣٢٧٦٣٣	٠,٢٣١٠٧٣	٣٦,٩٧٣٧٠٥	٨,٥٤٣٦٣١	٠,١١٧٠٤٦
١٨	٤,٧١٧١٢٠	٠,٢١١٩٩٤	٤١,٣٠١٣٣٨	٨,٧٥٥٦٢٥	٠,١١٤٢١٢
١٩	٥,١٤١٦٦١	٠,١٩٤٤٩٠	٤٦,٠١٨٤٥٨	٨,٩٥٠١١٥	٠,١١١٧٣٠
٢٠	٥,٦٠٤٤١١	٠,١٧٨٤٣١	٥١,١٦٠١٢٠	٩,١٢٨٥٤٦	٠,١٠٩٥٤٦
٢١	٦,١٠٨٨٠٨	٠,١٦٣٦٩٨	٥٦,٧٦٤٥٣٠	٩,٢٩٢٢٤٤	٠,١٠٧٦١٧
٢٢	٦,٦٥٨٦٠٠	٠,١٥٠١٨٢	٦٢,٨٧٣٣٣٨	٩,٤٤٢٤٢٥	٠,١٠٥٩٠٥
٢٣	٧,٢٥٧٨٧٤	٠,١٣٧٧٨١	٦٩,٥٣١٩٣٩	٩,٥٨٠٢٠٧	٠,١٠٤٣٨٢
٢٤	٧,٩١١٠٨٣	٠,١٢٦٤٠٥	٧٦,٧٨٩٨١٣	٩,٧٠٦٦١٢	٠,١٠٣٠٢٣
٢٥	٨,٦٢٣٠٨١	٠,١١٥٩٦٨	٨٤,٧٠٠٨٩٦	٩,٨٢٢٥٨٠	٠,١٠١٨٠٦

المعدل ٩ ٪

ن	جملة الجنيه (١+ع)^ن	القيمة الحالية للجنيه ح^ن	جملة دفعة عادية قدرها جنيه جـ ن⌉	القيمة الحالية لدفعة عادية قدرها جنيه د ن⌉	القسط السنوى ١/د ن⌉
٢٦	٩,٣٩٩١٦	٠,١٠٦٣٩	٩٣,٣٢٣٩٨	٩,٩٢٨٩٧	٠,١٠٠٧٢
٢٧	١٠,٢٤٥٠٨	٠,٠٩٧٦١	١٠٢,٧٢٣١٣	١٠,٠٢٦٥٨	٠,٠٩٩٧٣
٢٨	١١,١٦٧١٤	٠,٠٨٩٥٥	١١٢,٩٦٨٢٢	١٠,١١٦١٣	٠,٠٩٨٨٥
٢٩	١٢,١٧٢١٨	٠,٠٨٢١٥	١٢٤,١٣٥٣٦	١٠,١٩٨٢٨	٠,٠٩٨٠٦
٣٠	١٣,٢٦٧٦٨	٠,٠٧٥٣٧	١٣٦,٣٠٧٥٤	١٠,٢٧٣٦٥	٠,٠٩٧٣٤
٣١	١٤,٤٦١٧٧	٠,٠٦٩١٥	١٤٩,٥٧٥٢٢	١٠,٣٤٢٨٠	٠,٠٩٦٦٩
٣٢	١٥,٧٦٣٣٣	٠,٠٦٣٤٤	١٦٤,٠٣٦٩٩	١٠,٤٠٦٢٤	٠,٠٩٦١٠
٣٣	١٧,١٨٢٠٣	٠,٠٥٨٢٠	١٧٩,٨٠٠٣٢	١٠,٤٦٤٤٤	٠,٠٩٥٥٦
٣٤	١٨,٧٢٨٤١	٠,٠٥٣٣٩	١٩٦,٩٨٢٣٤	١٠,٥١٧٨٤	٠,٠٩٥٠٨
٣٥	٢٠,٤١٣٩٧	٠,٠٤٨٩٩	٢١٥,٧١٠٧٥	١٠,٥٦٦٨٢	٠,٠٩٤٦٤
٣٦	٢٢,٢٥١٢٣	٠,٠٤٤٩٤	٢٣٦,١٢٤٧٢	١٠,٦١١٧٦	٠,٠٩٤٢٤
٣٧	٢٤,٢٥٣٨٤	٠,٠٤١٢٣	٢٥٨,٣٧٥٩٥	١٠,٦٥٢٩٩	٠,٠٩٣٨٧
٣٨	٢٦,٤٣٦٦٨	٠,٠٣٧٨٣	٢٨٢,٦٢٩٧٨	١٠,٦٩٠٨٢	٠,٠٩٣٥٤
٣٩	٢٨,٨١٥٩٨	٠,٠٣٤٧٠	٣٠٩,٠٦٦٤٦	١٠,٧٢٥٥٢	٠,٠٩٣٢٤
٤٠	٣١,٤٠٩٤٢	٠,٠٣١٨٤	٣٣٧,٨٨٢٤٥	١٠,٧٥٧٣٦	٠,٠٩٢٩٦
٤١	٣٤,٢٣٦٢٧	٠,٠٢٩٢١	٣٦٩,٢٩١٨٧	١٠,٧٨٦٥٧	٠,٠٩٢٧١
٤٢	٣٧,٣١٧٥٣	٠,٠٢٦٨٠	٤٠٣,٥٢٨١٣	١٠,٨١٣٣٧	٠,٠٩٢٤٨
٤٣	٤٠,٦٧٦١١	٠,٠٢٤٥٨	٤٤٠,٨٤٥٦٦	١٠,٨٣٧٩٥	٠,٠٩٢٢٧
٤٤	٤٤,٣٣٦٩٦	٠,٠٢٢٥٥	٤٨١,٥٢١٧٧	١٠,٨٦٠٥١	٠,٠٩٢٠٨
٤٥	٤٨,٣٢٧٢٩	٠,٠٢٠٦٩	٥٢٥,٨٥٨٧٣	١٠,٨٨١٢٠	٠,٠٩١٩٠
٤٦	٥٢,٦٧٦٧٤	٠,٠١٨٩٨	٥٧٤,١٨٦٠٢	١٠,٩٠٠١٨	٠,٠٩١٧٤
٤٧	٥٧,٤١٧٦٥	٠,٠١٧٤٢	٦٢٦,٨٦٢٧٦	١٠,٩١٧٦٠	٠,٠٩١٦٠
٤٨	٦٢,٥٨٥٢٤	٠,٠١٥٩٨	٦٨٤,٢٨٠٤١	١٠,٩٣٣٥٨	٠,٠٩١٤٦
٤٩	٦٨,٢١٧٩١	٠,٠١٤٦٦	٧٤٦,٨٦٥٦٥	١٠,٩٤٨٢٣	٠,٠٩١٣٤
٥٠	٧٤,٣٥٧٥٢	٠,٠١٣٤٥	٨١٥,٠٨٣٥٦	١٠,٩٦١٦٨	٠,٠٩١٢٣

المعدل ١٠ ٪

ن	جملة الجنيه (١+ع)^{ن}	القيمة الحالية للجنيه ح^{ن}	جملة دفعة عادية قدرها جنيه جـ ن⌉	القيمة الحالية لدفعة عادية قدرها جنيه د ن⌉	القسط السنوى ١/د ن⌉
١	١,١٠٠٠٠٠	٠,٩٠٩٠٩١	١,٠٠٠٠٠٠	٠,٩٠٩٠٩١	١,١٠٠٠٠٠
٢	١,٢١٠٠٠٠	٠,٨٢٦٤٤٦	٢,١٠٠٠٠٠	١,٧٣٥٥٣٧	٠,٥٧٦١٩٠
٣	١,٣٣١٠٠٠	٠,٧٥١٣١٥	٣,٣١٠٠٠٠	٢,٤٨٦٨٥٢	٠,٤٠٢١١٥
٤	١,٤٦٤١٠٠	٠,٦٨٣٠١٣	٤,٦٤١٠٠٠	٣,١٦٩٨٦٥	٠,٣١٥٤٧١
٥	١,٦١٠٥١٠	٠,٦٢٠٩٢١	٦,١٠٥١٠٠	٣,٧٩٠٧٨٧	٠,٢٦٣٧٩٧
٦	١,٧٧١٥٦١	٠,٥٦٤٤٧٤	٧,٧١٥٦١٠	٤,٣٥٥٢٦١	٠,٢٢٩٦٠٧
٧	١,٩٤٨٧١٧	٠,٥١٣١٥٨	٩,٤٨٧١٧١	٤,٨٦٨٤١٩	٠,٢٠٥٤٠٥
٨	٢,١٤٣٥٨٩	٠,٤٦٦٥٠٧	١١,٤٣٥٨٨٨	٥,٣٣٤٩٢٦	٠,١٨٧٤٤٤
٩	٢,٣٥٧٩٤٨	٠,٤٢٤٠٩٨	١٣,٥٧٩٤٧٧	٥,٧٥٩٠٢٤	٠,١٧٣٦٤١
١٠	٢,٥٩٣٧٤٢	٠,٣٨٥٥٤٣	١٥,٩٣٧٤٢٥	٦,١٤٤٥٦٧	٠,١٦٢٧٤٥
١١	٢,٨٥٣١١٧	٠,٣٥٠٤٩٤	١٨,٥٣١١٦٧	٦,٤٩٥٠٦١	٠,١٥٣٩٦٣
١٢	٣,١٣٨٤٢٨	٠,٣١٨٦٣١	٢١,٣٨٤٢٨٤	٦,٨١٣٦٩٢	٠,١٤٦٧٦٣
١٣	٣,٤٥٢٢٧١	٠,٢٨٩٦٦٤	٢٤,٥٢٢٧١٢	٧,١٠٣٣٥٦	٠,١٤٠٧٧٩
١٤	٣,٧٩٧٤٩٨	٠,٢٦٣٣٣١	٢٧,٩٧٤٩٨٣	٧,٣٦٦٦٨٧	٠,١٣٥٧٤٦
١٥	٤,١٧٧٢٤٨	٠,٢٣٩٣٩٢	٣١,٧٧٢٤٨٢	٧,٦٠٦٠٨٠	٠,١٣١٤٧٤
١٦	٤,٥٩٤٩٧٣	٠,٢١٧٦٢٩	٣٥,٩٤٩٧٣٠	٧,٨٢٣٧٠٩	٠,١٢٧٨١٧
١٧	٥,٠٥٤٤٧٠	٠,١٩٧٨٤٥	٤٠,٥٤٤٧٠٣	٨,٠٢١٥٥٣	٠,١٢٤٦٦٤
١٨	٥,٥٥٩٩١٧	٠,١٧٩٨٥٩	٤٥,٥٩٩١٧٣	٨,٢٠١٤١٢	٠,١٢١٩٣٠
١٩	٦,١١٥٩٠٩	٠,١٦٣٥٠٨	٥١,١٥٩٠٩٠	٨,٣٦٤٩٢٠	٠,١١٩٥٤٧
٢٠	٦,٧٢٧٥٠٠	٠,١٤٨٦٤٤	٥٧,٢٧٤٩٩٩	٨,٥١٣٥٦٤	٠,١١٧٤٦٠
٢١	٧,٤٠٠٢٥٠	٠,١٣٥١٣١	٦٤,٠٠٢٤٩٩	٨,٦٤٨٦٩٤	٠,١١٥٦٢٤
٢٢	٨,١٤٠٢٧٥	٠,١٢٢٨٤٦	٧١,٤٠٢٧٤٩	٨,٧٧١٥٤٠	٠,١١٤٠٠٥
٢٣	٨,٩٥٤٣٠٢	٠,١١١٦٧٨	٧٩,٥٤٣٠٢٤	٨,٨٨٣٢١٨	٠,١١٢٥٧٢
٢٤	٩,٨٤٩٧٣٣	٠,١٠١٥٢٦	٨٨,٤٩٧٣٢٧	٨,٩٨٤٧٤٤	٠,١١١٣٠٠
٢٥	١٠,٨٣٤٧٠٦	٠,٠٩٢٢٩٦	٩٨,٣٤٧٠٥٩	٩,٠٧٧٠٤٠	٠,١١٠١٦٨

المعدل ١٠ ٪

ن	جملة الجنيه $(١+ع)^{ن}$	القيمة الحالية للجنيه $ح^{ن}$	جملة دفعة عادية قدرها جنيه جـ ن⌐	القيمة الحالية لدفعة عادية قدرها جنيه د ن⌐	القسط السنوى ١/د ن⌐
٢٦	١١,٩١٨١٨	٠,٠٨٣٩١	١٠٩,١٨١٧٧	٩,١٦٠٩٥	٠,١٠٩١٦
٢٧	١٣,١٠٩٩٩	٠,٠٧٦٢٨	١٢١,٠٩٩٩٤	٩,٢٣٧٢٢	٠,١٠٨٢٦
٢٨	١٤,٤٢٠٩٩	٠,٠٦٩٣٤	١٣٤,٢٠٩٩٤	٩,٣٠٦٥٧	٠,١٠٧٤٥
٢٩	١٥,٨٦٣٠٩	٠,٠٦٣٠٤	١٤٨,٦٣٠٩٣	٩,٣٦٩٦١	٠,١٠٦٧٣
٣٠	١٧,٤٤٩٤٠	٠,٠٥٧٣١	١٦٤,٤٩٤٠٢	٩,٤٢٦٩١	٠,١٠٦٠٨
٣١	١٩,١٩٤٣٤	٠,٠٥٢١٠	١٨١,٩٤٣٤٢	٩,٤٧٩٠١	٠,١٠٥٥٠
٣٢	٢١,١١٣٧٨	٠,٠٤٧٣٦	٢٠١,١٣٧٧٧	٩,٥٢٦٣٨	٠,١٠٤٩٧
٣٣	٢٣,٢٢٥١٥	٠,٠٤٣٠٦	٢٢٢,٢٥١٥٤	٩,٥٦٩٤٣	٠,١٠٤٥٠
٣٤	٢٥,٥٤٧٦٧	٠,٠٣٩١٤	٢٤٥,٤٧٦٧٠	٩,٦٠٨٥٧	٠,١٠٤٠٧
٣٥	٢٨,١٠٢٤٤	٠,٠٣٥٥٨	٢٧١,٠٢٤٣٧	٩,٦٤٤١٦	٠,١٠٣٦٩
٣٦	٣٠,٩١٢٦٨	٠,٠٣٢٣٥	٢٩٩,١٢٦٨١	٩,٦٧٦٥١	٠,١٠٣٣٤
٣٧	٣٤,٠٠٣٩٥	٠,٠٢٩٤١	٣٣٠,٠٣٩٤٩	٩,٧٠٥٩٢	٠,١٠٣٠٣
٣٨	٣٧,٤٠٤٣٤	٠,٠٢٦٧٣	٣٦٤,٠٤٣٤٣	٩,٧٣٢٦٥	٠,١٠٢٧٥
٣٩	٤١,١٤٤٧٨	٠,٠٢٤٣٠	٤٠١,٤٤٧٧٨	٩,٧٥٦٩٦	٠,١٠٢٤٩
٤٠	٤٥,٢٥٩٢٦	٠,٠٢٢٠٩	٤٤٢,٥٩٢٥٦	٩,٧٧٩٠٥	٠,١٠٢٢٦
٤١	٤٩,٧٨٥١٨	٠,٠٢٠٠٩	٤٨٧,٨٥١٨١	٩,٧٩٩١٤	٠,١٠٢٠٥
٤٢	٥٤,٧٦٣٧٠	٠,٠١٨٢٦	٥٣٧,٦٣٦٩٩	٩,٨١٧٤٠	٠,١٠١٨٦
٤٣	٦٠,٢٤٠٠٧	٠,٠١٦٦٠	٥٩٢,٤٠٠٦٩	٩,٨٣٤٠٠	٠,١٠١٦٩
٤٤	٦٦,٢٦٤٠٨	٠,٠١٥٠٩	٦٥٢,٦٤٠٧٦	٩,٨٤٩٠٩	٠,١٠١٥٣
٤٥	٧٢,٨٩٠٤٨	٠,٠١٣٧٢	٧١٨,٩٠٤٨٤	٩,٨٦٢٨١	٠,١٠١٣٩
٤٦	٨٠,١٧٩٥٣	٠,٠١٢٤٧	٧٩١,٧٩٥٣٢	٩,٨٧٥٢٨	٠,١٠١٢٦
٤٧	٨٨,١٩٧٤٩	٠,٠١١٣٤	٨٧١,٩٧٤٨٥	٩,٨٨٦٦٢	٠,١٠١١٥
٤٨	٩٧,٠١٧٢٣	٠,٠١٠٣١	٩٦٠,١٧٢٣٤	٩,٨٩٦٩٣	٠,١٠١٠٤
٤٩	١٠٦,٧١٨٩٦	٠,٠٠٩٣٧	١٠٥٧,١٨٩٥٧	٩,٩٠٦٣٠	٠,١٠٠٩٥
٥٠	١١٧,٣٩٠٨٥	٠,٠٠٨٥٢	١١٦٣,٩٠٨٥٣	٩,٩١٤٨١	٠,١٠٠٨٦

المعدل ١١ ٪

ن	جملة الجنيه $(١+ع)^{ن}$	القيمة الحالية للجنيه $ح^{ن}$	جملة دفعة عادية قدرها جنيه جـ ن┐	القيمة الحالية لدفعة عادية قدرها جنيه د ن┐	القسط السنوى ١/د ن┐
١	١,١١٠٠٠	٠,٩٠٠٩٠	١,٠٠٠٠٠	٠,٩٠٠٩٠	١,١١٠٠٠
٢	١,٢٣٢١٠	٠,٨١١٦٢	٢,١١٠٠٠	١,٧١٢٥٢	٠,٥٨٣٩٣
٣	١,٣٦٧٦٣	٠,٧٣١١٩	٣,٣٤٢١٠	٢,٤٤٣٧١	٠,٤٠٩٢١
٤	١,٥١٨٠٧	٠,٦٥٨٧٣	٤,٧٠٩٧٣	٣,١٠٢٤٥	٠,٣٢٢٣٣
٥	١,٦٨٥٠٦	٠,٥٩٣٤٥	٦,٢٢٧٨٠	٣,٦٩٥٩٠	٠,٢٧٠٥٧
٦	١,٨٧٠٤١	٠,٥٣٤٦٤	٧,٩١٢٨٦	٤,٢٣٠٥٤	٠,٢٣٦٣٨
٧	٢,٠٧٦١٦	٠,٤٨١٦٦	٩,٧٨٣٢٧	٤,٧١٢٢٠	٠,٢١٢٢٢
٨	٢,٣٠٤٥٤	٠,٤٣٣٩٣	١١,٨٥٩٤٣	٥,١٤٦١٢	٠,١٩٤٣٢
٩	٢,٥٥٨٠٤	٠,٣٩٠٩٢	١٤,١٦٣٩٧	٥,٥٣٧٠٥	٠,١٨٠٦٠
١٠	٢,٨٣٩٤٢	٠,٣٥٢١٨	١٦,٧٢٢٠١	٥,٨٨٩٢٣	٠,١٦٩٨٠
١١	٣,١٥١٧٦	٠,٣١٧٢٨	١٩,٥٦١٤٣	٦,٢٠٦٥٢	٠,١٦١١٢
١٢	٣,٤٩٨٤٥	٠,٢٨٥٨٤	٢٢,٧١٣١٩	٦,٤٩٢٣٦	٠,١٥٤٠٣
١٣	٣,٨٨٣٢٨	٠,٢٥٧٥١	٢٦,٢١١٦٤	٦,٧٤٩٨٧	٠,١٤٨١٥
١٤	٤,٣١٠٤٤	٠,٢٣١٩٩	٣٠,٠٩٤٩٢	٦,٩٨١٨٧	٠,١٤٣٢٣
١٥	٤,٧٨٤٥٩	٠,٢٠٩٠٠	٣٤,٤٠٥٣٦	٧,١٩٠٨٧	٠,١٣٩٠٧
١٦	٥,٣١٠٨٩	٠,١٨٨٢٩	٣٩,١٨٩٩٥	٧,٣٧٩١٦	٠,١٣٥٥٢
١٧	٥,٨٩٥٠٩	٠,١٦٩٦٣	٤٤,٥٠٠٨٤	٧,٥٤٨٧٩	٠,١٣٢٤٧
١٨	٦,٥٤٣٥٥	٠,١٥٢٨٢	٥٠,٣٩٥٩٤	٧,٧٠١٦٢	٠,١٢٩٨٤
١٩	٧,٢٦٣٣٤	٠,١٣٧٦٨	٥٦,٩٣٩٤٩	٧,٨٣٩٢٩	٠,١٢٧٥٦
٢٠	٨,٠٦٢٣١	٠,١٢٤٠٣	٦٤,٢٠٢٨٣	٧,٩٦٣٣٣	٠,١٢٥٥٨
٢١	٨,٩٤٩١٧	٠,١١١٧٤	٧٢,٢٦٥١٤	٨,٠٧٥٠٧	٠,١٢٣٨٤
٢٢	٩,٩٣٣٥٧	٠,١٠٠٦٧	٨١,٢١٤٣١	٨,١٧٥٧٤	٠,١٢٢٣١
٢٣	١١,٠٢٦٢٧	٠,٠٩٠٦٩	٩١,١٤٧٨٨	٨,٢٦٦٤٣	٠,١٢٠٩٧
٢٤	١٢,٢٣٩١٦	٠,٠٨١٧٠	١٠٢,١٧٤١٥	٨,٣٤٨١٤	٠,١١٩٧٩
٢٥	١٣,٥٨٥٤٦	٠,٠٧٣٦١	١١٤,٤١٣٣١	٨,٤٢١٧٤	٠,١١٨٧٤

المعدل ١١ ٪

ن	جملة الجنيه $(١+ع)^{ن}$	القيمة الحالية للجنيه $ح^{ن}$	جملة دفعة عادية قدرها جنيه جـ ن⏋	القيمة الحالية لدفعة عادية قدرها جنيه د ن⏋	القسط السنوى ١/د ن⏋
٢٦	١٥,٠٧٩٨٦	٠,٠٦٦٣١	١٢٧,٩٩٨٧٧	٨,٤٨٨٠٦	٠,١١٧٨١
٢٧	١٦,٧٣٨٦٥	٠,٠٥٩٧٤	١٤٣,٠٧٨٦٤	٨,٥٤٧٨٠	٠,١١٦٩٩
٢٨	١٨,٥٧٩٩٠	٠,٠٥٣٨٢	١٥٩,٨١٧٢٩	٨,٦٠١٦٢	٠,١١٦٢٦
٢٩	٢٠,٦٢٣٦٩	٠,٠٤٨٤٩	١٧٨,٣٩٧١٩	٨,٦٥٠١١	٠,١١٥٦١
٣٠	٢٢,٨٩٢٣٠	٠,٠٤٣٦٨	١٩٩,٠٢٠٨٨	٨,٦٩٣٧٩	٠,١١٥٠٢
٣١	٢٥,٤١٠٤٥	٠,٠٣٩٣٥	٢٢١,٩١٣١٧	٨,٧٣٣١٥	٠,١١٤٥١
٣٢	٢٨,٢٠٥٦٠	٠,٠٣٥٤٥	٢٤٧,٣٢٣٦٢	٨,٧٦٨٦٠	٠,١١٤٠٤
٣٣	٣١,٣٠٨٢١	٠,٠٣١٩٤	٢٧٥,٥٢٩٢٢	٨,٨٠٠٥٤	٠,١١٣٦٣
٣٤	٣٤,٧٥٢١٢	٠,٠٢٨٧٨	٣٠٦,٨٣٧٤٤	٨,٨٢٩٣٢	٠,١١٣٢٦
٣٥	٣٨,٥٧٤٨٥	٠,٠٢٥٩٢	٣٤١,٥٨٩٥٥	٨,٨٥٥٢٤	٠,١١٢٩٣
٣٦	٤٢,٨١٨٠٨	٠,٠٢٣٣٥	٣٨٠,١٦٤٤١	٨,٨٧٨٥٩	٠,١١٢٦٣
٣٧	٤٧,٥٢٨٠٧	٠,٠٢١٠٤	٤٢٢,٩٨٢٤٩	٨,٨٩٩٦٣	٠,١١٢٣٦
٣٨	٥٢,٧٥٦١٦	٠,٠١٨٩٦	٤٧٠,٥١٠٥٦	٨,٩١٨٥٩	٠,١١٢١٣
٣٩	٥٨,٥٥٩٣٤	٠,٠١٧٠٨	٥٢٣,٢٦٦٧٣	٨,٩٣٥٦٧	٠,١١١٩١
٤٠	٦٥,٠٠٠٨٧	٠,٠١٥٣٨	٥٨١,٨٢٦٠٧	٨,٩٥١٠٥	٠,١١١٧٢
٤١	٧٢,١٥٠٩٦	٠,٠١٣٨٦	٦٤٦,٨٢٦٩٣	٨,٩٦٤٩١	٠,١١١٥٥
٤٢	٨٠,٠٨٧٥٧	٠,٠١٢٤٩	٧١٨,٩٧٧٩٠	٨,٩٧٧٤٠	٠,١١١٣٩
٤٣	٨٨,٨٩٧٢٠	٠,٠١١٢٥	٧٩٩,٠٦٥٤٧	٨,٩٨٨٦٥	٠,١١١٢٥
٤٤	٩٨,٦٧٥٨٩	٠,٠١٠١٣	٨٨٧,٩٦٢٦٧	٨,٩٩٨٧٨	٠,١١١١٣
٤٥	١٠٩,٥٣٠٢٤	٠,٠٠٩١٣	٩٨٦,٦٣٨٥٦	٩,٠٠٧٩١	٠,١١١٠١
٤٦	١٢١,٥٧٨٥٧	٠,٠٠٨٢٣	١٠٩٦,١٦٨٨٠	٩,٠١٦١٤	٠,١١٠٩١
٤٧	١٣٤,٩٥٢٢١	٠,٠٠٧٤١	١٢١٧,٧٤٧٣٧	٩,٠٢٣٥٥	٠,١١٠٨٢
٤٨	١٤٩,٧٩٦٩٥	٠,٠٠٦٦٨	١٣٥٢,٦٩٩٥٨	٩,٠٣٠٢٢	٠,١١٠٧٤
٤٩	١٦٦,٢٧٤٦٢	٠,٠٠٦٠١	١٥٠٢,٤٩٦٥٣	٩,٠٣٦٢٤	٠,١١٠٦٧
٥٠	١٨٤,٥٦٤٨٣	٠,٠٠٥٤٢	١٦٦٨,٧٧١١٥	٩,٠٤١٦٥	٠,١١٠٦٠

المعدل ١٢ ٪

ن	جملة الجنيه $(١+ع)^{ن}$	القيمة الحالية للجنيه $ح^{ن}$	جملة دفعة عادية قدرها جنيه جـ ن⌉	القيمة الحالية لدفعة عادية قدرها جنيه د ن⌉	القسط السنوى ١/د ن⌉
١	١,١٢٠٠٠	٠,٨٩٢٨٦	١,٠٠٠٠٠	٠,٨٩٢٨٦	١,١٢٠٠٠
٢	١,٢٥٤٤٠	٠,٧٩٧١٩	٢,١٢٠٠٠	١,٦٩٠٠٥	٠,٥٩١٧٠
٣	١,٤٠٤٩٣	٠,٧١١٧٨	٣,٣٧٤٤٠	٢,٤٠١٨٣	٠,٤١٦٣٥
٤	١,٥٧٣٥٢	٠,٦٣٥٥٢	٤,٧٧٩٣٣	٣,٠٣٧٣٥	٠,٣٢٩٢٣
٥	١,٧٦٢٣٤	٠,٥٦٧٤٣	٦,٣٥٢٨٥	٣,٦٠٤٧٨	٠,٢٧٧٤١
٦	١,٩٧٣٨٢	٠,٥٠٦٦٣	٨,١١٥١٩	٤,١١١٤١	٠,٢٤٣٢٣
٧	٢,٢١٠٦٨	٠,٤٥٢٣٥	١٠,٠٨٩٠١	٤,٥٦٣٧٦	٠,٢١٩١٢
٨	٢,٤٧٥٩٦	٠,٤٠٣٨٨	١٢,٢٩٩٦٩	٤,٩٦٧٦٤	٠,٢٠١٣٠
٩	٢,٧٧٣٠٨	٠,٣٦٠٦١	١٤,٧٧٥٦٦	٥,٣٢٨٢٥	٠,١٨٧٦٨
١٠	٣,١٠٥٨٥	٠,٣٢١٩٧	١٧,٥٤٨٧٤	٥,٦٥٠٢٢	٠,١٧٦٩٨
١١	٣,٤٧٨٥٥	٠,٢٨٧٤٨	٢٠,٦٥٤٥٨	٥,٩٣٧٧٠	٠,١٦٨٤٢
١٢	٣,٨٩٥٩٨	٠,٢٥٦٦٨	٢٤,١٣٣١٣	٦,١٩٤٣٧	٠,١٦١٤٤
١٣	٤,٣٦٣٤٩	٠,٢٢٩١٧	٢٨,٠٢٩١١	٦,٤٢٣٥٥	٠,١٥٥٦٨
١٤	٤,٨٨٧١١	٠,٢٠٤٦٢	٣٢,٣٩٢٦٠	٦,٦٢٨١٧	٠,١٥٠٨٧
١٥	٥,٤٧٣٥٧	٠,١٨٢٧٠	٣٧,٢٧٩٧١	٦,٨١٠٨٦	٠,١٤٦٨٢
١٦	٦,١٣٠٣٩	٠,١٦٣١٢	٤٢,٧٥٣٢٨	٦,٩٧٣٩٩	٠,١٤٣٣٩
١٧	٦,٨٦٦٠٤	٠,١٤٥٦٤	٤٨,٨٨٣٦٧	٧,١١٩٦٣	٠,١٤٠٤٦
١٨	٧,٦٨٩٩٧	٠,١٣٠٠٤	٥٥,٧٤٩٧١	٧,٢٤٩٦٧	٠,١٣٧٩٤
١٩	٨,٦١٢٧٦	٠,١١٦١١	٦٣,٤٣٩٦٨	٧,٣٦٥٧٨	٠,١٣٥٧٦
٢٠	٩,٦٤٦٢٩	٠,١٠٣٦٧	٧٢,٠٥٢٤٤	٧,٤٦٩٤٤	٠,١٣٣٨٨
٢١	١٠,٨٠٣٨٥	٠,٠٩٢٥٦	٨١,٦٩٨٧٤	٧,٥٦٢٠٠	٠,١٣٢٢٤
٢٢	١٢,١٠٠٣١	٠,٠٨٢٦٤	٩٢,٥٠٢٥٨	٧,٦٤٤٦٥	٠,١٣٠٨١
٢٣	١٣,٥٥٢٣٥	٠,٠٧٣٧٩	١٠٤,٦٠٢٨٩	٧,٧١٨٤٣	٠,١٢٩٥٦
٢٤	١٥,١٧٨٦٣	٠,٠٦٥٨٨	١١٨,١٥٥٢٤	٧,٧٨٤٣٢	٠,١٢٨٤٦
٢٥	١٧,٠٠٠٠٦	٠,٠٥٨٨٢	١٣٣,٣٣٣٨٧	٧,٨٤٣١٤	٠,١٢٧٥٠

المعدل ١٢ ٪

ن	جملة الجنيه $(١+ع)^ن$	القيمة الحالية للجنيه $ح^ن$	جملة دفعة عادية قدرها جنيه جـ ن⌉	القيمة الحالية لدفعة عادية قدرها جنيه د ن⌉	القسط السنوى ١/د ن⌉
٢٦	١٩,٠٤٠٠٧	٠,٠٥٢٥٢	١٥٠,٣٣٣٩٣	٧,٨٩٥٦٦	٠,١٢٦٦٥
٢٧	٢١,٣٢٤٨٨	٠,٠٤٦٨٩	١٦٩,٣٧٤٠١	٧,٩٤٢٥٥	٠,١٢٥٩٠
٢٨	٢٣,٨٨٣٨٧	٠,٠٤١٨٧	١٩٠,٦٩٨٨٩	٧,٩٨٤٤٢	٠,١٢٥٢٤
٢٩	٢٦,٧٤٩٩٣	٠,٠٣٧٣٨	٢١٤,٥٨٢٧٥	٨,٠٢١٨١	٠,١٢٤٦٦
٣٠	٢٩,٩٥٩٩٢	٠,٠٣٣٣٨	٢٤١,٣٣٢٦٨	٨,٠٥٥١٨	٠,١٢٤١٤
٣١	٣٣,٥٥٥١١	٠,٠٢٩٨٠	٢٧١,٢٩٢٦١	٨,٠٨٤٩٩	٠,١٢٣٦٩
٣٢	٣٧,٥٨١٧٣	٠,٠٢٦٦١	٣٠٤,٨٤٧٧٢	٨,١١١٥٩	٠,١٢٣٢٨
٣٣	٤٢,٠٩١٥٣	٠,٠٢٣٧٦	٣٤٢,٤٢٩٤٥	٨,١٣٥٣٥	٠,١٢٢٩٢
٣٤	٤٧,١٤٢٥٢	٠,٠٢١٢١	٣٨٤,٥٢٠٩٨	٨,١٥٦٥٦	٠,١٢٢٦٠
٣٥	٥٢,٧٩٩٦٢	٠,٠١٨٩٤	٤٣١,٦٦٣٥٠	٨,١٧٥٥٠	٠,١٢٢٣٢
٣٦	٥٩,١٣٥٥٧	٠,٠١٦٩١	٤٨٤,٤٦٣١٢	٨,١٩٢٤١	٠,١٢٢٠٦
٣٧	٦٦,٢٣١٨٤	٠,٠١٥١٠	٥٤٣,٥٩٨٦٩	٨,٢٠٧٥١	٠,١٢١٨٤
٣٨	٧٤,١٧٩٦٦	٠,٠١٣٤٨	٦٠٩,٨٣٠٥٣	٨,٢٢٠٩٩	٠,١٢١٦٤
٣٩	٨٣,٠٨١٢٢	٠,٠١٢٠٤	٦٨٤,٠١٠٢٠	٨,٢٣٣٠٣	٠,١٢١٤٦
٤٠	٩٣,٠٥٠٩٧	٠,٠١٠٧٥	٧٦٧,٠٩١٤٢	٨,٢٤٣٧٨	٠,١٢١٣٠
٤١	١٠٤,٢١٧٠٩	٠,٠٠٩٦٠	٨٦٠,١٤٢٣٩	٨,٢٥٣٣٧	٠,١٢١١٦
٤٢	١١٦,٧٢٣١٤	٠,٠٠٨٥٧	٩٦٤,٣٥٩٤٨	٨,٢٦١٩٤	٠,١٢١٠٤
٤٣	١٣٠,٧٢٩٩١	٠,٠٠٧٦٥	١٠٨١,٠٨٢٦٢	٨,٢٦٩٥٩	٠,١٢٠٩٢
٤٤	١٤٦,٤١٧٥٠	٠,٠٠٦٨٣	١٢١١,٨١٢٥٣	٨,٢٧٦٤٢	٠,١٢٠٨٣
٤٥	١٦٣,٩٨٧٦٠	٠,٠٠٦١٠	١٣٥٨,٢٣٠٠٣	٨,٢٨٢٥٢	٠,١٢٠٧٤
٤٦	١٨٣,٦٦٦١٢	٠,٠٠٥٤٤	١٥٢٢,٢١٧٦٤	٨,٢٨٧٩٦	٠,١٢٠٦٦
٤٧	٢٠٥,٧٠٦٠٥	٠,٠٠٤٨٦	١٧٠٥,٨٨٣٧٥	٨,٢٩٢٨٢	٠,١٢٠٥٩
٤٨	٢٣٠,٣٩٠٧٨	٠,٠٠٤٣٤	١٩١١,٥٨٩٨٠	٨,٢٩٧١٦	٠,١٢٠٥٢
٤٩	٢٥٨,٠٣٧٦٧	٠,٠٠٣٨٨	٢١٤١,٩٨٠٥٨	٨,٣٠١٠٤	٠,١٢٠٤٧
٥٠	٢٨٩,٠٠٢١٩	٠,٠٠٣٤٦	٢٤٠٠,٠١٨٢٥	٨,٣٠٤٥٠	٠,١٢٠٤٢

فهرس الجزء الثانى من الكتاب

الفائدة المركبة

المراجع

(١) د. **إبراهيم موسى عبد الفتاح**، مقدمة فى الرياضة المالية، مكتبة المدينة بالزقازيق ١٩٨٩.

(٢) د. **إبراهيم على إبراهيم عبد ربه** : أساسيات الرياضيات (المالية والبحته)، جامعتى الإسكندرية وبيروت العربية ١٩٩٨.

(٣) د. **إسماعيل سليمان التوامرى** : رياضيات الاستثمار والتأمين، مكتبة التجارة والتعاون، ١٩٨٢.

(٤) د. **حسين محمد السلامونى** : "رياضة المعاملات المالية" المكتبة العلمية، ١٩٨٧.

(٥) د. **داود سليمان المدنى** : "الرياضة المالية"، مكتبة عين شمس، ١٩٧٨.

(٦) د. **عادل عز وآخرون** : "أساسيات الرياضة للتجاريين"، جامعة القاهرة ١٩٩٢.

(٧) د. **محمد طلبه عويضة وآخرون** : دار الاتحاد العربى للطباعة، ١٩٧٧.

(٨) د. **محمد محمد أحمد خليل** : الرياضة المالية، جامعة الزقازيق كلية التجارة فرع بنها ١٩٩٢-١٩٩٣.

تدريبات عملية

فى مادة

رياضيات المال والإستثمار

اسم الطالب :	....		
رقم الجلوس :	....		
الدرجة :	القسم الأول	القسم الثانى	المجموع
	....	....	....

الجزء الأول: الفائـــدة البسيطة

السؤال الأول:

اقترض أحد الأشخاص مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه لمدة ٢٠٠ يوم وذلك بمعدل فائدة بسيطة ١٢٪ سنوياً. احسب الفائدة التجارية لهذا المبلغ وكذلك الفائدة الصحيحة ثم استخدم قانون الفرق بين الفائدتين فى التأكد من النتائج.

السؤال الثانى:

شخص مدين بالديون الآتية:

٢٠٠ جنيه فى ١٠ يونيو ١٩٩٥

٤٠٠ جنيه فى ١٥ يوليو ١٩٩٥

٦٥٠ جنيه فى ١٨ سبتمبر ١٩٩٥

احسب مجموع الفوائد المستحقة على هذه الديون فى يوم ٣١ اكتوبر من نفس العام وذلك إذا علمت أن معدل الفائدة المستخدم هو ١٢٪ سنوياً.

السؤال الثالث:

فى الأول من فبراير ١٩٩٤ اقترض شخص مبلـغ ٢٠٠٠ جنيـه مـن بنك الإسكندرية على أن يسدده مع الفائدة فـى ١٩١ سـبتمبر مـن نفس العـام. فإذا كان المبلغ المسدد هو ٢١٥٧,٥٥ جنيه. أوجد معدل الفائدة المستخدم فـى البنك.

السؤال الرابع:

أراد شخص أن يخصم كمبياله تستحق بعد ١٠ شهور قيمتها الاسـمية ١٠٠٠ جنيه لدى بنك مصر. احسب القيمة الحاليه الصحيحه للكمبيالة وكذلـك الخصم الصحيح لها وذلك إذا علمت أن معدل الفائدة ١٥٪ سنوياً.

السؤال الخامس:

شخص مدين بمبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٤ شهور اتفق مع الدائن على دفع ٥٠٠٠ جنيه الآن والباقى بموجب سند أذنى يستحق الدفع بعد ١٠ شهور. فإذا كان معدل الخصم التجارى ١٠٪ سنوياً فما هى القيمة الاسمية للسند الاذنى.

السؤال السادس:

شركة منى ودينا مدينة لأحد البنوك بالمبالغ الآتية:

٢٠٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٤ شهور من الآن

٤٠٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٨ شهور من الآن

فإذا اتفقت إدارة الشركة مع البنك على سداد مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه فوراً وسداد المبلغ المتبقى بسندين القيمة الاسمية للأول ضعف القيمة الاسمية للثانى ويستحق كل منهما السداد بعد ٦ شهور، ١٤ شهر على الترتيب من الآن. احسب القيمة الاسمية للسندين الجديدين وذلك إذا علم أن معدل الخصم المستخدم ١٢٪ سنوياً.

السؤال السابع:

اقترض شخص مت بملغ ٤٠٠ جنيه من بنك التسليف واتفق مع البنك على سداد القرض وفوائده بمعدل ٤٪ على أقساط ربع سنويه من الأصل والفوائد. احسب مقدار القسط المتساوى ومقدار الفائدة التى تحملها المدين.

السؤال الثامن:

تعاقد البنك الأهلـى المصـرى على شـراء عـدد ٥٠ آلـه عـد نقـود بمبلـغ ٥٠٠٠٠ فرنك فرنسى على أن يتم شحنها من ميناء مرسيليا بفرنسـا إلـى ميناء الاسكندرية وقد بلغت التكاليف المتوقعة للشحن والنقل مبلغ ٨٠٠٠ فرنـك وقـدرت الأربـاح المنتظـرة بنسـبة ٢٥٪ مـن مجمـوع الثمـن والمصاريف، كما يحسب قسط التأمين بواقع ١٠٪ احسب المبلغ المؤمـن عليه مقرباً إلى أقرب ١٠٠٠ فرنك وما هو قسط التأمين (ثمن التأمين) ؟

الجزء الثانى: الفائـــدة المـــركبة

السؤال الأول:

مبلغ معين تم إيداعه بأحد البنوك، ما هى المدة التى يؤول فى نهايتهـا هذا المبلغ إلى أربعة أمثاله إذا كان معدل الفائدة المركبة الذى يستخدمه البنـك هو ٩٪ سنوياً؟

السؤال الثاني:

أ- أيهما أفضل بالنسبة لأحد المستثمرين يودع أمواله بأحد البنوك:

- إذا كان البنك يحسب معدل أسمى سنوى ١٢٪ على أن تضاف الفائدة كل ٤ شهور؟

أو

- إذا كان البنك يحسب معدل أسمى سنوى ١٢,٣٪ وتضاف الفائدة مرة واحدة فى السنة؟

ب- ما هو معدل الخصم المركب الذى يناظر معدل فائدة مركبة ١٢٪ سنوياً؟ وما هو معدل الفائدة المركبة الذى يناظر معدل خصم مركب ١٠٪ سنوياً؟

السؤال الثالث:

أقترض أحد شباب الخريجين فى أول يناير عام ١٩٩٧ مـن صنـدوق التنمية الإجتماعى وبمعدل فائدة مركبة ٨٪ سنوياً المبالغ الآتية:

٢٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى أول يناير عام ٢٠٠٠

٣٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى أول يناير عام ٢٠٠٤

٤٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى أول يناير عام ٢٠٠٨

فإذا أراد هذا الشـاب سـداد هـذه الديـون مـرة واحـدة، فمـا هـو المبلـغ الواجب سداده إذا كان السداد سيتم:

١- فى أول يناير عام ٢٠٠٣ ؟

٢- فى أول يناير عام ٢٠١٠ ؟

السؤال الرابع:

أودع شخص فى البنك الأهلى مبلغ ٥٠٠٠ جنيه آخر كل سنة لمدة ٤ سنوات، ثم أودع مبلغ ٤٠٠٠ جنيه آخر كل سنة خلال الست سنوات التالية، ثم أودع مبلغ ٦٠٠٠ جنيه آخر كل سنة خلال الثلاث سنوات التالية. فإذا علمت أن هذا الشخص لم يسحب أى مبلغ من إيداعاته بالبنك بل تركها لتستثمر. أوجد جملة المستحق لهذا الشخص فى نهاية الثلاث عشرة سنة إذا كان معدل الفائدة المركبة الذى يستخدمه البنك هو ٩٪ سنوياً.

السؤال الخامس:

اشترى أحد المستثمرين قطعة أرض وعرض على البائع أن يسدد ثمنها بإحدى طرق السداد التالية:

أ - أن يدفع فوراً مبلغ ٥٠٠ ألف جنيه.

ب - أن يدفع آخر كل سنة مبلغ ٨٠ ألف جنيه لمدة ١٠ سنوات من تاريخ الشراء، ٥٠ ألف جنيه بعد ٨ سنوات من تاريخ الشراء.

جـ - أن يدفع مبلغ ٢٠٠ ألف جنيه فوراً (أى وقت الشراء) ثم يدفع المبلغين ٣٠٠ ألف جنيه بعد ٥ سنوات، ٤٠٠ ألف جنيه بعد ١٠ سنوات من تاريخ الشراء.

فإذا كان معدل الفائدة المركبة ١١٪ سنوياً، فأى طرق السداد أفضل من وجهة نظر البائع؟

السؤال السادس:

أراد أحد رجال الأعمال أن يضمن لنفسه دفعة سنوية قدرها ٩٠٠٠ جنيه تدفع له من البنك الأهلى إبتداء من أول يوليو عام ٢٠٠٥ لمدة ١٠ سنوات تالية. فما هو المبلغ اللازم إيداعه بالبنك الأهلى فى أول يوليو عام ١٩٩٩ لهذا الغرض، إذا كان معدل الفائدة المركبة الذى يستخدمه البنك هو ١٢٪ سنوياً؟

السؤال السابع:

استهلك قرض على خمسة أقساط سنوية متساوية من الأصل والفوائد معاً بمعدل فائدة مركبة ٩٪ سنوياً، فإذا علمت أن الفرق بين الإستهلاكين الرابع والثالث هو ٨٩٣,٣٤٩ جنيه.

المطلوب حساب ما يلى (بدون اللجوء إلى الجداول المالية):

١- مبلغ القرض. ٢- مقدار القسط المتساوى.

٣- مجموع ما تحمله المدين من فوائد.

السؤال الثامن:

ما ثمن شراء سند قيمته الأسمية ٢٠٠٠٠ جنيه بمعدل فائدة ١٢٪ سنوياً تدفع آخر كل ٦ شهور، علماً بأن السند يستهلك بعد ١٥ سنة بعلاوة إصدار قدرها ١٠٪ وأن معدل الإستثمار ٤٪ عن كل نصف سنة؟